BIBLIOTHÈQUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS
D'AIDE A LA FORMATION PROFESSIONNELLE MARITIME

Dynamique du navire

P. DEVAUCHELLE

MASSON

CHEZ LE MÊME ÉDITEUR

Dans la même collection :

UTILISATION DU RADAR A LA MER, par M. CAILLOU et F. PERCIER. 1984, 236 pages.

STATIQUE DU NAVIRE par R. HERVIEU: 1985, 408 pages.

Autres ouvrages :

MÉCANIQUE. Mécanique du point et des systèmes matériels, par J.-Ph. PÉREZ. 1984, 464 pages

L'OUTIL MATHÉMATIQUE. Distributions. Convolution. Transformations de Fourier et de Laplace. Fonctions d'une variable complexe, par R. PETIT. 1983, 232 pages.

MÉTHODES DE CALCUL NUMÉRIQUE, par J.-P. NOUGIER. 1983, 320 pages.

INTRODUCTION A LA MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS, par P. GERMAIN et P. MULLER. 1980, 352 pages.

MÉCANIQUE DES VIBRATIONS LINÉAIRES, avec exercices corrigés et méthodes de calcul, par M. LALANNE, P. BERTHIER et J. DER HAGOPIAN. 1980, 224 pages.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE DES FLUIDES, par R. COMOLET.

Tome 1. — Statique et dynamique des fluides non visqueux. 1985, 4e édition, 248 pages.

Tome 2. — Dynamique des fluides réels. 1982, 3e édition, 480 pages.

Tome 3. — Recueil de problèmes. En collaboration avec J. BONNIN. 1981, 3e édition, 424 pages.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX ET STRUCTURES, par S. LAROZE.

Tome 1. — Milieux continus solides. Plaques et coques. 1984, 4e tirage, 224 pages.

Tome 2. — Théorie des poutres. 1984, 4e tirage, 196 pages.

Tome 3. — Dynamique des structures. Contraintes et déformations d'origine thermique. 1979, 272 pages.

CALCUL DES STRUCTURES HYPERSTATIQUES, par A. PADUART, J. KESTENS et G. WARZEE. 1984, 216 pages.

DICTIONNAIRE DE PHYSIQUE, par J.-P. MATHIEU, A. KASTLER et P. FLEURY. 1985, 2e édition, 576 pages.

COURS D'HYDRAULIQUE MARITIME, par R. BONNEFILLE. *Collection de l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées*. 1980, 2e édition, 184 pages.

RÉACTEURS NUCLÉAIRES A EAU PRESSURISÉE. Théorie, Technologie et applications à la propulsion navale, par J. LADONCHAMPS et J.-J. VERDEAU. *Collection de l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées*. 1972, 228 pages.

BIBLIOTHÈQUE DE L'INSTITUT FRANÇAIS
D'AIDE A LA FORMATION PROFESSIONNELLE MARITIME

DYNAMIQUE DU NAVIRE

Pierre DEVAUCHELLE
Ingénieur Général de l'Armement (Génie Maritime)
Ingénieur des Arts et Métiers
Ancien élève de l'École Polytechnique

Ouvrage publié avec le concours du Centre National des Lettres

MASSON

Paris New York Barcelone Milan
Mexico São Paulo
1986

Ouvrage publié avec l'aide :
— du Secrétariat d'Etat chargé de la Mer, Mission de la Recherche,
— du Ministère des Relations Extérieures, Coopération et développement.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1er de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

© *Masson, Paris,* 1986

ISBN : 2-225-80669-1
ISSN : 0765-0140

MASSON S.A. 120 Bd Saint-Germain, 75280 Paris Cedex 06
MASSON PUBLISHING U.S.A. Inc. 1 Ames Court, Plainview, N.Y. 11803
MASSON S.A. Balmes 151, Barcelone 8
MASSON ITALIA EDITORI S.p.A. Via Giovanni Pascoli 55, 20133 Milano
MASSON EDITORES Dakota 383, Colonia Napoles, 03810 Mexico DF
EDITORA MASSON DO BRASIL Ltda Rua Borges Lagoa 1044, CEP/04038 Sao Paulo S.P.

AVANT-PROPOS

Le présent ouvrage, consacré à la Dynamique du Navire, fait suite à la « Statique du Navire » de M. le Professeur Général de l'Enseignement Maritime René Hervieu, publié dans la même Collection. Il étudie, cette fois, non plus l'équilibre statique du navire supposé immobile en eau calme mais son équilibre dynamique lors de son déplacement à la surface d'une eau pouvant être agitée. Comme l'ouvrage précité sur la Statique du Navire, il est destiné plus particulièrement aux étudiants des Ecoles de Navigation mais pourra être utile, également, à tous ceux qui sont concernés par l'utilisation ou l'exploitation des navires.

Compte tenu de l'ampleur du sujet, un exposé de dynamique du navire d'objectif ainsi délimité ne saurait comporter, bien entendu, tous les développements nécessaires à l'exécution d'un projet de navire. Il s'efforce simplement de dégager la philosophie des problèmes qui se posent et de mettre en évidence l'allure des phénomènes rencontrés ainsi que l'ordre de grandeur de leurs manifestations.

Il restera alors aux utilisateurs à confronter leur expérience personnelle avec les résultats théoriques et à l'affiner progressivement face à une réalité particulièrement complexe.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 13

PREMIÈRE PARTIE. – ***Les équations du mouvement du navire*** ***19***

1.0. Généralités 19
1.1. Les théorèmes généraux de la mécanique (rappel succinct) 20
1.1.1. La représentation vectorielle 20
1.1.2. Notions de force et de couple 21
1.1.3. Notion de centre de gravité 23
1.1.4. Exemple d'application à la géométrie du flotteur 25
1.1.5. Dynamique du point matériel 28
1.1.6. Théorème du mouvement du centre de gravité 28
1.1.7. Théorème du moment cinétique 30
1.2. Système de référence utilisé pour définir les mouvements du navire 32
1.3. Les forces appliquées au navire 35
1.4. Equations générales du mouvement du navire 38
1.5. Translation rectiligne du navire en eau calme (sans dérive) 40
1.6. Généralités sur les mouvements de plate-forme 41
1.7. Mouvement du centre de gravité du navire stoppé sur houle . . . 42
1.8 Rotation relative autour du centre de gravité du navire stoppé . . 43
1.8.1. Equation générale 43
1.8.2. Calcul du moment cinétique 44
1.8.3. Oscillation du navire autour de G_y ou tangage pur 46
1.8.4. Oscillation du navire autour de G_x ou roulis pur 47
1.8.5. Loi du mouvement au roulis pur ou au tangage pur 48
1.9. Evolutions du navire en eau calme. Marche oblique et giration 50

DEUXIÈME PARTIE. – ***La propulsion*** ***57***

2.0. Généralités - Hypothèses 57
2.1. Les différents modes de propulsion des navires 59
2.1.1. Le remorquage 59
2.1.2. La propulsion par le vent 60
2.1.3. L'autopropulsion 64

2.2. La propulsion par hélice 68
2.2.1. Description de l'hélice propulsive 68
2.2.2. Origine de la poussée de l'hélice propulsive 71
2.2.3. Essais de propulsion à la mer 74
2.2.4. Dépouillement des résultats des essais sur base de vitesse 76
2.3. La résistance de remorquage 81
2.3.0. Généralités 81
2.3.1. Origines de la résistance de remorquage 81
2.3.2. Recours à l'analyse dimensionnelle 84
2.3.3. Détermination de la résistance de remorquage d'une carène nue 91
2.3.4. Etude particulière de la résistance de vagues 97
2.3.5. Conséquences pour le tracé des carènes 102
2.3.6. La résistance d'appendices 106
2.4. Le fonctionnement de l'hélice 108
2.4.1. L'hélice en eau libre 108
2.4.2. Adaptation de l'hélice au navire 114
2.4.3. Les modes particuliers de fonctionnement de l'hélice 117
2.5. Comparaison des navires en matière de propulsion 125
2.5.1. Généralités 125
2.5.2. Consommation de combustible 125
2.5.3. Puissance nécessaire à la propulsion (coefficients d'utilisation) 127

TROISIÈME PARTIE. — ***Les évolutions*** ***136***
3.0. Généralités 136
3.1. L'arrêt du navire 137
3.1.1. Equation du mouvement 137
3.1.2. Arrêt sans renversement de marche 138
3.1.3. Arrêt d'urgence avec renversement de marche 141
3.2. La marche oblique 144
3.2.1. Définition du mouvement 144
3.2.2. Courbes de dérive 145
3.2.3. Remorquage d'un navire 148
3.2.4. Dérive sous vent de travers d'un navire se déplaçant à faible vitesse 149
3.3. La giration 150
3.3.1. Définition de la giration en route libre 150
3.3.2. Les formules de Joessel 151
3.3.3. Le mouvement de giration 153
3.3.4. Trajectoire réelle du centre de gravité. Qualités évolutives ... 155
3.3.5. Dispositions usuelles concernant le gouvernail 158
3.3.6. La giration à très faible vitesse 160
3.3.7. Dispositifs spéciaux facilitant les évolutions 163

QUATRIÈME PARTIE. — ***Roulis, tangage et pilonnement*** ***167***

4.0. Généralités 167
4.1. Le roulis dit « en eau calme » 168
4.1.1. Hypothèses 168
4.1.2. Loi du mouvement d'oscillation en milieu calme et non résistant 170
4.1.3. Loi du mouvement d'oscillation en milieu calme mais résistant 171
4.1.4. Résultats expérimentaux. Période propre de roulis 175
4.2. La houle régulière théorique 178
4.2.1. La houle régulière 178
4.2.2. La houle trochoïdale 179
4.3. Mouvement du navire sur houle de travers 189
4.3.1. Décomposition du mouvement 189
4.3.2. Le roulis sur houle 191
4.3.3. Stabilité dynamique sur houle de travers 197
4.4. Forces d'inertie résultant du roulis sur houle de travers 201
4.4.1. Généralités 201
4.4.2. Accélération d'entraînement 202
4.4.3. Accélération relative 203
4.4.4. Poids apparent en un point A *à l'instant* t 206
4.5. Stabilisation des navires soumis au roulis 207
4.5.1. Généralités 207
4.5.2. Installations de stabilisation actives 207
4.5.3. Quilles de roulis 210
4.6. Le tangage et le pilonnement 211
4.6.1. Remarque préliminaire 211
4.6.2. Cas du navire stoppé en eau calme et résistante 212
4.6.3. Cas du navire stoppé sur houle de l'avant ou de l'arrière 213
4.6.4. Cas du navire en route libre, mer de l'avant ou de l'arrière. Période de rencontre 215
4.6.5. Mouvements du navire en route libre, mer de l'avant ou de l'arrière 215
4.6.6. Forces d'inertie au pilonnement et au tangage 218
4.6.7. Autres aspects du tangage et du pilonnement 220

CINQUIÈME PARTIE. — ***Tenue à la mer*** ***221***

5.1. Définition 221
5.2. Formation de la mer réelle 222
5.2.1. L'état de la mer au large 222
5.2.2. L'état de la mer près des côtes 223
5.2.3. Conclusions 227

5.3. L'état de la mer en fonction du vent 228
5.4. Définition statistique de l'état de la mer 231
5.4.1. Généralités 231
5.4.2. Exploitation des résultats. Histogrammes 232
5.4.3. Loi de probabilité 234
5.4.4. Champ d'application de l'étude statistique 236
5.5. Définition spectrale de l'état de la mer 237
5.5.1. Généralités 237
5.5.2. Le spectre d'énergie de la mer 239
5.5.3. Les différents types de spectres 239
5.5.4. Spectre d'énergie et loi de probabilité des creux 241
5.5.5. Spectres d'énergie « standard » 242
5.6. Les différents aspects du comportement à la mer d'un navire . . . 244
5.6.1. Les mouvements de plate-forme et leurs conséquences 244
5.6.2. La résistance de la charpente du navire 245
5.6.3. L'embarquement d'eau 247
5.6.4. La réduction de vitesse 247
5.6.5. Remarque sur les qualités nautiques 247
5.7. Principe de l'étude du comportement d'un navire sur la mer réelle 248
5.7.1. Généralités 248
5.7.2. Fonction de transfert 248
5.7.3. Spectre de rencontre 250
5.7.4. Opérateur de réponse en amplitude 252
5.7.5. Application pratique 252
5.7.6. Exploitation d'un spectre relatif à un paramètre de comportement. Navigation météorologique 256
5.8. Résumé de l'étude générale du comportement du navire sur la mer réelle 257
5.8.1. Mer de travers 257
5.8.2. Mer de l'avant 257
5.8.3. Mer de l'arrière 258
5.8.4. Mer oblique 259

INDEX 261

INTRODUCTION

0.1. Dans le cadre de la théorie du navire, la dynamique du navire est censée étudier le mouvement le plus général du navire évoluant sur une mer agitée.

En fait, et même en se limitant, comme nous le ferons dans tout ce qui suit, au seul cas du navire de surface, il s'agit là d'un objectif à la fois trop ambitieux et trop limité.

0.2. Le problème ainsi posé fait non seulement intervenir les six paramètres nécessaires à la définition de la position instantanée de tout solide, mais, de plus, il met en jeu des forces dont les plus déterminantes sont celles qui résultent de l'action de l'eau en mouvement sur la carène du navire. Le calcul de ces forces hydrodynamiques, qui relève de la mécanique des fluides, présente des difficultés qui peuvent être d'ailleurs des difficultés de principe puisque les formes de la carène et, surtout, l'état de la mer, se prêtent fort mal à une définition mathématique.

En pratique, il faut donc, souvent, se contenter de schémas simplifiés, recourir à l'expérimentation aussi bien qu'au calcul, mais, aussi, élargir le champ de l'étude au-delà de celle des seuls mouvements pour aborder, également, l'examen de leurs conséquences.

0.3. Traditionnellement, et par nécessité, la dynamique du navire étudiera donc, en premier lieu, certains mouvements élémentaires particuliers du navire qui, à l'expérience, se sont révélés être les plus importants, c'est-à-dire :

— la translation rectiligne et uniforme en eau calme, tant en ce qui concerne la résistance opposée par l'eau à l'avancement du navire que la production de la force nécessaire à sa propulsion, le plus souvent, actuellement, au moyen d'une hélice.

— les évolutions et, spécialement, la giration du navire en eau calme.

— le roulis et le tangage, soit en eau dite calme, soit sur une mer régulière dont les ondulations seront supposées, en premier lieu, parallèles à l'axe d'oscillation considéré.

Elle n'abordera qu'ensuite le problème plus général de la tenue à la mer, qui est l'étude du comportement d'ensemble du navire en route libre sur la mer réelle, non seulement en ce qui concerne ses mouvements de plate-forme mais aussi à l'égard de tous les autres phénomènes susceptibles de gêner son exploitation.

0.4. Dans l'exposé qui va suivre, chacun des quatre sujets précédents fait l'objet d'une partie distincte, rédigée pour en permettre, éventuellement, une première étude séparée.

L'équilibre dynamique du navire constituant, cependant, un unique problème de mécanique du solide, la première partie de cet exposé a été consacrée à la définition des équations qui régissent le mouvement d'ensemble du navire. Il devient alors possible de situer avec rigueur les sujets particuliers étudiés dans chacune des quatre parties suivantes ainsi que les hypothèses nécessaires pour rendre leur étude accessible.

0.5. Quelques remarques importantes doivent être faites :

— Dans tout ce qui suit on suppose connus la terminologie propre au navire ainsi que les principaux résultats de l'étude de la statique du navire.

— On suppose également connue la méthode particulière d'approche de l'étude mathématique des phénomènes physiques que constitue l'analyse dimensionnelle. Le lecteur pour qui cette méthode n'est pas familière en percevra néanmoins aisément la philosophie à travers l'exemple concret donné au chapitre 2.3.

— Sauf nécessités particulières de l'exposé, les principaux symboles utilisés pour l'étude de la propulsion des navires sont les symboles normalisés (norme NF. XO2 113 d'août 1963). Toutefois, pour éviter toute confusion entre les symboles ∇ (volume de carène) et Δ (déplacement de la carène) on a remplacé le premier par W et le second par P. Dans ces conditions, la puissance de l'appareil moteur est notée F (et non pas P).

— Enfin, pour les exemples et données numériques, il a été nécessaire d'utiliser les unités rencontrées habituellement dans la documentation technique navale française ou étrangère ainsi que dans certaines formules empiriques classiques. L'attention est appelée sur le fait que ces unités ne procèdent pas toujours du système international d'unités (S.I.) dont l'emploi a été rendu obligatoire en France par le décret 61501 du 3 mai 1961, ni même, parfois, d'un système cohérent d'unités. Lorsqu'une telle unité est utilisée, on rappelle généralement sa valeur en unité légale (1) ou en multiple de cette unité légale.

Le tableau ci-après récapitule les principales grandeurs rencontrées dans l'étude de la propulsion, rappelle leur équation de dimension et indique les symboles utilisés ainsi que les unités de mesure (traditionnelles et légales) correspondantes.

---

(1) En prenant alors $g = 9{,}81$ m/s^2 comme accélération de la pesanteur.

Principales grandeurs rencontrées dans l'étude de la Propulsion des navires
Symboles et Unités de mesures

Grandeur physique	Equation de dimension	Symbole utilisé	Objet	Symbole normalisé NF	Unité tradi-tionnelle	Unité légale	Observations et correspondance des unités
Masse	M	m M	Masse d'un point matériel Masse du navire	—		kilogramme (kg)	1 tonne (t) = 1 000 kg
Longueur	L	L_i	Longueur du navire, de la houle (avec indice i approprié)	L	mètre (m)	mètre (m)	
		D	Diamètre d'hélice	D	—	—	
		H	Pas d'hélice	H	—	—	
		H_e	Pas effectif d'hélice	H_e	—	—	
		d	Distance parcourue	—			
Temps	T	t	Durée	—	seconde (s)	seconde (s)	
		T_i	Période propre du navire, de la houle, de rencontre (avec indice i approprié)	—			
Surface	L^2	S	Surface mouillée de la carène	S	m^2	m^2	
Vitesse linéaire	LT^{-1}	V	Vitesse du navire, de l'eau	V	nœud,	m/s	1 nœud = $\frac{1\,852}{3\,600}$ m/s = 0,5144 m/s
		U	Vitesse d'arrivée d'eau à l'hélice	U ou V_A	m/s		
		C	Célérité de la houle	—	m/s		
Accélération	$L\,T^{-2}$	γ	Accélération d'un point matériel	—	m/s^2	m/s^2	accélération de la pesanteur $g = 9{,}807\ m/s^2$
Vitesse angulaire	T^{-1}	ω	Pulsation d'un mouvement périodique Vitesse angulaire	—	radian/s	rad./s	
		N	Vitesse angulaire	n	tour/s		1 tour par seconde = 1 tr/s = 2 π rad/s

Principales grandeurs rencontrées dans l'étude de la Propulsion des navires
Symboles et Unités de mesures (suite)

Grandeur physique	Equation de dimension	Symbole utilisé	Objet	Symbole normalisé NF	Unité tradi-tionnelle	Unité légale	Observations et correspondance des unités
Masse volumique	$M\,L^{-3}$	ρ	Masse volumique de l'eau	ρ	—	kg/m^3	
Poids volumique	$ML^{-2}\,T^{-2}$	$\overline{\omega}$	Poids spécifique de l'eau	—	kilogramme force/mètre cube (kgf/m^3)	—	Dans chaque système d'unité $\overline{\omega} = g\rho$
Volume	L^3	W	Volume de carène	∇	m^3	m^3	
Force	MLT^{-2}	P	Déplacement de la carène	Δ	tonne force (t f)	newton (N)	$\Delta = \nabla\ \rho g$ et $P = W\ \rho g$
		R_i	Résistance à la marche (avec indice i approprié)	R	kgf ou tf	—	1 kgf = 9,807 newtons = 0,9807 decanewton
		T	Poussée de l'hélice	T	tf		1 tf = 1 000 kgf
Travail et énergie	ML^2T^{-2}	E	Energie (de la houle)	—	kgf.m ou tf.m	joule (J)	1 kgf.m = 9,807 joules
Puissance	ML^2T^{-3}	F	Puissance (de propulsion)	P	cheval	watt (W)	1 cheval = 0,736 kilowatt
Moment	ML^2T^{-2}	Q	Couple de l'hélice	Q	m.tf ou m.kgf	N.m	1 m.kgf = 9,807 N.m
Viscosité dynamique	$ML^{-1}T^{-1}$	μ	Viscosité dynamique de l'eau		poiseuille (Pl)	pascal seconde (Pa.s)	1 Pl = 1 Pa.s
Viscosité cinématique	L^2T^{-1}	ν	Viscosité cinématique de l'eau	ν	stockes	m^2/s	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ 1 stockes = $10^{-4}\ m^2/s$

Lettres de l'alphabet grec utilisées dans le présent exposé

Ecriture	*Appellation*
α	alpha
β	bêta
γ	gamma
Δ, δ	delta
ε	epsilon
η	êta
θ	thêta
λ	lambda
μ	mu
ν	nu
ω, π	pi
ρ	rô
Σ, σ	sigma
τ	tau
φ	phi
ω	oméga

1re partie

LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT DU NAVIRE

1.0. GÉNÉRALITÉS

1.0.1. Cette première partie n'aborde pas l'étude de la dynamique du navire, au sens classique du terme, mais constitue une préparation à cette étude.

A ce titre, *sa lecture pourra être omise par tous ceux pour qui elle serait inutile ou même, au moins dans un premier temps, par ceux qu'elle rebuterait, sans nuire sérieusement à la compréhension des parties suivantes.*

1.0.2. L'étude du mouvement le plus général du navire sur une mer agitée étant un problème extrêmement complexe, il importe de le poser avec rigueur, même s'il ne peut ensuite être résolu complètement. Il sera alors possible, en effet, de définir clairement les hypothèses qui permettront de le simplifier et de le résoudre, au moins en partie, dans des cas particuliers bien délimités.

1.0.3. Il s'agit, en substance, d'un problème de dynamique du solide régi par les théorèmes généraux de la mécanique qu'on rappellera d'abord sommairement. On définira ensuite le système de référence utilisé et on dressera enfin l'inventaire des forces appliquées au navire.

Parmi ces forces figurent celles qui résultent de l'action de l'eau agitée sur la carène du navire. Leur étude complète relève de l'hydrodynamique navale, supposée, a priori, inconnue du lecteur. Pour tourner cette difficulté sans nuire à la rigueur nous serons conduits à introduire une décomposition de ces forces basée sur des hypothèses simples, souvent admises implicitement.

Si l'écriture des équations vectorielles du mouvement général du navire est alors immédiate, leur mise en œuvre s'avère par contre beaucoup plus difficile et nous ne tenterons de les expliciter et de les résoudre que pour certains

mouvements particuliers relativement simples qui s'avèrent, d'ailleurs, les plus importants à connaître.

1.1. LES THÉORÈMES GÉNÉRAUX DE LA MÉCANIQUE (rappel succinct)

1.1.1. La représentation vectorielle

Pour simplifier l'écriture, on fera appel à la notation vectorielle, particulièrement commode lorsqu'il s'agit de grandeurs physiques caractérisées par :

— une origine ou point d'application,
— une ligne d'action ou une direction d'action,
— un sens sur cette direction d'action,
— une intensité d'action (ou module),

comme le sont, par exemple, une force $\vec{F}$, la position $\overrightarrow{OM}$ d'un point mobile M par rapport à un point O ou la vitesse $\vec{V}$ du point M.

Les modules correspondants sont alors notés $|\vec{F}|$ ou F, $|\overrightarrow{OM}|$ ou OM, $|\vec{V}|$ ou V.

On passe d'ailleurs facilement de la représentation vectorielle à la représentation en coordonnées cartésiennes par rapport à un trièdre de référence $Oxyz$.

Dans tout ce qui suit nous ne considérerons que des trièdres de référence, tels que $Oxyz$, qui soient trirectangles et directs. On rappelle qu'un trièdre $Oxyz$, est direct lorsque Ox vient se confondre avec Oy en tournant autour de Oz d'un angle inférieur à π dans le sens trigonométrique direct (c'est-à-dire le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre) pour un observateur ayant les pieds en O et la tête vers z, et ainsi de suite, par permutation circulaire.

Appelons $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ les vecteurs unités, c'est-à-dire de module 1, définissant respectivement les axes Ox, Oy, et Oz. Soient d'autre part, x,y,z, les coordonnées du point M.

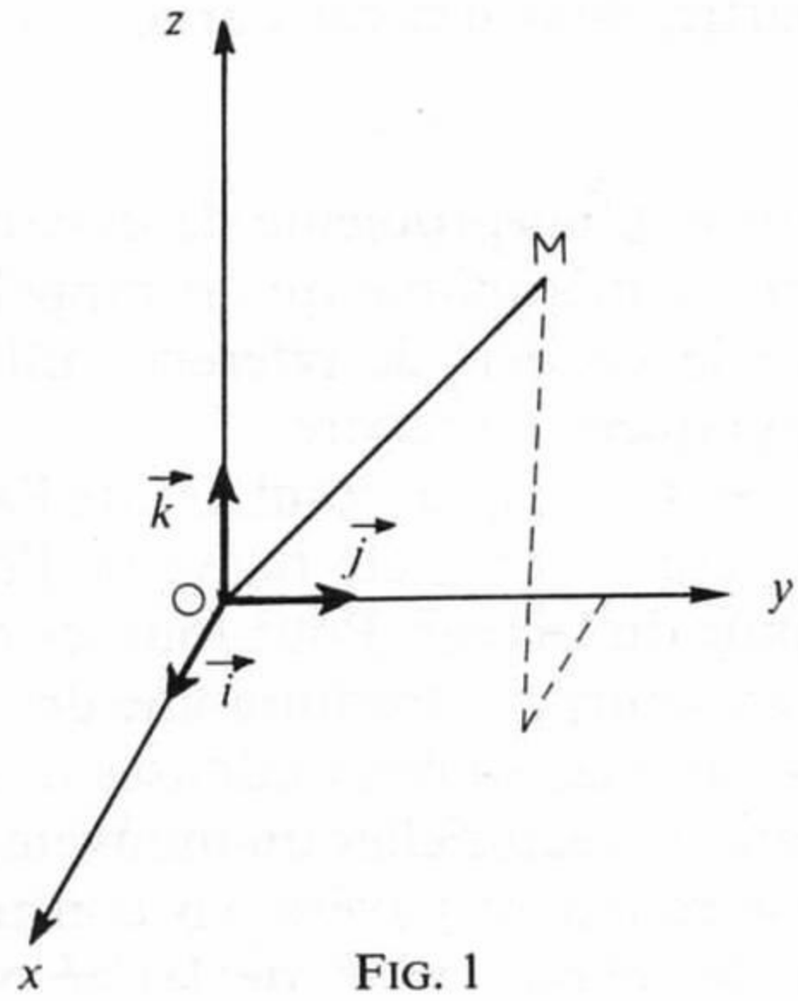


FIG. 1

Le vecteur $\overrightarrow{OM}$ peut être considéré comme la somme de trois vecteurs :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

De même une relation vectorielle correspondra à trois relations scalaires obtenues par projection sur chacun des axes de coordonnées.

D'autre part, par rapport au trièdre $Oxyz$ supposé fixe, la vitesse $\vec{V}$ du point M sera :

$$\vec{V} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

tandis que l'accélération $\vec{\gamma}$ du point M sera la vitesse de l'extrémité du vecteur $\vec{V}$ dont l'origine est supposée maintenue en O, c'est-à-dire :

$$\vec{\gamma} = \frac{\mathrm{d}\vec{V}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{dt^2}\vec{k}$$

1.1.2. Notions de force et de couple

Une force $\vec{F}$ est une grandeur physique vectorielle, dont l'effet naturel, lorsqu'elle est appliquée à un corps solide entièrement libre, est de provoquer un déplacement du solide dans la direction de la force.

Deux forces de directions parallèles, de même intensité mais de sens opposés, appliquées au même corps solide provoquent sa rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan des deux forces, d'où la notion de couple (de forces).

Si la force $\vec{F}$ est appliquée en un point A d'un solide astreint à tourner seulement autour d'un point d'articulation O on peut déterminer l'effet de $\vec{F}$ par le raisonnement suivant :

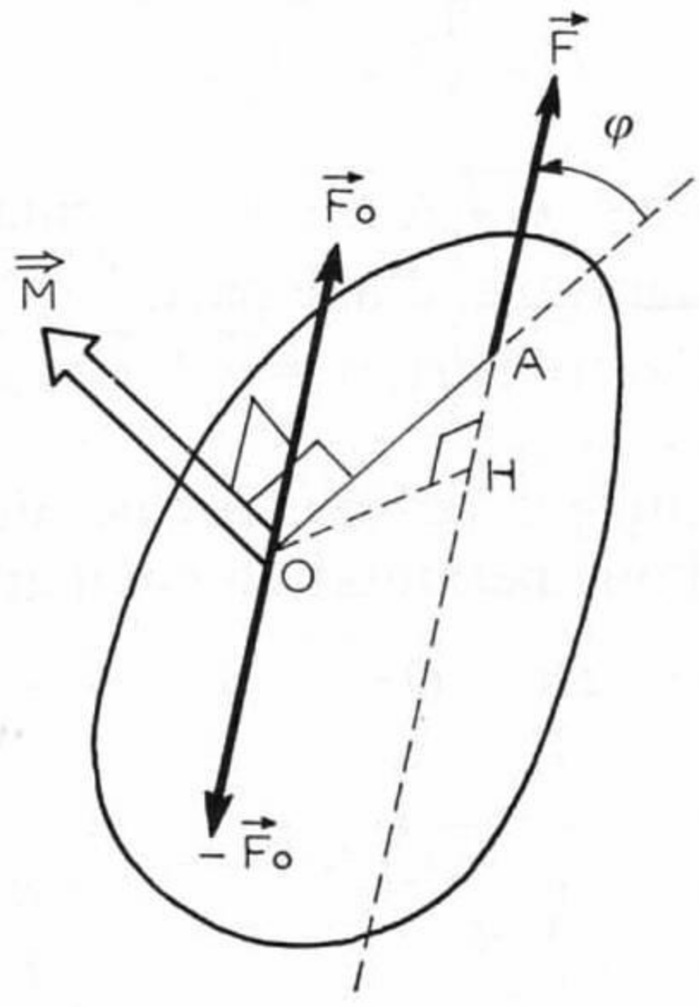


FIG. 2

On applique au solide, en O, deux forces opposées supplémentaires $\overrightarrow{F_0}$ et $\overrightarrow{-F_0}$, de même direction et de même module que $\vec{F}$ mais de même sens que $\vec{F}$ pour $\overrightarrow{F_0}$ et de sens opposé pour $\overrightarrow{-F_0}$. Leur effet est nul. On peut cependant considérer que le solide est soumis à l'action, d'une part, de la force $\overrightarrow{F_0}$ appliquée au point d'articulation O, et, d'autre part, du couple ($\vec{F}$ en A, $\overrightarrow{-F_0}$ en O) dont l'effet est de faire tourner le solide autour du point O qui tend, par ailleurs, à se déplacer sous l'action de $\overrightarrow{F_0}$ égale à $\vec{F}$.

La force $\vec{F}$ appliquée en A est donc équivalente à la même force $\vec{F}$ appliquée en O, mais complétée d'un couple dont le moment est égal au moment $\vec{\mathcal{M}}$ de $\vec{F}$ par rapport à O et qui s'écrit :

$$\vec{\mathcal{M}} = \overrightarrow{OA} \Lambda \vec{F},$$

$\vec{\mathcal{M}}$ étant le produit vectoriel des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{F}$, pris dans cet ordre.

On appellera alors produit vectoriel des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{F}$ un troisième vecteur $\vec{\mathcal{M}}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{F}$, de sens tel que le trièdre formé par les trois vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\vec{F}$ et $\vec{\mathcal{M}}$, supposés de même origine, soit direct et de module :

$$M = OA.\ F.\ \sin \varphi$$

φ étant l'angle inférieur à π de $\overrightarrow{OA}$ avec $\vec{F}$

On vérifie sur la figure que cette définition correspond bien à ce que suggère l'expérience tant pour le sens de rotation du solide que pour l'intensité du couple, égal au produit du module de la force $\vec{F}$ par son « bras de levier » OH par rapport à O.

On peut calculer facilement les composantes de $\vec{\mathcal{M}}$ suivant les trois axes d'un trièdre trirectangle direct $Oxyz$ en posant :

$$\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$
$$\vec{F} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$
$$\vec{\mathcal{M}} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$$

Le produit vectoriel $\vec{\mathcal{M}} = \overrightarrow{OA} \Lambda \vec{F}$ est la somme des produits vectoriels des composants en remarquant que, d'une part, $\vec{k} = \vec{i} \Lambda \vec{j}$ et ainsi de suite par permutation circulaire et, d'autre part, $0 = \vec{i} \Lambda \vec{i} = \vec{j} \Lambda \vec{j} = \vec{k} \Lambda \vec{k}$, par définition même du produit vectoriel.

Le tableau à double entrée ci-dessous permet de retrouver rapidement le résultat du calcul à l'aide d'une permutation circulaire.

	Ox $\vec{i}$	Oy $\vec{j}$	Oz $\vec{k}$
$\overrightarrow{OA}$	x	y	z
$\vec{F}$	u	v	w
$\vec{\mathcal{M}}$	ⓐ	b	c

$$\begin{cases} a = wy - vz \\ b = uz - wx \\ c = vx - uy \end{cases}$$

Si deux forces sont appliquées au solide, $\overrightarrow{F_1}$ en A et $\overrightarrow{F_2}$ en B, elles produiront donc le même effet que la somme géométrique $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$, ou résultante de ces deux forces supposées appliquées en O, complétée par un couple qui est la somme géométrique des moments par rapport à O de $\overrightarrow{F_1}$ appliquée en A et de $\overrightarrow{F_2}$ appliquée en B.

On généralise facilement à un nombre quelconque de forces.

Tout système de forces appliqué à un solide peut donc se réduire, en un point O quelconque, à une force unique égale à la somme géométrique de ces forces et à un couple unique égal à la somme géométrique des moments de chacune de ces forces par rapport à O.

1.1.3. Notion de centre de gravité

Un cas particulier intéressant est celui où toutes les forces appliquées sont parallèles. Ce sera le cas par exemple des forces dues à la pesanteur.

$\vec{g}$ étant le vecteur représentant l'accélération de la pesanteur, la force due à la pesanteur s'exerçant sur la quantité de matière de masse m_i supposée concentrée en M_i est le poids $\overrightarrow{P_i} = m_i \vec{g}$ appliqué en M_i.

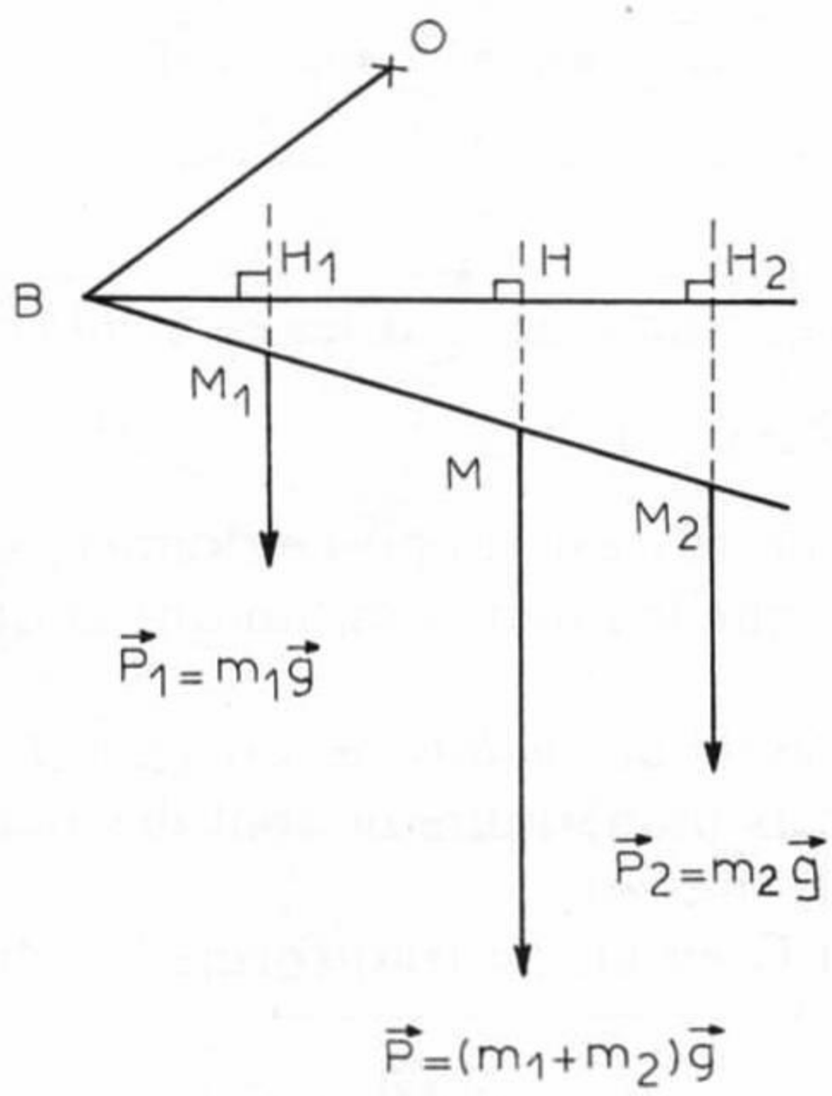


FIG. 3

Considérons le système de deux poids :

$\overrightarrow{P_1} = m_1\vec{g}$ appliqué en M_1

$\overrightarrow{P_2} = m_2\vec{g}$ appliqué en M_2

La réduction de ce système en un point B que nous choisirons d'abord sur $M_1\ M_2$ est la même que celle de la force :

$\vec{P} = (m_1 + m_2)\,\vec{g}$ appliquée en un point M de $M_1\ M_2$ tel que :

$(m_1 + m_2)\ BH = m_1.\ BH_1 + m_2.BH_2$, BH_1, BH_2 et BH étant respectivement les bras de levier par rapport à B des forces $\overrightarrow{P_1}$, $\overrightarrow{P_2}$ et $\vec{P}$, ce qui s'écrit également :

$$(m_1 + m_2)\,\overrightarrow{BM} = m_1\overrightarrow{BM_1} + m_2\overrightarrow{BM_2}$$

soit encore, O était un point quelconque et, puisque $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{BM_1} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM_1}$$
$$\overrightarrow{BM_2} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM_2}$$

$$(m_1 + m_2)\,\overrightarrow{OM} = m_1\,\overrightarrow{OM_1} + m_2\,\overrightarrow{OM_2}$$

On généralise facilement en ajoutant à $\vec{P}$ appliqué en M un poids $\overrightarrow{P_3}$ en M_3 puis un poids $\overrightarrow{P_4}$ en M_4, et ainsi de suite jusqu'à $\overrightarrow{P_n}$ appliqué en M_n.

D'une façon encore plus générale, étant donnés n points M_i affectés chacun d'un coefficient numérique m_i, pourvu que la somme de tous les coefficients m_i soit différente de zéro, comme c'est effectivement le cas si les coefficients m_i représentent des masses, il existe donc un point G et un seul tel que, O étant un point quelconque, on ait :

$$\boxed{\overrightarrow{OG}\sum_i m_i = \sum_i m_i\,.\,\overrightarrow{OM_i}} \qquad (1)$$

Le signe $\sum_i$ désigne la somme de tous les éléments d'indice i qui le suivent lorsque l'on fait varier i de 1 à n.

Si la relation (1) ci-dessus est supposée donnée, on démontre d'ailleurs facilement, par l'absurde, que le point G est unique et qu'il est indépendant du choix de O.

G est appelé le barycentre des points M_i affectés chacun du coefficient m_i.

Lorsque les coefficients numériques m_i sont des masses, G est le centre de gravité de cet ensemble de masses.

Enfin, en choisissant O en G, on transforme la relation (1) en :

$$\boxed{\sum_i m_i.\ \overrightarrow{GM_i} = O} \qquad (2)$$

Sous l'une ou l'autre des deux formes ci-dessus, la relation vectorielle définissant le barycentre est particulièrement importante. Comme nous le verrons plus loin, elle va permettre de clarifier l'étude de la dynamique du solide et, par conséquent, du navire. Mais l'utilisation de cette relation vectorielle est également très commode dans bien d'autres domaines. Pour nous familiariser

avec son emploi nous montrerons à titre d'exemple comment elle permet d'établir directement certaines propriétés déjà connues en géométrie du flotteur.

1.1.4. Exemple d'application à la géométrie du flotteur

Dans ce qui suit les coefficients numériques m_i sont des volumes et le barycentre est donc un centre de volume.

Nous considérons un flotteur de forme quelconque sur lequel une flottaison notée S_0) délimite une carène de volume W et de centre C_0. Ce flotteur est soumis à une inclinaison isocarène et la nouvelle flottaison notée S_1) délimite une nouvelle carène dont le volume reste W mais dont le centre est maintenant C_1. Nous nous proposons de déterminer C_1 :

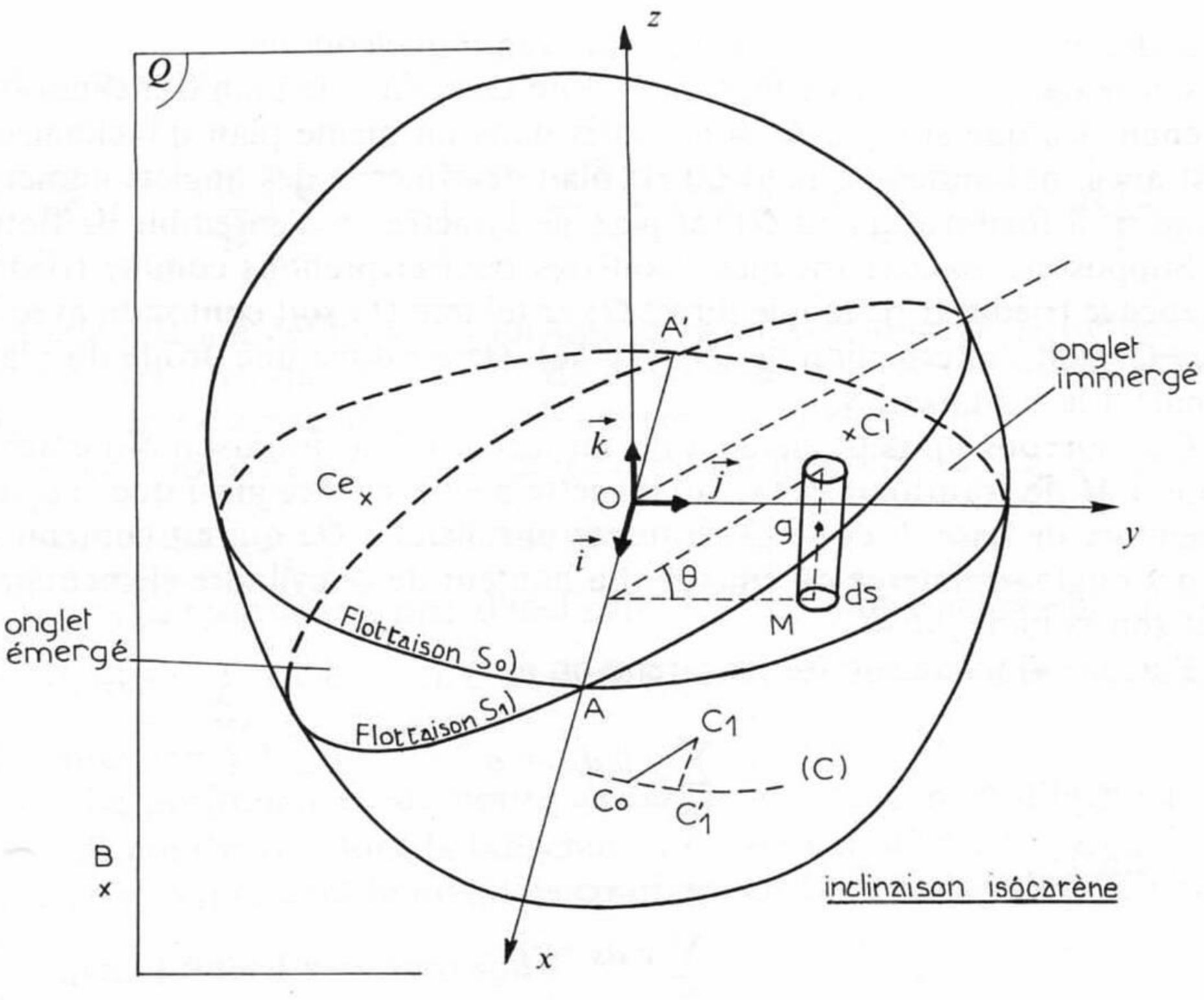


FIG. 4

La flottaison S_0) coupe la flottaison S_1), suivant l'axe d'inclinaison A'A qui rencontre en O le plan d'inclinaison (1) Q) passant par C_0. Soit θ l'angle du dièdre formé par les flottaisons S_0) et S_1).

---

(1) On rappelle qu'un plan d'inclinaison est un plan perpendiculaire à l'axe d'inclinaison.

Si v_e et C_e d'une part, v_i et C_i d'autre part sont, respectivement, les volumes et centres de volume des onglets émergé et immergé, avec $v = v_e = v_i$ puisque par hypothèse l'inclinaison est isocarène, et si B est un point quelconque, la relation (1), établie ci-dessus, peut s'écrire ici, puisque

$$\sum_i m_i = W + v - v = W$$

$$\mathbf{W}.\overrightarrow{\mathbf{BC_1}}. = W.\overrightarrow{BC_0} + v.\overrightarrow{BC_i} - v.\overrightarrow{BC_e}$$

c'est-à-dire, en prenant B en C_0 et en remarquant que

$$v\,(\overrightarrow{\mathbf{BC}_i} - \overrightarrow{BC_e}) = v.\,\overrightarrow{C_eC_i}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C_0C_1}} = \frac{v}{W}\overrightarrow{C_eC_i}$$

ce qui définit C_1 pour un angle d'inclinaison θ quelconque.

On remarque en particulier que C_1 ne reste dans le plan d'inclinaison Q) contenant C_0 que si C_e et C_i sont situés dans un même plan d'inclinaison. Il en est ainsi, notamment quand Q) est plan de symétrie des onglets immergé et émergé et, a fortiori, quand Q) est plan de symétrie de l'ensemble de flotteur.

Supposons maintenant que θ soit très petit et prenons comme trièdre de référence le trièdre trirectangle direct $Oxyz$ tel que Ox soit confondu avec $A'A$, et que Oy soit l'intersection de Q) avec S_0). Oz est donc une droite du plan Q) normale à la flottaison S_0).

Considérons un petit élément de surface ds de la flottaison S_0) entourant un point M de coordonnées (x,y,o) de cette même surface ainsi que le cylindre élémentaire de base ds et de génératrices parallèles à Oz qui est contenu dans l'un des onglets immergé ou émergé. La hauteur de ce cylindre élémentaire est $y.\theta$ et son volume $y.\theta.ds$.

Puisque l'inclinaison est isocarène on a :

$$\sum_{S_0)} y.\theta\, ds = o$$

c'est-à-dire :

$$\sum_{S_0)} y.ds = o$$

Le centre de surface de S_0) est donc situé sur Ox c'est-à-dire sur l'axe d'inclinaison. C'est *le théorème d'Euler*.

Appelons g le centre de volume, de coordonnées $\left(x, y, z = \frac{y\theta}{2}\right)$ du cylindre élémentaire considéré ci-dessus. On peut écrire également (cf. relation (1))

$$W\,.\,\overrightarrow{BC_1} = W\,.\,\overrightarrow{BC_0} + \sum_{S_0)} \overrightarrow{Bg}.\,y\;\theta\;ds$$

c'est-à-dire, en choisissant B en C_0

$$\overrightarrow{C_0C_1} = \frac{\theta}{W} \sum_{s0)} \overrightarrow{C_0g} . y \, ds$$

comme $\overrightarrow{C_0g} = \overrightarrow{C_0O} + \overrightarrow{Og}$ et que $\sum_{S_0)} y \, ds = o,$ on a encore :

$$\overrightarrow{C_0C_1} = \frac{\theta}{W} \sum_{s0)} \overrightarrow{Og} . y \, ds$$

On voit déjà que la surface $((C))$ décrite par C_1 lorsque, d'une part θ et, d'autre part, l'orientation de AA' varient, admet en C_0 un plan tangent parallèle à $S_0)$ puisque $\overrightarrow{C_0C_1}$ tend vers une direction parallèle à une droite de $S_0)$ quand θ tend vers zéro.

Comme $\overrightarrow{Og} = x\vec{i} + y\vec{j} + \frac{y\theta}{2}\vec{k}$, on a encore :

$$\overrightarrow{C_0C_1} = \frac{\theta}{W}\left[\sum_{S_0)} xy \, ds\right]\vec{i} + \frac{\theta}{W}\left[\sum_{S_0)} y^2 \, ds\right]\vec{j} + \frac{\theta^2}{2W}\left[\sum_{S_0)} y^2 \, ds\right]\vec{k}$$

Cette relation définit $\overrightarrow{C_0C_1}$ lorsque les caractéristiques de la flottaison $S_0)$ sont connues ainsi que les valeurs de θ, supposé très petit, et de W. Elle met également en évidence les propriétés supplémentaires suivantes :

— La concavité de la surface $((C))$ est dirigée vers les $z > 0$ c'est-à-dire vers $S_0)$ puisque $\frac{\theta^2}{2W} \sum_{S_0)} y^2 \, ds$ est toujours positif.

— C_1 ne reste dans le plan d'inclinaison $Q)$, pour une inclinaison infiniment petite θ, que si $\sum_{S_0)} x \, y \, ds = 0$, c'est-à-dire que si Ox est axe d'inertie principal de la flottaison $S_0)$.

— La projection C'_1 *du centre de carène* C_1 sur le plan d'inclinaison $Q)$ décrit une courbe (C) dont la tangente en C_0 est parallèle à Oy, c'est-à-dire à la flottaison $S_0)$ et dont le rayon de courbure en C_0 a pour valeur la limite de $\frac{\overrightarrow{C_0C'_1}}{\theta}$ quand θ tend vers zéro soit :

$$\frac{\sum_{S_0)} y^2 \, ds}{W}$$

C'est *le rayon métacentrique en* C_0 :

$$\rho = \frac{I}{W},$$

I étant le moment d'inertie $\sum_{S_0)} y^2.ds$ de la flottaison S_0) par rapport à l'axe ox qui, on l'a vu plus haut, passe par le centre de surface de S_0).

Les formes du flotteur et de la flottaison initiale S_0) étant quelconques, les propriétés ci-dessus sont absolument générales.

1.1.5. Dynamique du point matériel

1.1.5.1. Un point matériel M est un corps, de masse m, qui est suffisamment petit pour que sa position dans l'espace puisse être considérée comme entièrement définie par celle de son centre de gravité, situé précisément en M.

Un système de points matériels est un ensemble de points matériels M_i de masse m_i qui sont liés entre eux, soit de façon invariable (solide indéformable), soit de façon aisément déformable (particules élémentaires d'un fluide).

1.1.5.2. Dans un tel système, si le point matériel M_i exerce sur le point matériel M_j la force $\overrightarrow{F_{ij}}$, inversement, le point matériel M_j exerce sur le point matériel M_i la force $\overrightarrow{F_{ji}} = -\overrightarrow{F_{ij}}$, directement opposés à $\overrightarrow{F_{ij}}$.

$\overrightarrow{F_{ij}}$ et $\overrightarrow{F_{ji}}$ ont même ligne d'action, même module mais des sens opposés, on a donc :

$$\overrightarrow{F_{ji}} + \overrightarrow{F_{ij}} = 0$$

C'est le principe de l'égalité de l'action et de la réaction

1.1.5.3. D'autre part, lorsqu'un point matériel M_i de masse m_i n'est soumis à aucune force, s'il est au repos il reste au repos, s'il est en mouvement, ce mouvement est rectiligne et uniforme. Quand, à partir de l'état précédent, on applique à M_i une force $\vec{F}$, il se met en mouvement ou modifie son mouvement rectiligne uniforme initial de telle sorte que O étant le sommet d'un trièdre de référence *Oxyz fixe dans l'espace*, le mouvement final de M_i vérifie la relation :

$$\vec{F} = m_i \frac{d^2 \overrightarrow{OM_i}}{dt^2} = m_i \vec{\gamma_i} \tag{3}$$

C'est le *principe de l'inertie*, $\vec{\gamma_i}$ étant l'accélération du point matériel M_i par rapport au trièdre $Oxyz$.

Comme le précédent, ce principe a une origine expérimentale.

1.1.6. Théorème du mouvement du centre de gravité

Chaque point matériel M_i d'un système de points matériels bien définis subit l'action :

— d'une part de forces dites « intérieures » (1) $\overrightarrow{F_{Lji}}$ provenant de l'action de chacun des autres points M_j du système considéré. Ces forces sont concourantes en M_i. Pour chaque point M_i elles se réduisent à la résultante

$$\overrightarrow{F_{Li}} = \sum_j \overrightarrow{F_{Lji}}$$

— d'autre part de forces dites « extérieures », également concourantes en M_i où leur résultante est $\overrightarrow{F_{Ei}}$, et provenant de l'action de points matériels extérieurs au système considéré. Ces forces extérieures comportent des actions à distance, telles que celles résultant de la pesanteur, et des actions de contact provenant de l'action de points extérieurs au système mais situés au voisinage de sa limite, telles que l'action des particules d'eau au contact de la carène du navire.

Compte tenu du principe de l'inertie on a, pour chaque point matériel M_i du système considéré :

$$m_i \frac{d^2\overrightarrow{OM_i}}{dt^2} = \overrightarrow{F_{Ei}} + \overrightarrow{F_{Li}} \tag{4}$$

O étant fixe dans l'espace
et, pour l'ensemble du système :

$$\sum_i m_i \frac{d^2\overrightarrow{OM_i}}{dt^2} = \sum_i \overrightarrow{F_{Ei}} \tag{5}$$

puisque $\sum_i \overrightarrow{F_{Li}} = \sum_i \sum_j \overrightarrow{F_{Lij}} = 0$ compte tenu du principe de l'égalité de l'action de la réaction.

G étant le centre gravité du système de points matériels M_i, la relation (1) donne, après deux dérivations successives par rapport au temps

$$\frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} \sum_i m_i = \sum_i m_i \frac{d^2\overrightarrow{OM_i}}{dt^2}$$

d'où la relation fondamentale :

$$\boxed{\frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} \sum_i m_i = \sum_i \overrightarrow{F_{Ei}}} \tag{6}$$

qui s'énonce :

Dans le mouvement d'un système de points matériels M_i de masse m_i, le centre de gravité G de ces points matériels se meut, à chaque instant, comme un

---

(1) Appelées encore forces de liaison intérieures.

point matériel où serait concentrée toute la masse $\sum_i m_i$ *du système et auquel serait appliquée la résultante* $\sum_i \overrightarrow{F_{Ei}}$ *de toutes les forces extérieurs agissant sur ce système.*

1.1.7. Théorème du moment cinétique

1.1.7.1. Si le système de points matériels considéré précédemment est un système de points invariablement liés, il constitue un solide indéformable sur lequel les forces extérieures qui lui sont appliquées vont pouvoir exercer également des couples, tandis que l'ensemble des forces intérieures continue à former un système de forces équivalent à zéro par suite du principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Pour chaque point M_i nous pouvons écrire l'égalité des moments par rapport à O du vecteur du premier membre et des vecteurs du second membre de l'équation (4) et obtenir par conséquent, pour l'ensemble des points matériels M_i constituant le solide, la relation :

$$\sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, m_i \frac{d^2\overrightarrow{OM_i}}{dt^2} = \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, \overrightarrow{F_{Ei}} \tag{7}$$

$$\text{puisque } \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, \overrightarrow{F_{Li}} = 0$$

toujours compte tenu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

1.1.7.2. Si nous appelons *quantité de mouvement* du point matériel M_i le vecteur :

$$\vec{\rho}_i = m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt}$$

et moment cinétique de M_i par rapport au point O le moment par rapport à O de $\vec{\rho}_i$ c'est-à-dire :

$$\vec{\vec{H}}_{oi} = \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt},$$

le moment cinétique du solide par rapport au point O sera :

$$\vec{\vec{H}}_0 = \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt} \tag{8}$$

et sa dérivée par rapport au temps :

$$\frac{d\,\vec{\vec{H}}_0}{dt} = \sum_i \frac{d\,\overrightarrow{OM_i}}{dt} \Lambda\, m_i \frac{d\,\overrightarrow{OM_i}}{dt} + \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, m_i \frac{d^2\,\overrightarrow{OM_i}}{dt^2}$$

c'est-à-dire, puisque le premier produit vectoriel du second membre est nul par définition :

$$\frac{d\,\vec{\vec{H}}_0}{dt} = \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, m_i \frac{d^2\,\overrightarrow{OM_i}}{dt^2} \tag{9}$$

La relation (7) s'écrit donc :

$$\frac{d\,\vec{\vec{H}}_0}{dt} = \sum_i \overrightarrow{OM_i} \Lambda\, \overrightarrow{F_{Ei}} \tag{10}$$

C'est la première forme du théorème du moment cinétique. Elle n'est pas cependant d'un usage commode en dynamique du navire et nous utiliserons de préférence une relation transformée compte tenu des propriétés du centre de gravité G du solide considéré.

1.1.7.3. En posant :

$$\overrightarrow{OM_i} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM_i}$$

la relation (7) devient :

$$\sum_i (\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM_i}) \Lambda\, m_i \left(\frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} + \frac{d^2\,\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} \right) = \sum_i (\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GM_i}) \Lambda\, \overrightarrow{F_{Ei}}$$

ce qui suppose qu'au trièdre de référence fixe $Oxyz$ s'ajoute un second trièdre de référence $G\ x_1\ y_1\ z_1$ tel que les axes Gx_1, Gy_1, Gz_1 restent respectivement parallèles aux axes Ox, Oy et Oz. $Gx_1\ y_1\ z_1$ est donc animé d'une translation par rapport à $Oxyz$ qui résulte du mouvement de G par rapport à $Oxyz$.

En développant la relation précédente et en tenant compte de la relation (2) :

$$\sum_i m_i\, \overrightarrow{GM_i} = 0$$

qui donne, par double dérivation par rapport au temps :

$$\sum_i m_i \,.\, \frac{d^2\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} = 0$$

pour le mouvement du solide par rapport au trièdre $G\ x_1\ y_1\ z_1$, on obtient la relation transformée :

$$\overrightarrow{OG} \Lambda \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} \sum_i m_i + \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda\, m_i \frac{d^2\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} = \overrightarrow{OG} \Lambda \sum_i \overrightarrow{F_{Ei}} + \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda\, \overrightarrow{F_{Ei}}$$

puisque $\sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda\, m_i \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} = (\sum_i m_i\, \overrightarrow{GM_i}) \Lambda \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} = 0$

et $\sum_i \overrightarrow{OG} \Lambda\, m_i \frac{d^2\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} = \overrightarrow{OG} \Lambda \left(\sum m_i \frac{d^2\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} \right) = 0.$

D'autre part la relation (6) qui définit le mouvement de G donne, en écrivant l'égalité des moments par rapport à O de chacun de ses membres :

$$\overrightarrow{OG} \Lambda \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} \sum_i m_i = \overrightarrow{OG} \Lambda \sum_i \overrightarrow{F_{Ei}}$$

La relation transformée se réduit donc à :

$$\sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda m_i \frac{d^2\overrightarrow{GM_i}}{dt^2} = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda \overrightarrow{F_{Ei}}$$

La comparaison du premier membre de cette relation avec le second membre de la relation (9) permet d'écrire immédiatement :

$$\boxed{\frac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt} = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda \overrightarrow{F_{Ei}}} \qquad (11)$$

en posant :

$$\boxed{\vec{\vec{H}}_G = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda m_i \frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt}} \qquad (12)$$

par analogie avec la relation (8), $\vec{\vec{H}}_G$ étant le moment cinétique par rapport au centre de gravité G du solide dans son mouvement relatif par rapport au trièdre de référence $G\ x_1\ y_1\ z_1$ défini plus haut, mouvement qui est encore appelé mouvement relatif autour de G.

La seconde expression du *théorème du moment cinétique*, que nous utiliserons seule dans tout ce qui suit et qui correspond à la relation (11), s'énonce donc :

Dans le mouvement d'un solide, à chaque instant, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique de ce solide par rapport à son centre de gravité G, dans son mouvement relatif autour de G, est égale au moment résultant par rapport à G de l'ensemble des forces extérieures appliquées au solide.

1.2. SYSTÈME DE RÉFÉRENCE UTILISÉ POUR DÉFINIR LES MOUVEMENTS DU NAVIRE

1.2.1. La décomposition des mouvements du navire doit, à la fois, être vérifiée par l'expérience courante et faciliter le calcul.

A la translation rectiligne uniforme du navire en route libre par mer calme se superposent toujours des mouvements de plate-forme. On va donc faire coïncider ce schéma, qui résulte de l'observation, avec celui que suggère le théorème du mouvement du centre de gravité et le théorème du moment cinétique.

1.2.2. Le mouvement absolu du navire est défini par rapport à un trièdre $OXYZ$ trirectangle direct fixe dans l'espace et tel que OZ soit la verticale ascendante.

$\vec{I}$, $\vec{J}$ et $\vec{K}$ sont, respectivement, les vecteurs unités de OX, OY et OZ.

On considère ensuite deux trièdes trirectangles directs $G\ X_1\ Y_1\ Z_1$ et $G\ xyz$ de sommet le centre de gravité G du navire.

Les axes GX_1, GY_1 et GZ_1 sont respectivement parallèles à OX, OY et OZ. Leur direction est donc fixe dans l'espace.

Le second trièdre $G\ xyz$ est lié au navire. Le plan zGx est le plan de symétrie longitudinal du navire. L'axe Gz est perpendiculaire à la flottaison de référence. L'axe Gx est l'axe longitudinal dirigé vers l'avant. Gy est donc l'axe transversal dirigé vers babord. Enfin, $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont, respectivement, les vecteurs unités des axes Gx, Gy et Gz.

Dans la situation initiale du navire, correspondant à la flottaison droite de référence S_0) Gx, Gy et Gz coïncident respectivement avec GX_1, GY_1 et GZ_1.

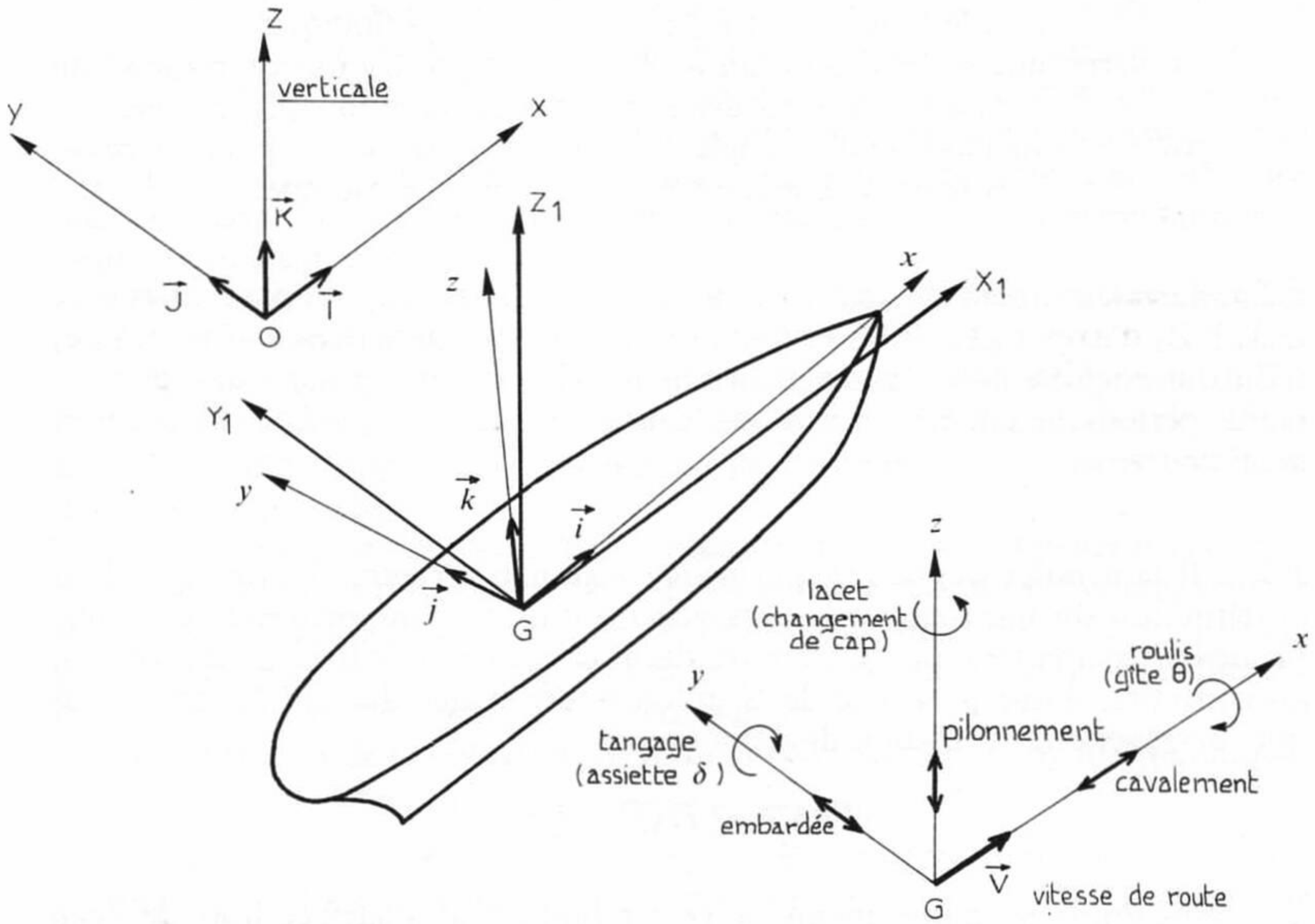


FIG. 5

1.2.3. *Le mouvement d'ensemble du navire* comprend une translation d'entraînement du trièdre $G\ X_1\ Y_1\ Z_1$ par rapport à $OXYZ$ et une rotation relative du trièdre $G\ xyz$, donc du navire, par rapport à $G\ X_1\ Y_1\ Z_1$.

1.2.4. *La translation d'entraînement de G X_1 Y_1 Z_1* est définie par la vitesse de G par rapport à $OXYZ$. Cette vitesse comprend :

— *une vitesse de route V*, constante ou lentement variable en intensité ou en direction, mais toujours parallèle au plan horizontal XOY et à laquelle correspond une position moyenne G_0 du centre de gravité G.

— des composantes suivant Gx, Gy et Gz correspondant à des mouvements d'amplitude limitée ayant le caractère d'oscillations plus ou moins périodiques de G autour de G_0 et appelés :

Cavalement pour les oscillation suivant Gx
Embardée pour les oscillations suivant Gy
Pilonnement pour les oscillation suivant Gz

1.2.5. *La rotation relative de G xyz* est définie par ses composantes suivant les trois axes de coordonnées. L'ordre dans lequel sont définies ces composantes n'est pas indifférent. Dans l'hypothèse ou une seule de ces composantes existe, nous appellerons :

Changement de cap, une rotation autour de Gz qui correspond au *lacet* si le mouvement est plus ou moins périodique;

Assiette, une inclinaison d'un angle δ autour de Gy qui correspond au *tangage* si le mouvement est plus ou moins périodique;

Gîte, une inclinaison d'un angle θ autour de Gx qui correspond au *roulis* si le mouvement est plus ou moins périodique.

1.2.6. Le mouvement du trièdre $G\ xyz$, lié au navire, par rapport au trièdre $G_0X_0Y_0Z_0$ d'axes G_0X_0, G_0Y_0 et G_0Z_0 respectivement parallèles à GX_1, GY_1 et GZ_1, qui englobe donc les six mouvements élémentaires à caractère plus ou moins périodique énumérés ci-dessus, constitue ce qu'on appelle *le mouvement de plate-forme*.

1.2.7. Il faut noter que *le rôle particulier joué par le centre de gravité G* dans la définition du mouvement le plus général du navire ne provient pas d'une propriété cinématique particulière résultant d'une sorte de liaison. Il provient, au contraire, d'une propriété de G qu'on pourrait qualifier de dynamique et qui correspond à sa relation de définition :

$$\sum_i m_i . \overrightarrow{GM_i} = 0$$

Sans doute les mouvements de G par rapport à la surface libre de l'eau sont-ils limités naturellement dans le cas d'un navire de surface, mais il en est de même pour les autres points du navire et, d'autre part, les propriétés particulières du centre de gravité subsistent dans le cas d'un navire sous-marin.

Nous verrons ultérieurement, lors de l'étude de certains mouvements de plate-forme, que le centre de gravité est, en quelque sorte, le point « le plus tranquille » du navire. Ce fait est confirmé par l'expérience.

1.3. LES FORCES APPLIQUÉES AU NAVIRE

1.3.1. Dans tout ce qui suit, les divers systèmes de forces, qui constituent les forces extérieures $\overrightarrow{F_{Ei}}$ prises en compte dans les théorèmes généraux de la mécanique rappelés plus haut, seront toujours définis par les éléments (résultante et moment) de leur réduction au centre de gravité G du navire.

1.3.2. Nous sommes amenés à distinguer parmi ces systèmes de forces, trois catégories distinctes :

a) *Les forces dues à la pesanteur* caractérisées par le vecteur accélération $\vec{g}$ parallèle à GZ_1.

On sait que ces forces parallèles admettent en G une résultante unique $\vec{P} = M\vec{g}$ qui est le poids ou déplacement du navire de masse M.

b) *Les forces hydrodynamiques* exercées sur la carène proprement dite par les particules d'eau en mouvement relatif par rapport à cette carène.

L'étude de ces forces relève de l'hydrodynamique navale qui est une application de la mécanique des fluides incompressibles à l'écoulement de l'eau autour du navire. Une telle étude est fort complexe et ne pourra être abordée que de façon très fragmentaire et incomplète dans le cadre nécessairement limité du présent exposé.

Pour simplifier, tout en restant rigoureux, nous diviserons arbitrairement ces forces en deux éléments :

— d'une part, une *poussée hydrodynamique dite conventionnelle* due à l'action de l'eau en mouvement, considérée comme un fluide parfait, sur le navire supposé stoppé. Nous verrons au paragraphe 1.3.3. ci-après comment définir cette poussée.

— d'autre part *des forces hydrodynamiques* que nous appellerons *complémentaires* qui tiendront compte de tous les autres facteurs intervenant dans le mouvement étudié tels que : vitesse de route du navire, forces de viscosité et d'une façon plus générale, tous les éléments non considérés dans la définition de la poussée hydrodynamique conventionnelle.

Les éléments de la réduction en G du système des forces hydrodynamiques complémentaires seront la résultante $\vec{\mathscr{F}}$ et le moment $\vec{\mathscr{M}}$.

C'est donc sur $\vec{\mathscr{F}}$ et $\vec{\mathscr{M}}$ que vont se reporter toutes les difficultés d'estimation. Nous ne chercherons à préciser leur valeur qu'à l'occasion de l'étude de certains mouvements élémentaires importants du navire qui sera faite ultérieurement.

c) *Les forces dites « extérieures »*

Par définition, ces forces comprendront toutes les forces extérieures appliquées au navire à l'exception du poids et des forces hydrodynamiques

visés en a) et b) ci-dessus. Le terme « extérieur » a donc ici un sens plus restreint que pour les forces $\overrightarrow{F_{Ei}}$ considérées dans les théorèmes généraux de la mécanique.

Ces forces, que nous appellerons donc désormais « extérieures », vont comprendre des forces d'origines très diverses telles que :

— Action d'une remorque ou d'une amarre,
— Embarquement d'une charge supplémentaire,
— Action du vent,
— Action de l'eau sur le gouvernail,
— Effet d'un stabilisateur de roulis,
— Poussée de l'hélice, etc.

Bien que de nature hydrodynamique, l'action de l'eau sur le gouvernail ou sur un stabilisateur de roulis, ou encore la poussée de l'hélice, seront considérées comme des forces extérieures, par opposition aux forces hydrodynamiques qui agissent directement sur la carène proprement dite, car il s'agit ici des forces appliquées volontairement au navire dans un but précis et non pas de forces subies par le navire comme la poussée hydrodynamique ou la résistance opposée par l'eau à la marche du navire. Une telle distinction n'en demeure pas moins artificielle. Il est évident, par exemple, que l'action de l'eau sur la carène et sur le gouvernail forme un tout puisque l'écoulement relatif de l'eau autour de l'ensemble (carène + gouvernail) constitue un phénomène unique. Il en est de même pour la poussée de l'hélice et la résistance à la marche.

Les éléments de la réduction en G du système des forces extérieures seront la résultante $\vec{F}$ et le moment $\vec{\vec{M}}$.

1.3.3. Définition de la poussée hydrodynamique dite conventionnelle

1.3.3.1. La définition de cette poussée facilite l'étude du mouvement du centre de gravité du navire en eau agitée s'il est stoppé ou, même, en route mer de travers mais alors à vitesse uniforme.

1.3.3.2. Nous supposons le navire stoppé et soumis seulement à des mouvements de plate-forme. L'eau, calme ou agitée, est considérée comme un fluide incompressible parfait.

Soit E) la surface, fermée par la surface de flottaison, qui, à l'instant t délimite sur le navire une carène (W) de volume W.

La poussée hydrodynamique est définie alors à partir des deux hypothèses suivantes :

1.3.3.3. 1re hypothèse : En présence du navire, les particules d'eau extérieures à la surface E) exercent sur tout élément de surface ds de E) la même pression $\vec{p}$ que si, le navire étant supposé enlevé, le volume délimité par E) contenait également de l'eau. C'est, en pratique, l'hypothèse de Froude-Krylov.

L'ensemble des particules d'eau de volume élémentaire dv, de masse spécifique ρ, d'accélération $\vec{\gamma}$ dans leur mouvement propre et qui sont situées à l'intérieur de E) serait alors en équilibre dynamique sous l'action du système des forces de surface $\vec{p}\ ds$.

Compte tenu de la relation (5) établie précédemment, on aurait donc :

$$\sum_{(W)} \rho\, \vec{\gamma}\, dv = \sum_{(W)} \rho\, \vec{g}\, dv + \sum_{(E)} \vec{p}\, ds$$

$\vec{g}$ étant toujours l'accélération de la pesanteur.

A l'instant t, le système des forces de surface exercées par l'eau sur la carène a donc pour expression :

$$\sum_{E)} \vec{p}\, ds = -\, \rho \sum_{(W)} (\vec{g} - \vec{\gamma})\, dv$$

Cette hypothèse conduit à négliger l'effet de la viscosité de l'eau et celui des remous de l'écoulement autour de la carène dont les forces hydrodynamiques complémentaires pourront tenir compte si nécessaire.

1.3.3.4. 2e hypothèse : En l'absence du navire, la surface E) délimitant la carène (W) du navire stoppé contiendrait, à tout instant, le même ensemble de particules d'eau.

On peut alors définir le centre de gravité de cet ensemble de particules, qui est le centre de volume C, ou centre de carène, de la carène (W) et lui appliquer la relation (6), ce qui donne :

$$\boxed{\sum_{E)} \vec{p}\, ds = -\, \rho\, W\, (\vec{g} - \vec{\gamma_c})} \qquad (13)$$

γ_c étant l'accélération du centre de volume C.

La résultante du système des forces de surface $\sum_{E)} \vec{p}\, ds$ exercées par l'eau sur la carène est donc la *poussée hydrodynamique* $-\, \rho\, W\, (\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ appliquée au centre du carène C. Cette poussée est dirigée suivant la *verticale apparente* en C de direction $(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$. Elle est égale, mais opposée, au *poids apparent* $\vec{P_a} = \rho\, W\, (\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ de la masse d'eau déplacée par le navire, dans son mouvement propre, le navire étant supposée absent. Enfin, elle est conventionnelle en raison des deux hypothèses qui sont à l'origine de sa définition.

La relation (13) est alors l'*expression généralisée du principe d'Archimède;*

1.3.3.5. La seconde des hypothèses faites ci-dessus correspond à une approximation plus ou moins bonne suivant la nature de l'agitation de l'eau et les formes de la carène. Rigoureuse en eau calme, elle reste valable en présence d'une houle relativement régulière et de grande longueur d'onde comparativement à la dimension du navire comptée perpendiculairement à la direction de propagation.

Cette seconde hypothèse peut être ajustée en admettant que la surface *E*) englobe non seulement la carène du navire mais, également, une certaine quantité d'eau considérée comme entraînée dans le mouvement du navire.

La notion d'*eau entraînée* apparaît d'ailleurs dans l'étude de tous les mouvements non permanents rencontrés en dynamique du navire, qu'il s'agisse des mouvements de plate-forme du navire stoppé ou de l'accélération et du freinage du navire en route libre. La quantité d'eau entraînée varie selon le mouvement considéré. Sa détermination est expérimentale. Elle peut atteindre 10 % du déplacement du navire.

L'eau entraînée doit être prise en compte non seulement dans la force hydrodynamique en cause mais, également dans la masse M du navire, qui doit correspondre à la définition de l'enveloppe E) de la carène fictive ainsi considérée, ainsi que pour définir la position du centre de gravité.

1.3.3.6. En définitive, on peut dire que l'erreur introduite dans les calculs par les hypothèses ci-dessus, et particulièrement la seconde, est le plus souvent masquée par une imprécision inéluctable de la définition de l'état de la mer réelle.

1.4. ÉQUATIONS GÉNÉRALES DU MOUVEMENT DU NAVIRE

1.4.1. Les forces qui agissent sur le navire étant ainsi inventoriées et supposées définies, il nous suffit, pour écrire les équations qui régissent le mouvement le plus général de ce navire, de lui appliquer le théorème du mouvement du centre de gravité et le théorème du moment cinétique. On obtient immédiatement :

$$\boxed{M\,\vec{\gamma}_G = \vec{M}\vec{g} - \rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma}_C) + \vec{\mathscr{F}} + \vec{F}} \qquad (14)$$

$$\boxed{\frac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt} = \vec{GC}\,\Lambda\,[-\rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma}_C)] + \vec{\vec{\mathscr{M}}} + \vec{\vec{M}}} \qquad (15)$$

1.4.2. On rappelle les notations utilisées :

$\vec{P} = M\vec{g}$ est le poids du navire, appliqué au centre de gravité G,

$\vec{\gamma}_G$ est l'accélération de G par rapport à des axes fixes $OXYZ$,

$\vec{\gamma}_C$ est l'accélération, par rapport à ces mêmes axes, du centre C du volume occupé par la carène, dans son mouvement propre en l'absence du navire,

W est le volume de cette carène.

$-\rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma}_c)$ est la poussée hydrodynamique exercée par l'eau sur la carène et appliquée en C, ρ étant la masse spécifique de l'eau.

$\vec{\vec{H}}_G = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda\, m_i \dfrac{d\,\overrightarrow{GM_i}}{dt}$ est le moment cinétique, par rapport au centre de gravité G, du navire dans sa rotation relative autour de G par rapport à des axes d'orientation fixe $G\ X_1 Y_1 Z_1$.

La force $\vec{\mathscr{F}}$ et le moment $\vec{\mathscr{M}}$ sont les éléments de la réduction en G des forces hydrodynamiques complémentaires qui agissent sur la carène proprement dite, en plus de la poussée hydrodynamique conventionnelle $-\ \rho_W (\vec{g} - \vec{\gamma_c})$.

Enfin, la force $\vec{F}$ et le moment $\vec{\vec{M}}$ sont les éléments de la réduction en G des forces dites « extérieures », c'est-à-dire de toutes les forces extérieures qui agissent sur le navire sauf le poids, la poussée hydrodynamique et les forces hydrodynamiques complémentaires.

1.4.3. A ces deux équations vectorielles (14) et (15) correspond en projection sur les axes de coordonnées, un système de six équations définissant les six paramètres traduisant les six degrés de liberté du navire, à savoir, avec le système de référence choisi :

- Les trois coordonnées du centre de gravité G par rapport à $OXYZ$,
- Les trois composantes de la rotation du navire autour de G par rapport à $GX_1\ Y_1\ Z_1$.

1.4.4. Les équations générales (14) et (15) ainsi définies sont rigoureuses et le problème va consister maintenant à les expliciter et à les résoudre.

Les difficultés vont alors résider, d'une part dans la définition mathématique — d'ailleurs quasi impossible — de l'état de la mer réelle ainsi que dans le calcul des forces hydrodynamiques mises en jeu et, d'autre part, dans la complexité de l'appareil mathématique à mettre en œuvre pour résoudre le système complet de ces équations.

En pratique, il faudra recourir à des simplifications et des schématisations.

La première de ces simplifications va consister à n'étudier, d'abord, que certains mouvements élémentaires particuliers.

Ces mouvements particuliers sont d'ailleurs les plus importants en pratique. Il s'agit essentiellement :

— du déplacement du navire à vitesse uniforme en eau calme,
— des évolutions en eau calme,
— du roulis et du tangage sur houle régulière.

On pourra aborder ensuite une étude plus générale du comportement du navire à la mer, mais en négligeant alors des facteurs d'importance secondaire.

Dans cet esprit nous allons examiner comment le système des équations (14) et (15) peut se simplifier, d'abord pour la propulsion rectiligne en eau calme, ensuite pour certains mouvements de plate-forme, enfin pour les évolutions en eau calme.

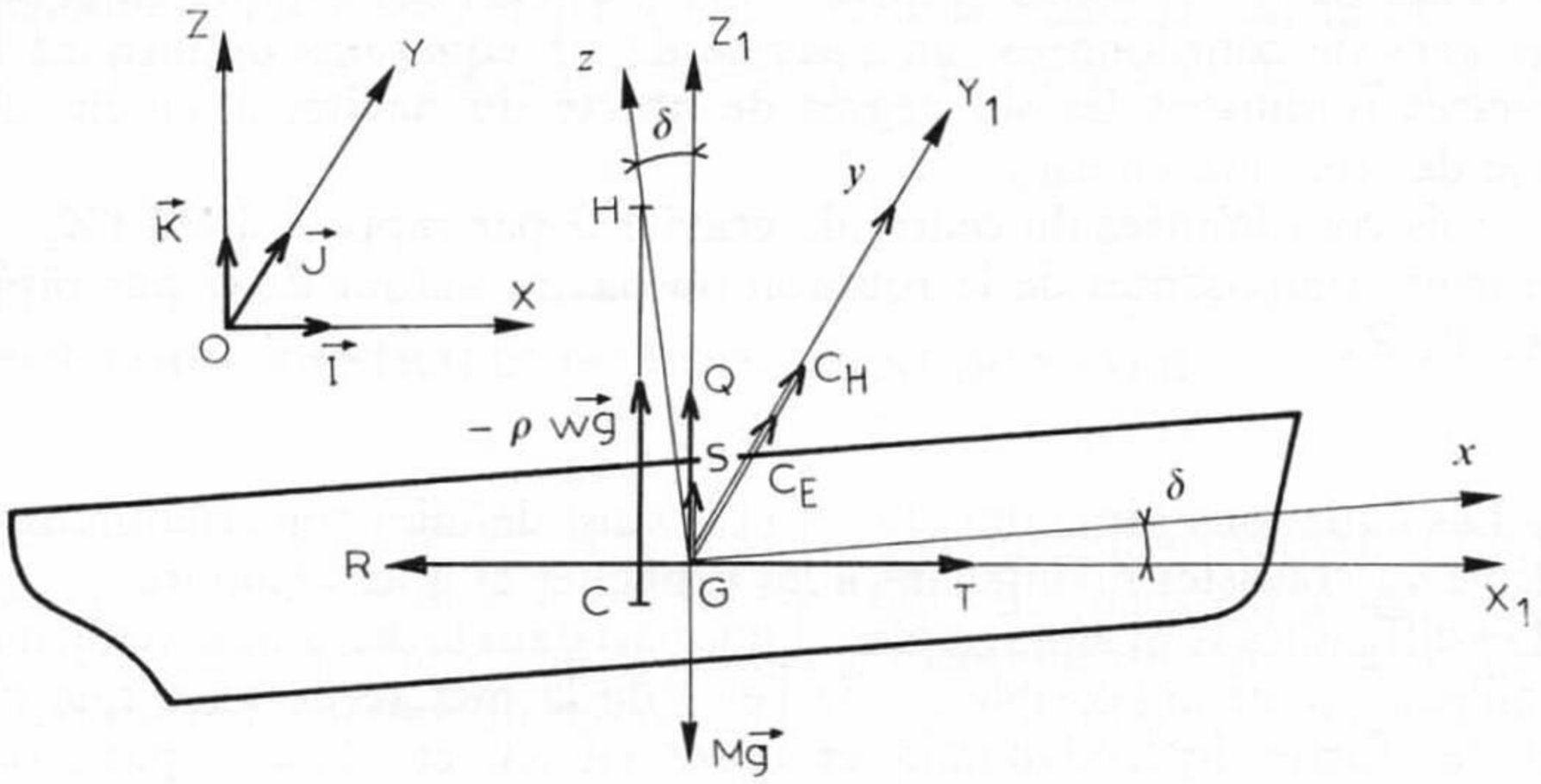
1.5. TRANSLATION RECTILIGNE DU NAVIRE EN EAU CALME (sans dérive)

Par hypothèse on a $\vec{\gamma_c} = 0$ (1), et $\dfrac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt} = 0$.

On admet également que la vitesse de route $\vec{V}$ horizontale et parallèle à $G\ X_1$, reste dans le plan de symétrie longitudinal $z\ G\ x$ du navire supposé vertical (2).

Les équations vectorielles du mouvement s'écrivent alors dans le système de référence défini plus haut :

$$\begin{cases} M \dfrac{d^2X}{dt^2}\vec{I} = M\vec{g} - \rho W\vec{g} + \vec{\mathcal{F}} + \vec{F} \\ O = \overrightarrow{GC} \Lambda (-\rho\, W\vec{g}) + \vec{\vec{\mathcal{M}}} + \vec{\vec{M}} \end{cases}$$



Par raison de symétrie, la réduction en G des forces hydrodynamiques complémentaires devient :

$$\begin{cases} \vec{\mathcal{F}} = R\vec{I} + Q\vec{K} \\ \vec{\vec{\mathcal{M}}} = C_H\,\vec{J} \end{cases}$$

On admet d'autre part que les seules forces extérieures appliquées sont celles nécessaires à la propulsion (traction d'une remorque ou poussée de l'hélice) d'où :

$$\begin{cases} \vec{F} = T\vec{I} + S\vec{K} \\ \vec{\vec{M}} = C_E\,\vec{J} \end{cases}$$

---

(1) A $\vec{\gamma_c} = 0$ correspond alors la poussée hydrodynamique conventionnelle en eau calme (cf. paragraphe 1.3.3.), c'est-à-dire la poussée $-\rho\, W\vec{g}$.

(2) Dans le cas de la propulsion à voile cette hypothèse serait à modifier.

Enfin, avec les notations de la figure ci-dessus on a :

$$\overrightarrow{GC} \Lambda (- \rho \vec{Wg}) = (\rho Wg . GH . \sin \delta) \vec{J}$$

Dans ces conditions les équations vectorielles du mouvement donnent :

— en projection sur OX : $\boxed{M \frac{d^2X}{dt^2} = R + T}$ (16)

— en projection sur OZ : $Mg - \rho Wg + Q + S = 0$
— en projection sur OY : $\rho Wg . GH . \sin \delta + C_H + C_E = 0.$

La première de ces relations donne la loi du mouvement rectiligne de G parallèlement à OX. Quand $R + T = 0$ le mouvement est uniforme et, en projection sur GX_1, la force propulsive T est égale mais de sens contraire à la résistance R opposée par l'eau à la marche du navire. Cette résistance R est fonction de la vitesse V et nous l'étudierons plus en détail ultérieurement.

La seconde relation permet de calculer la variation (ou déjaugeage) du volume de carène W du navire en marche compte tenu de la portance hydrodynamique Q et de la composante verticale S de la force assurant la propulsion. Si, pour les navires courants, cet effet est le plus souvent négligeable, il devient essentiel pour les navires non conventionnels.

Enfin la dernière relation donne l'assiette du navire en route c'est-à-dire l'angle de l'axe longitudinal Gx avec l'horizontale GX_1.

1.6. GÉNÉRALITÉS SUR LES MOUVEMENTS DE PLATE-FORME

Les mouvements de plate-forme résultent du mouvement du trièdre $G\,xyz$ lié au navire par rapport au trièdre $G_0X_0Y_0Z_0$ ainsi défini : G_0 est la position

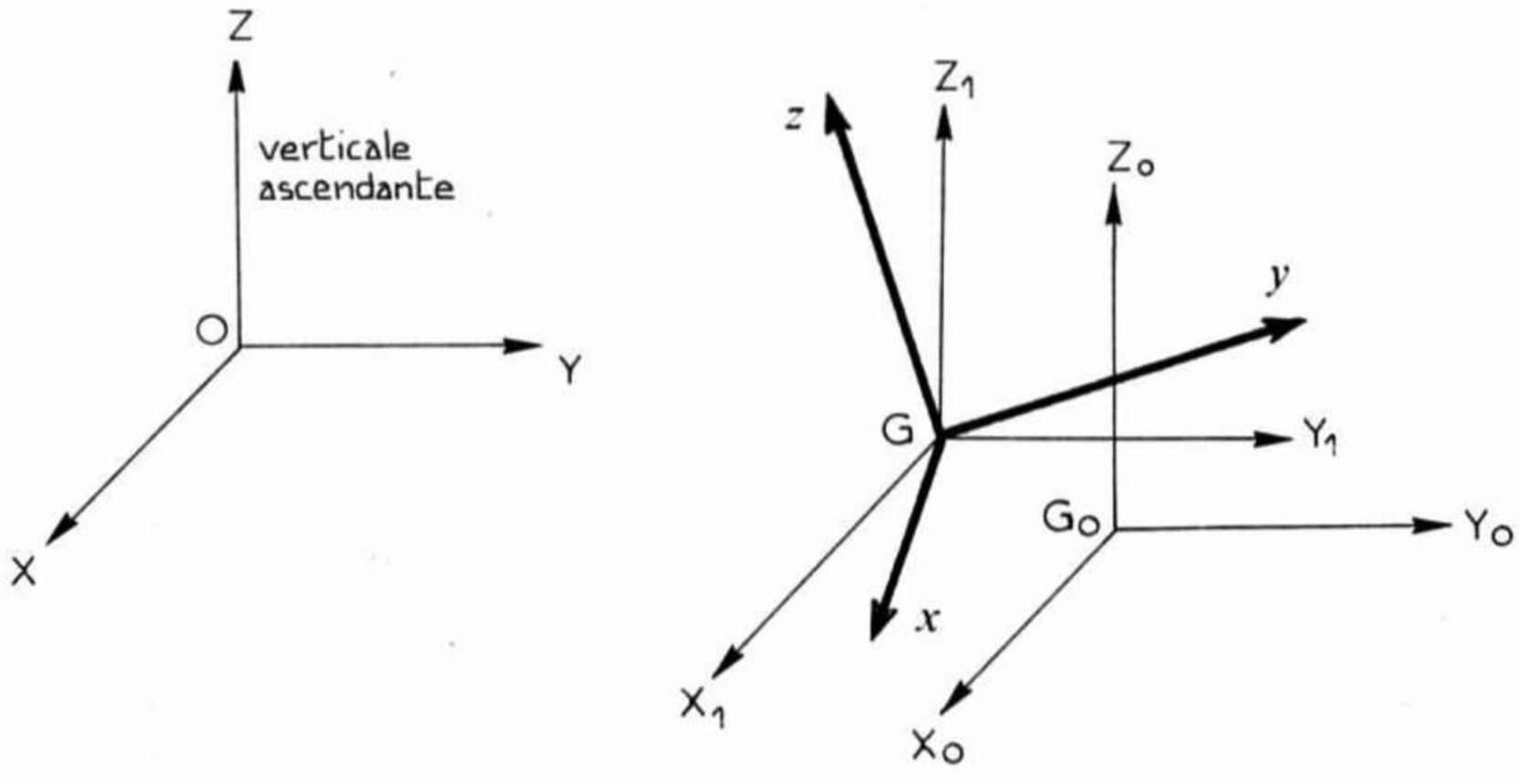


FIG. 7

moyenne du centre de gravité G supposé animé d'une vitesse $\overrightarrow{V_0}$ horizontale uniforme ou lentement variable en intensité ou en direction, tandis que les axes G_0X_0, G_0Y_0 et G_0Y_0 restent parallèles, respectivement, aux axes de direction fixe OX, OY et OZ (cf. paragraphe 1.2.6).

Dans tout ce qui suit nous supposerons de plus que la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ de G_0 est, soit nulle, soit uniforme. Le navire est donc stoppé ou en route rectiligne à vitesse constante.

Dans cette hypothèse, l'accélération $\overrightarrow{\gamma_{G0}}$ de G_0 est nulle et, dans l'équation (14), les termes constants de $\overrightarrow{\mathscr{F}}$ et $\vec{F}$ s'annulent mutuellement.

Les accélérations $\overrightarrow{\gamma_G}$ et $\overrightarrow{\gamma_C}$ sont donc les mêmes par rapport au trièdre $G_0X_0Y_0Z_0$ que par rapport au trièdre fixe $OXYZ$. La dérivée du moment cinétique du navire en G par rapport à $GX_1Y_1Z_1$, $\dfrac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt}$, garde la même expression.

L'équation définissant le mouvement de G par rapport à $G_0X_0Y_0Z_0$ restera donc la relation (14) dans laquelle pourront être supprimés les termes constants de $\overrightarrow{\mathscr{F}}$ et $\vec{F}$, mais où, en toute rigueur, les termes variables de $\overrightarrow{\mathscr{F}}$ qui subsistent devront être modifiés pour tenir compte de l'action de la vitesse relative de l'eau $-\overrightarrow{V_0}$ par rapport au navire.

Quant à la rotation relative du navire par rapport au trièdre $GX_1Y_1Z_1$ elle reste régie par la relation (15) dans laquelle le moment $\vec{\mathscr{M}}$ des forces hydrodynamiques complémentaires est fonction de la vitesse relative de l'eau $-\overrightarrow{V_0}$.

Pour simplifier l'exposé, nous admettrons dans tout ce qui suit que $\overrightarrow{V_0}$ est nulle (navire stoppé) et nous étudierons les mouvements de plate-forme comme étant les mouvements de $Gxyz$ par rapport à $OXYZ$. Nous retiendrons que les résultats de cette étude ne pourront être transposés à l'étude du mouvement de $Gxyz$ par rapport à $G_0X_0Y_0Z_0$ supposé animé d'une translation rectiligne uniforme $\overrightarrow{V_0}$ qu'en tenant compte de la vitesse relative $-\overrightarrow{V_0}$ de l'eau dans l'expression des forces hydrodynamiques, spécialement dans $\vec{\mathscr{M}}$.

1.7. MOUVEMENT DU CENTRE DE GRAVITÉ DU NAVIRE STOPPÉ SUR HOULE

On a vu que ce mouvement était régi par la relation (14)

$$M\overrightarrow{\gamma_G} = M\vec{g} - \rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma_c}) + \overrightarrow{\mathscr{F}} + \vec{F}$$

qui définit donc le mouvement d'entraînement du trièdre $GX_1Y_1Z_1$.

Supposons que le navire stoppé ne soit soumis à aucune force extérieure, pas même celles qui résulteraient des efforts dus aux amarres ou à de brusques rafales de vent et que, de plus, la seconde hypothèse 1.3.3. soit bien vérifiée.

$\vec{F}$ et $\vec{\mathscr{F}}$ sont alors nuls. Ce sera par exemple la situation d'un navire stoppé au large et dont les dimensions restent petites relativement à la longueur d'onde de la houle régulière à laquelle il est soumis. On aura alors :

$$\boxed{M\,(\vec{g} - \vec{\gamma_G}) - \rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma_c}) = 0}$$

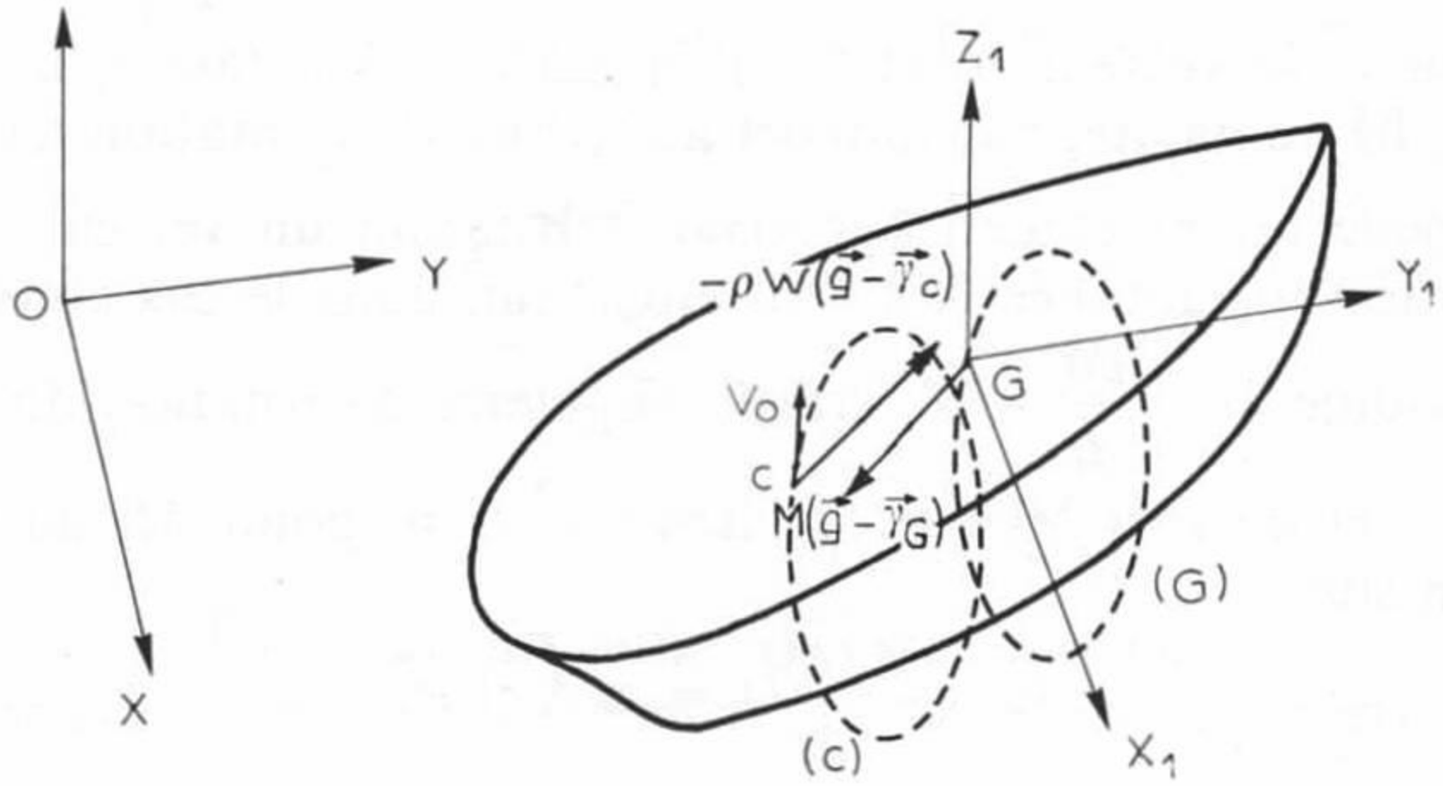


FIG. 8

A l'équilibre on a $M = \rho\, W$. Comme M est constant et que la seconde hypothèse du paragraphe 1.3.3. est supposée vérifiée, on a donc $M = \rho W$ à chaque instant et, par conséquent,

$$\vec{\gamma_G} = \vec{\gamma_c}$$

également à chaque instant.

Si, à l'instant initial, le point G est en G_1 et le point C en C_1 et si G a alors même vecteur vitesse $\vec{V_1}$ que C, on en conclut que le centre de gravité G décrit une trajectoire (G) qui se déduit de la trajectoire (C) du centre de carène C par une translation $\overrightarrow{C_1G_1}$.

Le vecteur $(\vec{g} - \vec{\gamma_G})$ représente l'accélération de la *pesanteur apparente en* G et sa direction est la *verticale apparente en* G.

1.8. ROTATION RELATIVE AUTOUR DU CENTRE DE GRAVITÉ DU NAVIRE STOPPÉ

1.8.1. Equation générale

Ici encore, nous supposerons que le navire stoppé n'est soumis à aucune force dite « extérieure ». On a donc également $\vec{\vec{M}} = 0$ et l'équation (15) qui définit le mouvement relatif devient :

$$\boxed{\frac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt} = \overrightarrow{GC} \Lambda\,[-\,\rho\, W\,(\vec{g} - \vec{\gamma_c})] + \vec{\vec{\mathscr{M}}}} \qquad (17)$$

Pour étudier ce mouvement il nous faut donc connaître $\frac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt}$ et, par conséquent, $\vec{\vec{H}}_G$.

1.8.2. Calcul du moment cinétique $\vec{\vec{H}}_G$

Appelons $\vec{\omega}$ le vecteur rotation définissant, à l'instant t, la rotation du trièdre $Gxyz$, lié au navire, par rapport au trièdre d'orientation fixe $GX_1Y_1Z_1$.

On rappelle qu'on entend par vecteur rotation un vecteur de direction l'axe de rotation instantanée Δ à l'instant t qui, dans le cas considéré, passe par G, de module $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \theta'$, vitesse angulaire de rotation du navire à ce même instant, et de sens tel que la vitesse $\vec{V}_i$ d'un point M_i du navire dans cette rotation soit

$$\vec{V}_i = \frac{d\,\overrightarrow{GM_i}}{dt} = \vec{\omega} \Lambda \overrightarrow{GM_i}$$

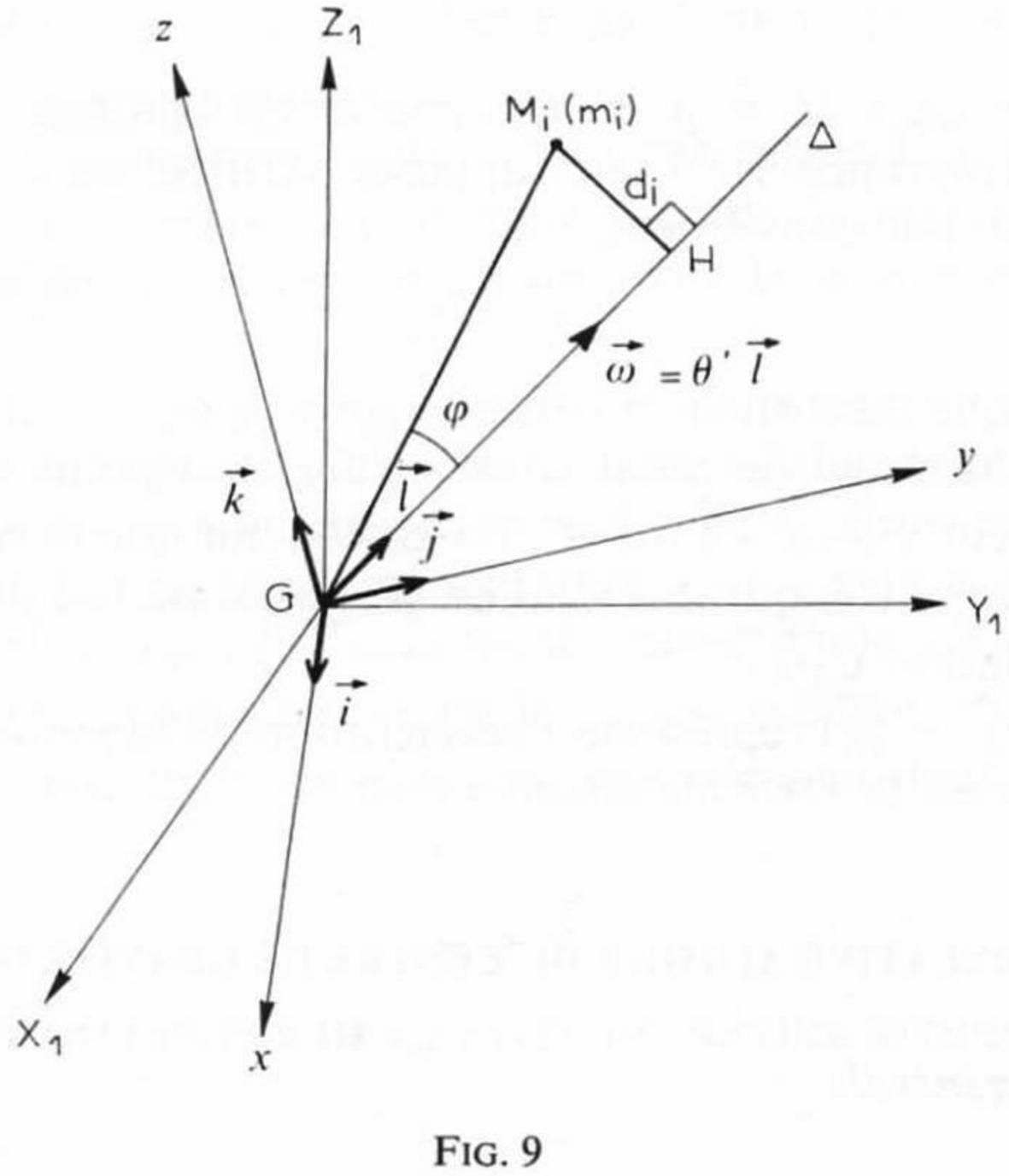


FIG. 9

On vérifie que l'on a bien, avec cette définition, $V_i = \omega.GM_i \sin \varphi$, φ étant l'angle inférieur à π de la rotation qui fait coïncider $\vec{\omega}$ avec $\overrightarrow{GM_i}$, c'est-à-dire, en appelant $d_i = GM_i.\sin \varphi$ la distance du point M_i à l'axe de rotation Δ,

$$V_i = \omega.d_i.$$

Le moment cinétique $\vec{\vec{H}}_G$ du navire dans sa rotation relative autour de G a pour expression :

$$\vec{\vec{H}}_G = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda m_i \frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt},$$

la somme $\sum_i$ étant étendue à tous les points matériels M_i de masse m_i constituant le navire. On a, d'autre part, comme on vient de le voir :

$$\frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt} = \vec{\omega} \Lambda \overrightarrow{GM_i}$$

Posons

$$\vec{\omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$$

et

$$\vec{\vec{H}}_G = H_x\vec{i} + H_y\vec{j} + H_z\vec{k}$$

en appelant $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ les vecteurs unités de Gx, Gy et Gz.

Nous pouvons calculer facilement les produits vectoriels qui donnent $\frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt}$ *et* $\vec{\vec{H}}_G$ à partir du tableau à double entrée ci-dessous :

	Gx $\vec{i}$	Gy $\vec{j}$	Gz $\vec{k}$
$\vec{\omega}$	p	q	r
$\overrightarrow{GM_i}$	x_i	y_i	z_i
$\frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt} = \vec{\omega} \Lambda \overrightarrow{GM_i}$	$qz_i - ry_i$	$rx_i - pz_i$	$py_i - qx_i$
$\vec{\vec{H}}_G = \sum_i \overrightarrow{GM_i} \Lambda m_i \frac{d\overrightarrow{GM_i}}{dt}$	H_x	H_y	H_z

On obtient
$$\begin{cases} H_x = \sum_i m_i \left[y_i (py_i - qx_i) - z_i (rx_i - pz_i)\right] \\ H_y = \sum_i m_i \left[z_i (qz_i - ry_i) - x_i (py_i - qx_i)\right] \\ H_z = \sum_i m_i \left[x_i (rx_i - pz_i) - y_i (qz_i - ry_i)\right] \end{cases}$$

En développant les expressions ci-dessus et en posant :

$$\begin{cases} A = \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) \\ B = \sum_i m_i (z_i^2 + x_i^2) \\ C = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} D = \sum_i m_i y_i z_i \\ E = \sum_i m_i z_i x_i \\ F = \sum_i m_i x_i y_i \end{cases}$$

on obtient en définitive $\begin{cases} H_x = Ap - Fq - Er \\ H_y = Bq - Dr - Fp \\ H_z = Cr - Ep - Dq \end{cases}$

ce qui définit complètement $\vec{\vec{H}}_G$.

A, B et C sont ici les moments d'inertie du navire, respectivement par rapport à Gx, Gy et Gz, tandis que D, E et F sont les moments produits correspondants.

On rappelle que le moment d'inertie I_Δ par rapport à un axe Δ d'un ensemble de points matériels M_i de masses m_i et situés à la distance d_i de cet axe, a pour valeur $I_\Delta = \sum_i m_i d_i^2$.

Si l'axe Δ a pour vecteur unité $\vec{l} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}$ un calcul simple montre que :

$$I_\Delta = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 - 2D\beta\gamma - 2E\gamma\alpha - 2F\alpha\beta$$

avec la définition ci-dessus de A, B, C, D, E et F.

1.8.3. Oscillation du navire autour de Gy ou tangage pur

Sur un navire, le plan de symétrie longitudinal de la carène $z\,G\,x$ est également, en général, plan de symétrie de la coque et des installations, tout au moins de façon très approchée.

A tout point matériel du navire de masse m_i et de coordonnées x_i, y_i, z_i on peut donc associer un autre point matériel de ce navire de même masse m_i et de coordonnées x_i, $-y_i$, z_i, par définition de cette symétrie.

En pratique on a donc, sur tout navire :

$$D = \sum_i m_i y_i z_i = 0 \qquad \text{et} \qquad F = \sum_i m_i x_i y_i = 0,$$

et G_y, perpendiculaire au plan de symétrie, est un axe d'inertie principal du navire.

A tout vecteur rotation $\vec{\omega} = q\vec{j}$ orienté suivant Gy correspond donc un moment cinétique en G de ce navire :

$$\vec{\vec{H}}_G = H_y \vec{j} = Bq \vec{j}$$

puisque $D = F = 0$ et $r = p = 0$ ce qui donne $H_x = H_z = 0$.

Supposons que ce même navire soit placé sur une mer dont la surface et le mouvement d'ensemble admettent également $z\,G\,x$ comme plan de symétrie. Ce sera le cas, par exemple, si la mer est calme ou si elle est agitée par une houle dont les génératrices sont perpendiculaires à $z\,G\,x$ (houle dite debout). Le centre de carène C et la poussée hydrodynamique $-\rho W(\vec{g} - \vec{\gamma}_c)$ sont alors, comme G, contenus dans le plan de symétrie $z\,G\,x$ et le moment $\overrightarrow{GC} \Lambda [-\rho W(\vec{g} - \vec{\gamma}_c)]$ est parallèle à Gy.

Par ailleurs l'expérience montre que pour une rotation autour de Gy le moment en G, $\vec{\vec{\mathcal{M}}}$, des forces hydrodynamiques complémentaires, qui a le caractère d'un couple d'amortissement, peut également être considéré comme parallèle à Gy.

Dans ces conditions, l'équation générale du mouvement :

$$\frac{\mathrm{d}\,\vec{\vec{H}}_G}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{GC} \wedge [-\rho W (\vec{g} - \vec{\gamma}_c)] + \vec{\vec{\mathcal{M}}} \qquad (17)$$

admet bien $\vec{\omega} = q\vec{j}$ comme solution si $G\,y$ garde une orientation fixe.

En effet $\dfrac{\mathrm{d}\,\vec{\vec{H}}_G}{\mathrm{d}t} = B\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\vec{j} + B\,q\dfrac{\mathrm{d}\vec{j}}{\mathrm{d}t}$ devient $\dfrac{\mathrm{d}\,\vec{\vec{H}}_G}{\mathrm{d}t} = B\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\vec{j}$ puisque $\dfrac{\mathrm{d}\vec{j}}{\mathrm{d}t} = 0$ dans cette hypothèse. Tous les termes de la relation (17) sont alors des vecteurs parallèles à Gy.

Avec les hypothèses du paragraphe 1.3.3., *en l'absence de forces extérieures et sur une mer dont le mouvement d'ensemble admet z G x comme plan de symétrie, le mouvement relatif du navire autour de G est une rotation autour de Gy qui reste parallèle à sa direction initiale supposée confondue avec l'axe* GY_1 *d'orientation fixe.*

1.8.4. Oscillation du navire autour de Gx ou roulis pur

1.8.4.1. Il s'agit, cette fois, d'une rotation de vecteur $\vec{\omega} = p\,\vec{i}$ dans laquelle on a donc $q = r = 0$.

Comme on a toujours par ailleurs $D = F = 0$ les composantes du moment cinétique $\vec{\vec{H}}_G$ deviennent :

$$\begin{cases} H_x = A\,p \\ H_y = 0 \\ H_z = -Ep \end{cases}$$

d'où

$$\vec{\vec{H}}_G = A\,p\vec{i} - E\,p\,\vec{k}$$

D'autre part, même sur une mer dont le mouvement d'ensemble admet le plan $y\ G\ z$ comme plan de symétrie, le centre de carène n'a ici aucune raison de rester dans ce plan $y\ G\ z$ qui n'est pas plan de symétrie de la carène.

Dans ces conditions le mouvement devient beaucoup plus complexe que la rotation autour de Gy étudiée précédemment.

1.8.4.2. En pratique, pour simplifier l'étude d'un mouvement par ailleurs fort important, et compte tenu du grand allongement du navire suivant Gx, on admet que cet axe Gx est également axe d'inertie principal du navire et que, de plus, le plan $y\ G\ z$ est plan de symétrie de la carène (carène à deux plans de

symétrie appelée carène amphidrome). Les irrégularités de la mer réelle masquent le plus souvent les erreurs, d'ailleurs faibles, qui résultent d'une telle hypothèse, faite généralement de façon implicite.

Gx serait effectivement axe d'inertie principal si $y\ G\ z$ était plan de symétrie non seulement de la carène mais également, comme $z\ G\ x$, de l'ensemble du navire puisqu'on aurait alors :

$$D = E = F = 0$$

C'est ce que nous supposerons dans tout ce qui suit en appelant cette *troisième hypothèse* ainsi introduite dans le présent exposé *hypothèse du navire amphidrome* pour éviter d'oublier l'approximation qui en résulte, dans les calculs.

On remarque que l'axe Gz devient alors aussi axe d'inertie principal du navire.

1.8.4.3. A partir de cette hypothèse et d'un raisonnement analogue à celui de l'étude de la rotation autour de Gy on arrive donc à des conclusions analogues pour la rotation autour de Gx :

En l'absence de forces extérieures et sur une mer admettant cette fois y G z comme plan de symétrie de son mouvement d'ensemble, le mouvement relatif du navire autour de G est une rotation autour de l'axe Gx qui reste confondu avec l'axe d'orientation fixe GX_1.

1.8.4.4. Ce résultat étant acquis il reste à préciser la loi de variation de l'angle de rotation θ en fonction du temps t c'est-à-dire la loi du mouvement $\theta = f(t)$.

Cette loi va vérifier une équation qui a la même forme (mais des coefficients différents) pour la rotation autour de Gx et la rotation autour de Gy puisque cette équation résulte de la projection de la même équation vectorielle (17) sur l'axe de rotation horizontal considéré.

1.8.5. Loi du mouvement au roulis pur ou au tangage pur

1.8.5.1. Pour simplifier l'écriture on appelle poids apparent du navire stoppé (avec $\vec{F} = 0$ *et* $\vec{\mathscr{F}} = 0$) le vecteur :

$$\vec{P_a} = M(\vec{g} - \vec{\gamma_G}) = \rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$$

La relation (17) s'écrit alors :

$$\frac{d\vec{\vec{H}}_G}{dt} = \vec{GC} \Lambda (-\vec{P_a}) + \vec{\vec{\mathscr{M}}}$$

1.8.5.2. Cas du roulis pur

On appelle :

θ l'angle de rotation des axes yGz liés au navire par rapport aux axes d'orientation fixe Y_1GZ_1 lorsque le trièdre $Gxyz$ tourne autour de Gx confondu avec GX_1

φ l'angle de la verticale apparente avec la verticale GZ_1

E l'intersection de la verticale apparente en C avec Gz

K le pied de la perpendiculaire abaissée de G sur la verticale apparente en C.

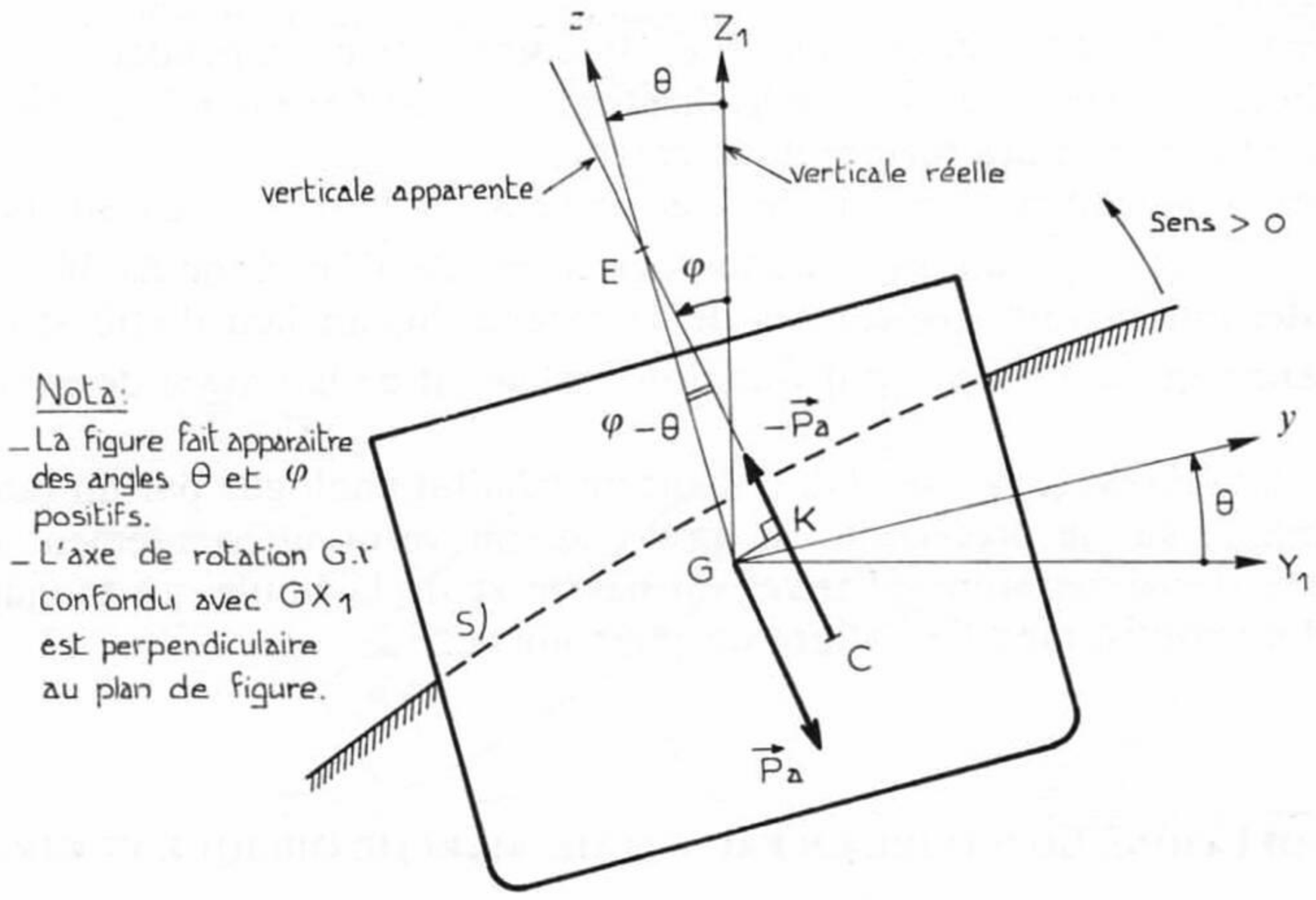


FIG. 10

Le vecteur rotation est $\vec{\omega} = p\,\vec{i} = \dfrac{d\theta}{dt}\vec{i}$.

On a donc $\vec{\vec{H}}_G = A\dfrac{d\theta}{dt}\vec{i}$ et $\dfrac{d\,\vec{\vec{H}}_G}{dt} = A\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\vec{i}$ puisque $\dfrac{d\vec{i}}{dt} = 0$

On peut écrire également :

$$\overrightarrow{GC}\,\Lambda\,(-\overrightarrow{P_a}) = Pa\,.\,GK\,\vec{i} = [P_a\,.\,GE.\sin(\varphi - \theta)]\,\vec{i}$$

Enfin l'expérience montre que $\vec{\vec{\mathcal{M}}}$, qui provient essentiellement de l'action des forces de viscosité, est un couple de freinage qui peut se mettre sous la forme $\vec{\vec{\mathcal{M}}} = -\mu\,\vec{i}$ où μ est une fonction de $\dfrac{d\theta}{dt}$ *qui est donc toujours du signe de* $\dfrac{d\theta}{dt}$.

En définitive l'équation (17) donne, en projection sur Gx, l'équation différentielle vérifiée par $\theta = f(t)$:

$$\boxed{A \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_a \,.\, GE \sin(\theta - \varphi) + \mu = 0} \qquad (18)$$

où $P_a = |M(\vec{g} - \vec{\gamma_c})|$

Nous préciserons ultérieurement les différents éléments intervenant dans cette équation.

On voit dès maintenant que A et M comme G ne dépendent que de la répartition des masses tandis que la position de C est fixée par la géométrie du flotteur en fonction des formes de la carène.

E et φ dépendent à la fois de C et de l'état de la mer. Il en est de même de $\vec{P_a} = \rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ qui est fonction également de W et donc de M.

μ dépend surtout des formes de la carène. Si, au lieu d'être stoppé, le navire était en marche, μ serait fonction également de la vitesse de route $\vec{V_0}$.

1.8.5.3. Cas du tangage pur : On obtient un résultat analogue par un raisonnement calqué sur le précédent. En pratique, on verra ultérieurement que la différence des dimensions relatives du navire et de la houle, au tangage par rapport au roulis, modifie l'allure du phénomène.

1.9. ÉVOLUTIONS DU NAVIRE EN EAU CALME. MARCHE OBLIQUE ET GIRATION

1.9.1. Le navire se déplace en eau calme sans autre mouvement de plate-forme qu'une rotation autour de l'axe Gz qui est supposé rester confondu avec l'axe vertical GZ_1. En appelant β l'angle de l'axe longitudinal Gx du navire avec l'axe d'orientation fixe GX_1 le vecteur rotation est $\vec{\omega} = \frac{d\beta}{dt}\vec{k}$.

Le centre de gravité G décrit alors une trajectoire (G) située dans un plan horizontal parallèle au plan XOY du trièdre de référence $OXYZ$. On appelle *angle de dérive* l'angle δ de l'axe longitudinal Gx avec la vitesse $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ du point G; $\vec{V}$ est tangente à la courbe (G) en G (1).

Soit $\vec{t}$ le vecteur unité de la direction de la vitesse $\vec{V}$ à l'instant t et $\vec{n}$ le vecteur unité de la direction normale à $\vec{V}$ orienté vers la concavité de la trajectoire (G).

---

(1) L'angle de dérive δ ne doit pas être confondu avec l'angle d'assiette également désigné par δ dans l'étude du tangage (cf. paragraphe 1.2.5.).

L'écoulement relatif de l'eau autour de la carène n'étant pas, avec $\delta \neq 0$, symétrique par rapport au plan de symétrie longitudinal du navire zGx, le système des forces hydrodynamiques complémentaires a pour réduction en G :

— la résultante $\overrightarrow{\mathscr{F}}$ dont nous ne considérons que la composante horizontale :

$$\overrightarrow{\mathscr{F}}_H = \mathscr{R}\vec{t} + \mathscr{N}\vec{n},$$

qui est oblique par rapport à Gx,

— le moment $\vec{\mathscr{M}}$ dont nous ne considérons que la composante verticale :

$$\vec{\mathscr{M}}_v = \mathscr{M}_z \vec{k}$$

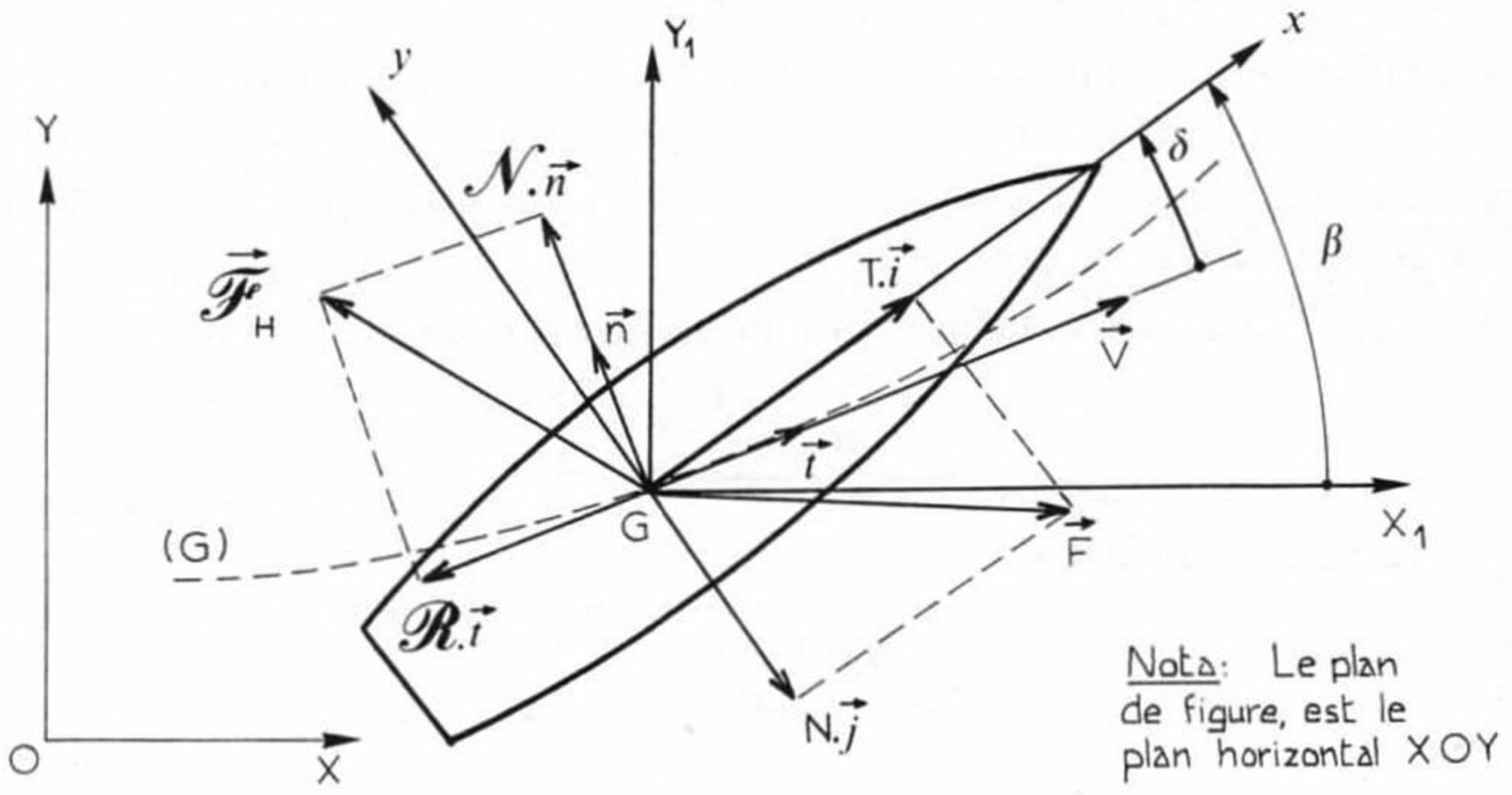


FIG. 11

Pour réaliser le mouvement étudié on soumet le navire à un système de forces extérieures dont la résultante en G se limite à :

— une résultante $\vec{F} = T\vec{i} + N\vec{j}$ où $T\vec{i}$ sera, par exemple, la poussée de l'hélice et $N\vec{j}$ l'effet d'un vent traversier.

— un couple vertical $\vec{M} = U\vec{k}$ qui proviendra de l'action du vent, et éventuellement de celle du gouvernail, voire de la poussée d'une hélice latérale.

Quand le couple résulte de l'orientation du gouvernail son apparition s'accompagne de celle d'une force $\vec{f}$ oblique par rapport à Gx.

Pour simplifier l'écriture nous négligerons $\vec{f}$ ou, plus précisément, nous admettrons qu'elle est incluse dans $\overrightarrow{\mathscr{F}}_H$ car, de même d'ailleurs que U, elle dépend alors, pour une orientation donnée du safran, de V et de δ comme $\overrightarrow{\mathscr{F}}_H$.

Le mouvement étudié est alors défini par les relations :

$$M\overrightarrow{\gamma_G} = \overrightarrow{\mathscr{F}}_H + \vec{F} \qquad (19)$$

qui résulte de la relation (14) par projection sur le plan XOY

$$\text{et} \qquad C\frac{d^2\beta}{dt^2} = \mathcal{M}_z + U \tag{20}$$

qui résulte de la relation (15) par projection sur Gz, en appelant C le moment d'inertie du navire autour de l'axe Gz, qui, comme on l'a vu plus haut, peut être considéré comme un axe d'inertie principal du navire.

1.9.2. Ces équations couvrent deux catégories de mouvements élémentaires importants :

a) Si β et δ sont constants avec, également, $\vec{\gamma_G} = 0$, on a affaire à la *marche oblique*, ou *avec dérive*, dans laquelle le navire subit une *translation rectiligne uniforme* à la vitesse $\vec{V}$ oblique par rapport à l'axe longitudinal Gx. Il s'agira par exemple d'un navire en route libre rectiligne avec un réglage constant des machines (T = constante et faible) mais avec un fort vent traversier également constant (N = constante).

La vitesse $\vec{V}$ est alors définie par la relation (19) qui devient :

$$\boxed{\vec{\mathcal{F}}_H + \vec{F} = 0}$$

tandis que la relation (20) s'écrit :

$$\boxed{\mathcal{M}_Z + U = 0}$$

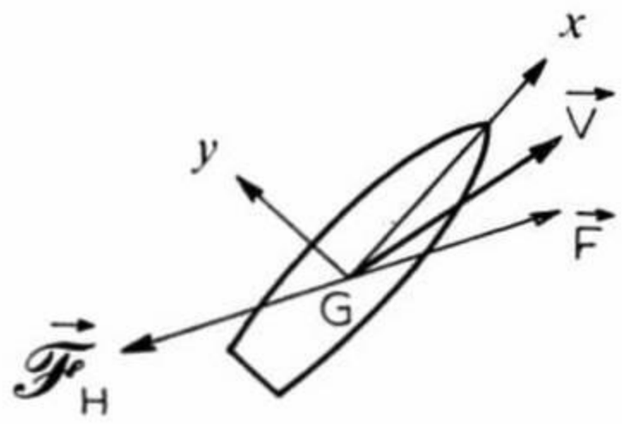


FIG. 12

b) Si on suppose, au contraire, que le système des forces extérieures se réduit d'abord à la seule résultante $\vec{F} = T\vec{i}$, avec T constant, le navire se met en route rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{V}$ orientée suivant Gx et d'intensité définie par la relation $\mathcal{R} + T = 0$ puisqu'une telle situation, à laquelle correspond $\mathcal{N} = 0$ et $\mathcal{M}_Z = 0$, est bien solution du système des équations (19) et (20). Ce sera la situation d'un navire, barre à zéro, avec réglage constant des machines et vent nul.

A partir de cette situation initiale, appliquons un couple extérieur $\vec{M} = U\vec{k}$, par exemple par orientation du safran du gouvernail à un angle constant. Nous supposons U positif.

Dans la relation (20) $\mathcal{M}_Z$ est d'abord nul. On a donc $\frac{d^2\beta}{dt} > 0$ et $\frac{d\beta}{dt}$ croît à partir de zéro. Il en est de même de β et de δ jusqu'à ce que la rotation du navire induise une composante transversale de la vitesse et, par conséquent, un couple $\mathcal{M}_z$ tel que $\mathcal{M}_z + U = 0$.

A ce moment $\frac{d^2\beta}{dt^2}$ s'annule à nouveau et $\frac{d\beta}{dt}$ prend une valeur constante, qui reste à préciser, ainsi que δ qui, à vitesse donnée, détermine $\mathcal{M}_Z$ et U.

C'est le phénomène de *giration* que nous allons étudier maintenant et qui comporte une translation curviligne d'entraînement de $G\ X_1Y_1Z_1$ et une rotation de $G\ xyz$ autour de Gz *confondu avec* GZ_1.

1.9.3 Nous préciserons d'abord les composantes de l'accélération $\vec{\gamma}_G$ du centre de gravité G suivant les axes de sommet G et de vecteurs unités $\vec{t}$ d'une part et $\vec{n}$ d'autre part définis précédemment.

Supposons connue la trajectoire (G) et appelons s l'abscisse curviligne du point G sur cette trajectoire à l'instant t, mesurée à partir d'un point fixe G_0 de (G).

A l'instant $t + \Delta t$, G est en G_1 d'abscisse $s + \Delta s$.

Par définition, la vitesse $\vec{V} = \frac{d\,\overrightarrow{OG}}{dt}$ du point G à l'instant t est la limite quand Δt tend vers zéro, du rapport :

$$\frac{\overrightarrow{OG_1} - \overrightarrow{OG}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{GG_1}}{\Delta t}$$

Comme la longueur de la corde GG_1 tend, dans les mêmes conditions vers celle de l'arc Δs, on a :

$$\vec{V} = \frac{d\,\overrightarrow{OG}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{GG_1}}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}\vec{t},$$

$\vec{t}$ étant, comme on l'a dit au paragraphe 1.9.1. le vecteur unité de la direction de la vitesse $\vec{V}$ à l'instant t considéré.

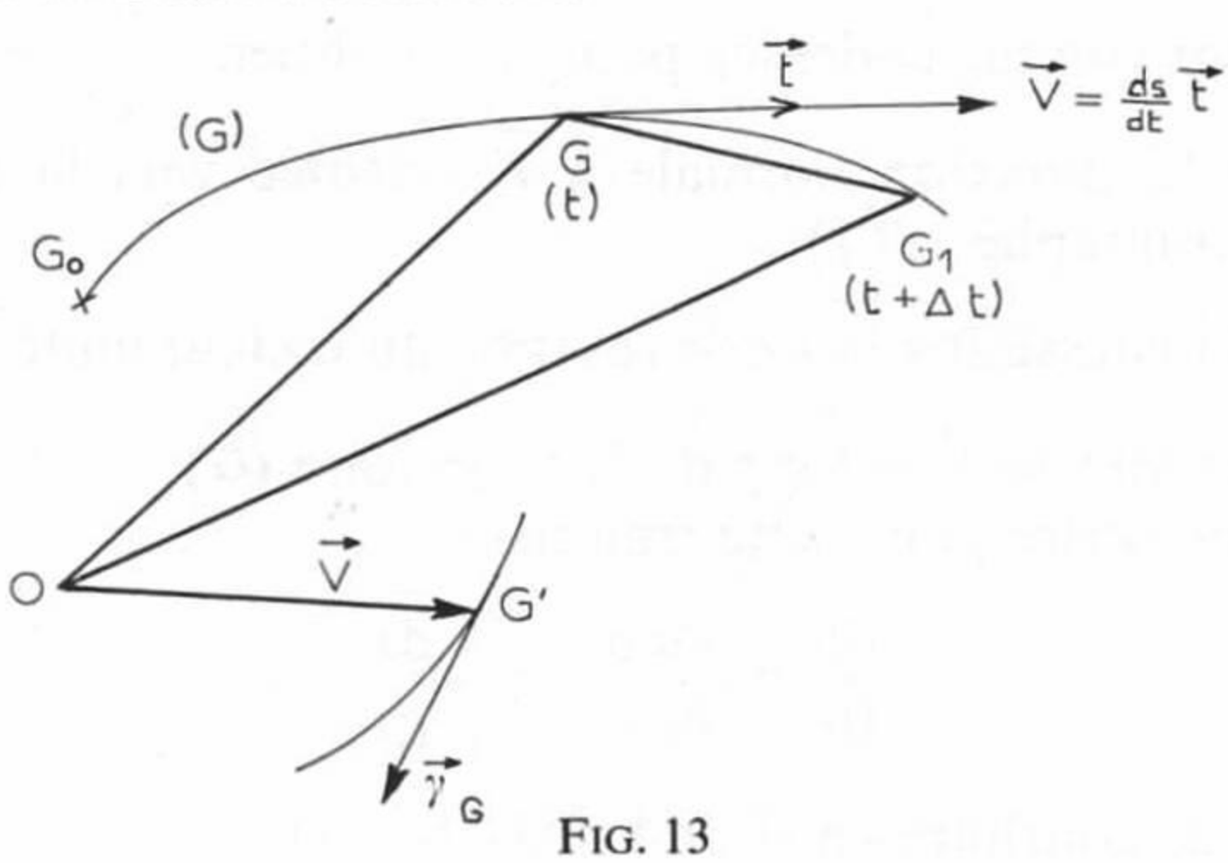


FIG. 13

De même, l'accélération $\overrightarrow{\gamma_G}$ du point G est la vitesse de l'extrémité G' du vecteur vitesse en G, soit $\vec{V}$, supposé porté à partir d'un point fixe O.

C'est donc la limite, quand Δt tend vers zéro, du rapport $\dfrac{(\vec{V} + \Delta\vec{V}) - \vec{V}}{\Delta t}$, ou encore la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{V}$:

$$\overrightarrow{\gamma_G} = \frac{\mathrm{d}^2\,\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}\vec{V}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\vec{t} + \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{t}}{\mathrm{d}t}$$

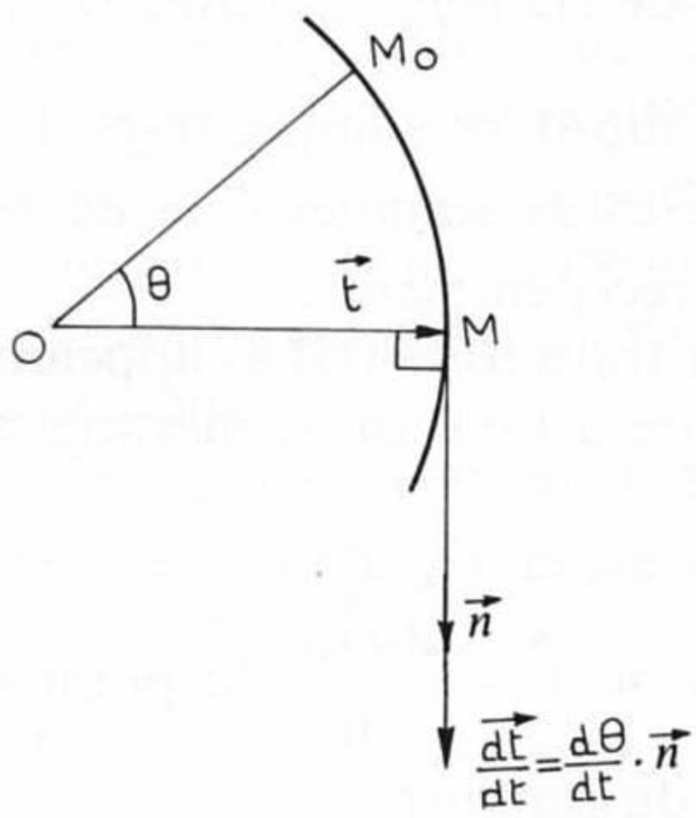


FIG. 14

Pour déterminer $\dfrac{\mathrm{d}\vec{t}}{\mathrm{d}t}$ on remarque qu'il s'agit de la vitesse de l'extrémité M de $\vec{t}$ portée à partir d'un point fixe O.

M décrit un cercle de centre O et de rayon 1. Son abscisse curviligne à partir d'un point fixe M_0 est mesurée par l'angle $\theta = \widehat{M_0OM}$.

En raisonnant comme ci-dessus pour G on obtient : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{t}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{n}$, $\vec{n}$ étant le vecteur unité de la direction normale à $\vec{V}$ orientée vers la concavité de la trajectoire (cf. paragraphe 1.9.1).

Mais $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ est la vitesse angulaire de rotation du vecteur unité $\vec{t}$ qui caractérise l'orientation de la vitesse $\vec{V}$ le long de la trajectoire (G).

On peut donc écrire pour cette trajectoire :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{d\theta}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

ρ étant le rayon de courbure en G de la courbe (G).

Comme $V = \dfrac{ds}{dt}$ on a donc, en définitive, le long de la trajectoire (G)

$$\boxed{\vec{\gamma_G} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} = \frac{d^2s}{dt^2}\vec{t} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}} \tag{21}$$

1.9.4. La relation (19) devient donc, avec $\overrightarrow{\mathscr{F}_H} = \mathscr{R}\vec{t} + \mathscr{N}\vec{n}$ et $\vec{F} = T\vec{i}$

$$\left(\mathscr{R} + T\cos\delta - M\frac{d^2s}{dt^2}\right)\vec{t} + \left(\mathscr{N} + T\sin\delta - \mathscr{M}\frac{V^2}{\rho}\right)\vec{n} = 0$$

Si la force assurant la propulsion $\vec{F}$ est constante en intensité T et si l'orientation α du safran du gouvernail est constante, un équilibre s'établit avec, comme on l'a déjà vu :

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = 0 \quad \text{et, d'autre part,} \quad \frac{d^2s}{dt^2} = 0$$

On peut donc écrire les trois relations suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned} \mathscr{M}_Z + U &= 0 \qquad (22)\\ \mathscr{R} + T\cos\delta &= 0 \qquad (23)\\ \mathscr{N} + T\sin\delta - M\frac{V^2}{\rho} &= 0 \qquad (24)\end{aligned}}$$

dans lesquelles $\mathscr{M}_Z$, U, $\mathscr{R}$ et $\mathscr{N}$ sont fonctions de V et de δ (*cf. figures* 11 *et* 15).

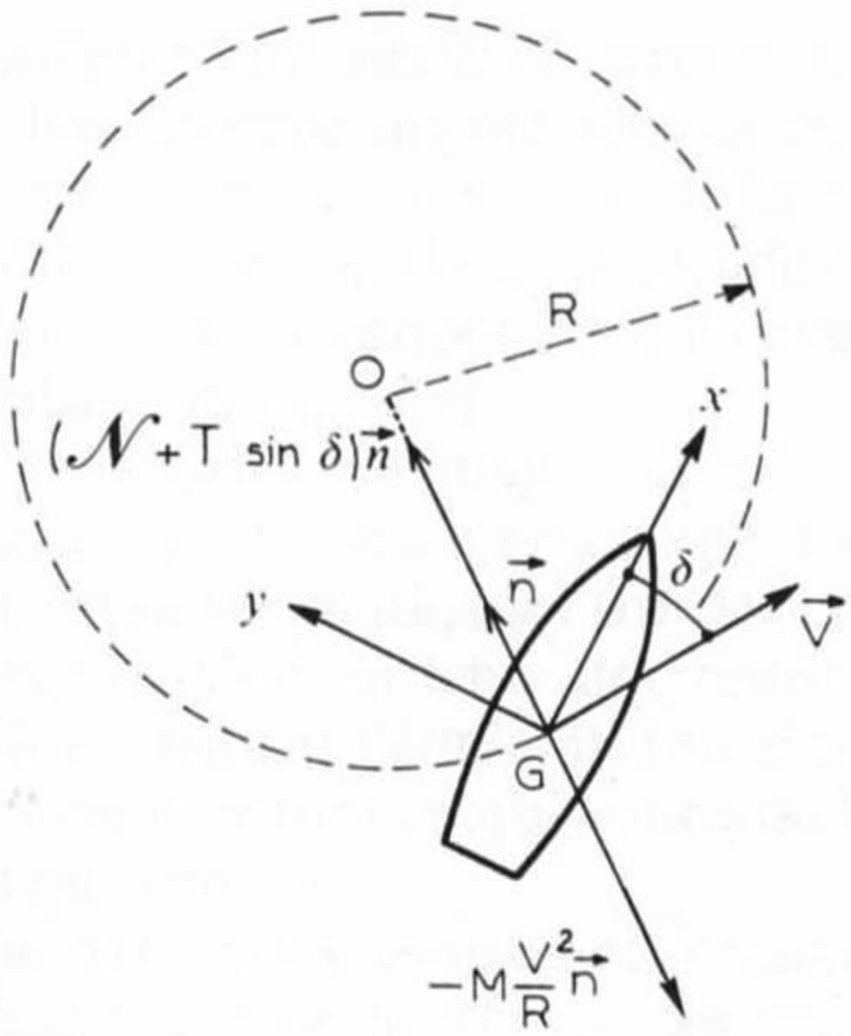


FIG. 15

Les deux premières relations donnent V et δ et la dernière ρ en fonction de T et de α que nous avons supposés constants. ρ est donc également constant.

Le centre de gravité G du navire décrit donc un cercle de rayon $\rho = R$ parcouru à la vitesse linéaire constante $V = \dfrac{ds}{dt}$ c'est-à-dire à la vitesse angulaire constante $\dfrac{d\beta}{dt} = \dfrac{V}{R}$ avec un angle de dérive δ également constant.

En définitive la giration s'établit en raison du fait que $\vec{F}$ est orienté suivant Gx et qu'il est alors impossible d'avoir $\overrightarrow{\mathscr{F}_H} + \vec{F} = 0$ pour $\delta \neq 0$, comme c'était le cas pour la marche oblique.

2e partie

LA PROPULSION

2.0. GÉNÉRALITÉS — HYPOTHÈSES

2.0.1. Il est d'expérience courante que l'eau, même calme, oppose une résistance au déplacement des corps flottants.

Lorsque l'homme a cherché à utiliser de tels corps flottants pour se déplacer à la surface de l'eau et pour transporter des objets, il est probable qu'après avoir été obligé de résoudre, en premier lieu, les problèmes de flottabilité et de stabilité qui se posaient à lui, il s'est efforcé ensuite, très rapidement, de réduire la résistance à la marche de ces corps flottants, devenus ainsi des navires, afin de les déplacer avec le minimum d'effort ou le maximum de vitesse.

Ce n'est cependant qu'au XVIII[e] siècle et surtout au XIX[e] siècle, avec les études théoriques de Reech et les expérimentations de Froude, que fut abordé, de façon véritablement scientifique, le problème de la résistance à la marche des carènes de navire en utilisant les lois de la similitude mécanique. A la même époque apparaissait d'ailleurs l'hélice propulsive qui devait finir par supplanter les autres modes de propulsion des navires.

Au début du XX[e] siècle, l'hydrodynamique navale, branche spécialisée de la mécanique des fluides incompressibles, a pris corps. Elle s'est constituée peu à peu à partir des expérimentations pratiquées sur des petits modèles dans des bassins d'essais des carènes et s'est enrichie des résultats de divers travaux théoriques. Elle a entrepris également l'étude du fonctionnement des hélices et s'est intéressée, progressivement, à tout ce qui concerne les relations du navire en mouvement avec l'eau qui l'entoure.

Actuellement, si l'exploitation des résultats des essais exécutés en similitude, sur des petits modèles, reste à la base de l'étude des conditions de propulsion des navires, on constate que la théorie joue un rôle dont l'importance va en

croissant. Tout en continuant à justifier, à éclairer et à orienter l'expérimentation, les études théoriques permettent maintenant, non seulement d'en expliquer et d'en élargir les résultats, mais, également, de résoudre directement, par le calcul, des problèmes particuliers de plus en plus nombreux.

Le présent exposé, qui vise seulement à préciser la nature des phénomènes mis en jeu et à indiquer des ordres de grandeur, se bornera le plus souvent à utiliser les données de la similitude mécanique.

2.02. Dans ce qui suit on ne s'intéressera qu'à la *propulsion rectiligne, uniforme et directe,* c'est-à-dire au cas où la vitesse de route du navire est constante en direction et en intensité et où, de plus, elle est constamment située dans le plan de symétrie longitudinal de la carène. Les situations dans lesquelles la vitesse du navire est variable en intensité ou en direction ou, encore, oblique par rapport au plan de symétrie longitudinal, seront traitées dans la troisième partie de l'exposé consacrée aux évolutions. S'agissant uniquement du navire de surface la vitesse du navire est, bien entendu, toujours horizontale.

On supposera toujours que le navire flotte en eau calme, sans mouvement de plateforme, qu'il navigue droit, c'est-à-dire avec son plan de symétrie longitudinal constamment vertical, et que son assiette est sensiblement normale.

On admettra également que l'air est calme et que la résistance aérodynamique des superstructures est négligeable. En pratique cette résistance aérodynamique pourra atteindre 2 à 3 % de la résistance totale à la marche, et même davantage si le navire fait route à vitesse élevée et possède des superstructures très développées ou mal profilées. De plus, par vent violent et mer très forte, on pourra enregistrer une perte de vitesse se chiffrant en nœuds.

Enfin, pour alléger l'exposé, on ne tiendra pas compte des composantes verticales éventuelles de la résistance à la marche ou de la force propulsive, ainsi que du fait que ces deux forces n'ont généralement pas même ligne d'action. On négligera donc la variation de déplacement, ou déjaugeage, et le changement d'assiette qui peuvent apparaître lorsque le navire passe de la situation « stoppé » à la situation « en marche en route libre » ou, encore, lors d'un accroissement sensible de la vitesse de route. Ces variations d'enfoncement et d'inclinaison restent toujours très faibles, hormis le cas des grandes vitesses ou des navires spéciaux du type hydroptère. Le principe de leur calcul est d'ailleurs très simple (1).

2.03. Compte tenu des hypothèses ci-dessus, la résistance opposée par l'eau à la marche du navire est, par raison de symétrie, située dans le plan de symétrie longitudinal de la carène et sa projection R sur un plan horizontal est égale en valeur absolue, mais directement opposée, à la projection T, sur ce même plan horizontal, de la force assurant la propulsion du navire et appelée force propulsive.

---

(1) : Cf. paragraphe 1.5.

En projection sur un plan horizontal, l'équation (1) définissant le mouvement rectiligne uniforme et direct du navire, sans mouvement de plate-forme, est, dans ces conditions :

$$R + T = 0$$

2. 04. Avant d'aborder les deux chapitres essentiels qui concernent, d'une part, l'étude de la *résistance à la marche R* sous sa forme la mieux définie, la résistance de remorquage, et, d'autre part, l'étude de la *force propulsive T* sous sa forme, de loin, la plus fréquente, c'est-à-dire la poussée induite par le fonctionnement de l'hélice propulsive, nous dresserons un bref inventaire des divers modes de propulsion des navires. Cet inventaire nous permettra, notamment, de mettre en évidence une particularité importante de la propulsion mécanique, et plus spécialement de la propulsion par hélice, à savoir, l'apparition d'une interaction entre la carène du navire et son hélice, c'est-à-dire entre R et T.

L'étude de la propulsion des navires s'achèvera par l'indication de données numériques approximatives au sujet des forces et puissances propulsives habituellement mises en jeu.

2.1. LES DIFFÉRENTS MODES DE PROPULSION DES NAVIRES

2.1.1. Le remorquage

C'est le mode de propulsion le plus simple, utilisé, par exemple, pour déplacer les chalands sur les rivières et les canaux.

Certaines conditions doivent cependant être remplies pour que le déplacement soit rectiligne, uniforme et sans dérive (cf. chapitre 3.2).

Une application particulièrement importante de la propulsion par remorquage est la mesure de la résistance à la marche R_0 d'un petit modèle de navire. Un tel modèle, d'une longueur de quelques mètres, sera généralement réalisé en paraffine coulée puis usiné aux formes de la carène, à l'échelle correspondante, voisine par exemple de $\frac{1}{50}$. Après un lestage approprié, il est remorqué dans un bassin d'essais d'une longueur généralement supérieure à 100 m, d'une largeur de l'ordre de 10 mètres et d'une profondeur de l'ordre de 3 à 4 mètres. Le remorquage est effectué à l'aide d'une sorte de pont roulant qui surplombe le modèle, le guide longitudinalement et porte l'appareillage de mesure de l'effort de traction et de la vitesse de remorquage. Lorsque cette vitesse de

---

(1) : Cf. paragraphe 1.5.

remorquage atteint une valeur constante V_0, choisie à l'avance, on relève l'effort de traction T_0.

On a alors $T_0 + R_0 = 0$, comme on l'a vu au paragraphe 2.03. On en tire R_0 qui est alors appelé résistance de remorquage du modèle.

Nous verrons au chapitre 2.3. comment il est possible de déduire de R_0, correspondant à la vitesse V_0 du modèle, la résistance de remorquage R_1 du navire réel pour une certaine vitesse V_1. Pour le moment, nous retiendrons qu'on peut prédéterminer la résistance de remorquage de la carène d'un navire donné en fonction de la vitesse V_1 et tracer, par conséquent, la courbe :

$$R_1 = f(V_1)$$

relative à cette carène.

Telle que nous l'avons définie ci-dessus, à partir de la résistance de remorquage R_0 du modèle supposé sans appendices, R_1 correspond à la résistance de remorquage de la carène du navire également nue, sans aucun appendice, tel que support de ligne d'arbres par exemple. Il s'agit donc d'une valeur purement théorique, à ne pas confondre avec l'effort à exercer pour remorquer, à la mer, le navire réel lorsque ses hélices sont stoppées.

R_1 présente cependant une très grande importance pratique puisqu'elle caractérise, sans ambiguïté, la carène dans des conditions de propulsion parfaitement déterminées.

2.1.2. La propulsion par le vent

2.1.2.1. De même que la progression au gré du courant, utilisée dans le flottage, ne peut être considérée comme un véritable mode de propulsion, la simple progression dans la direction du vent ne saurait l'être davantage puisque le navire n'a pas, alors, accès à toutes les régions de la mer.

Le vent ne devient un mode de propulsion que lorsque, sans autre source d'énergie, le navire est capable de « remonter au vent » c'est-à-dire d'acquérir une vitesse susceptible d'être décomposée en deux composantes orthogonales non nulles dont l'une peut, à volonté, être orientée directement à l'opposé du vent.

La navigation à voile parvient à ce but en utilisant les propriétés de l'aile portante, aussi bien pour la voile proprement dite, en tant qu'élément moteur, que pour la carène du navire, spécialement lorsqu'elle comporte un plan de dérive développé.

2.1.2.2. L'aile portante

Pour l'objet qui nous concerne actuellement, nous pouvons définir l'aile portante comme un cylindre à génératrices verticales et à section horizontale mince et allongée, que nous représenterons, en projection sur un plan horizontal,

par sa corde (cas de la voile) ou son axe de symétrie (cas d'une carène) c'est-à-dire par un segment AB, et qui est plongé dans un fluide réel animé d'une vitesse horizontale uniforme $\mathscr{W}$. L'angle aigu, de valeur i, du segment AB avec la vitesse $\mathscr{W}$ est appelé angle d'incidence. On constate alors, au voisinage de l'obstacle ainsi opposé au mouvement du fluide, une dissymétrie dans l'écoulement de ce fluide, caractérisée par une diminution de la vitesse et une surpression du côté de la face sur laquelle arrive le fluide et, au contraire, un accroissement de vitesse et une dépression sur la face opposée. Il en résulte l'apparition d'une force $\mathscr{F}$ qui s'exerce sur l'obstacle. Cette force $\mathscr{F}$ est horizontale et peut être décomposée en une *portance* $\mathscr{N}$ normale à la vitesse du fluide et une *traînée* $\mathscr{R}$ parallèle à cette vitesse et orientée dans le même sens.

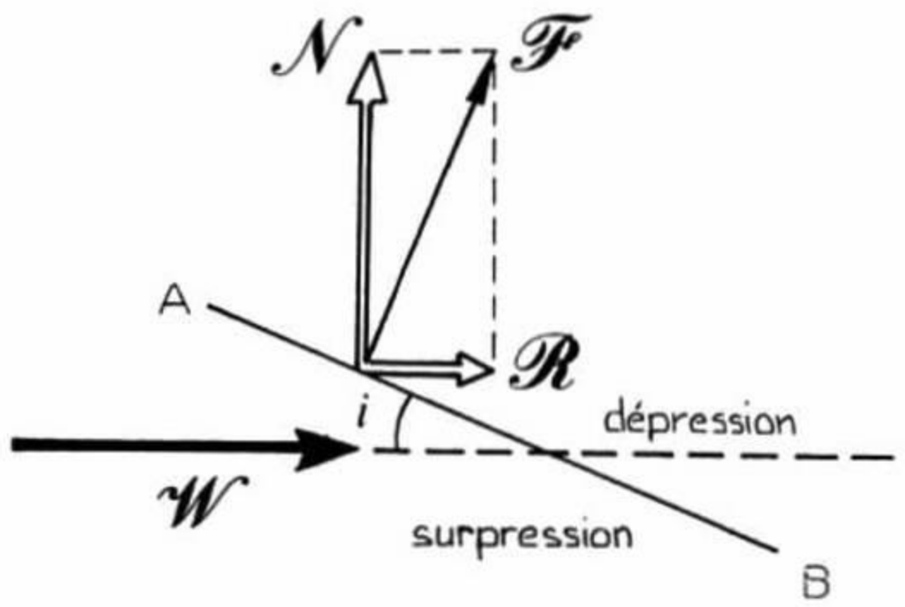


FIG. 16

Quand i croît à partir de zéro, on constate que $\mathscr{R}$ reste faible et que $\mathscr{N}$ croît d'abord (sensiblement comme i), passe par un maximum puis décroît rapidement en même temps que $\mathscr{R}$ croît, de telle sorte que la force totale $\mathscr{F}$ peut, en première approximation, être considérée comme voisine de la normale au segment AB (en particulier lorsqu'il s'agit d'une voile).

On peut admettre que $\mathscr{F}$ a une valeur de la forme $K \rho S \mathscr{W}^2 f(i)$, ρ étant la masse spécifique du fluide considéré, S la surface du rectangle de base AB et de hauteur celle du cylindre et K un coefficient (1) tenant compte, notamment, de la forme et de l'allongement de l'aile portante ainsi constituée.

La fonction $f(i)$ passe par un maximum pour une valeur (2) $i = i_0$ qui est de l'ordre d'une vingtaine de degrés. Pour $i < i_0$ on peut assimiler $f(i)$ à sin i. Pour $i > i_0$, $f(i)$ chute d'abord très rapidement puis prend une valeur (3) sensiblement constante jusqu'à $i = 90°$ par suite d'un changement de type d'écoulement. On dit parfois qu'il y a décollement pour $i > i_0$.

Il y a lieu de remarquer que la vitesse $\mathscr{W}$ à considérer est la vitesse apparente du fluide par rapport à l'obstacle constituant l'aile portante,

---

(1) Pour $\mathscr{F}$ en newtons, ρ en kg/m^3, S en m^2 et $\mathscr{W}$ en m/sec, K est de l'ordre de 2.
(2) i_0 peut varier entre 15° et 40° suivant l'allongement de l'aile portante.
(3) qui peut être de l'ordre de 0,25 à 0,30.

c'est-à-dire, pour une voile, la vitesse résultant de la somme géométrique de la vitesse du vent par rapport à l'eau et de l'opposé de la vitesse du navire par rapport à l'eau. Pour le plan de dérive d'un navire, il s'agira de l'opposé de la vitesse du navire par rapport à l'eau.

2.1.2.3. La navigation à voile

Mis à part le cas où le navire progresse dans la même direction que le vent et où la propulsion s'apparente alors à un simple remorquage, l'originalité de la navigation à voile résulte du fait que le navire fait une route oblique par rapport à la direction du vent.

Plaçons-nous dans cette dernière situation et appelons :

$\mathscr{F}_a$ la force aérodynamique horizontale résultant de l'action du vent sur les voiles, qui constitue la force propulsive et qui est appliquée en un point E appelé centre de voilure.

$\mathscr{F}_H$ la force hydrodynamique horizontale résultant de l'action de l'eau sur la carène et son plan de dérive, qui constitue la résistance à la marche et qui est appliquée en un point D appelé centre de dérive. La position de D peut d'ailleurs être modifiée, dans certaines limites, notamment par l'orientation du gouvernail.

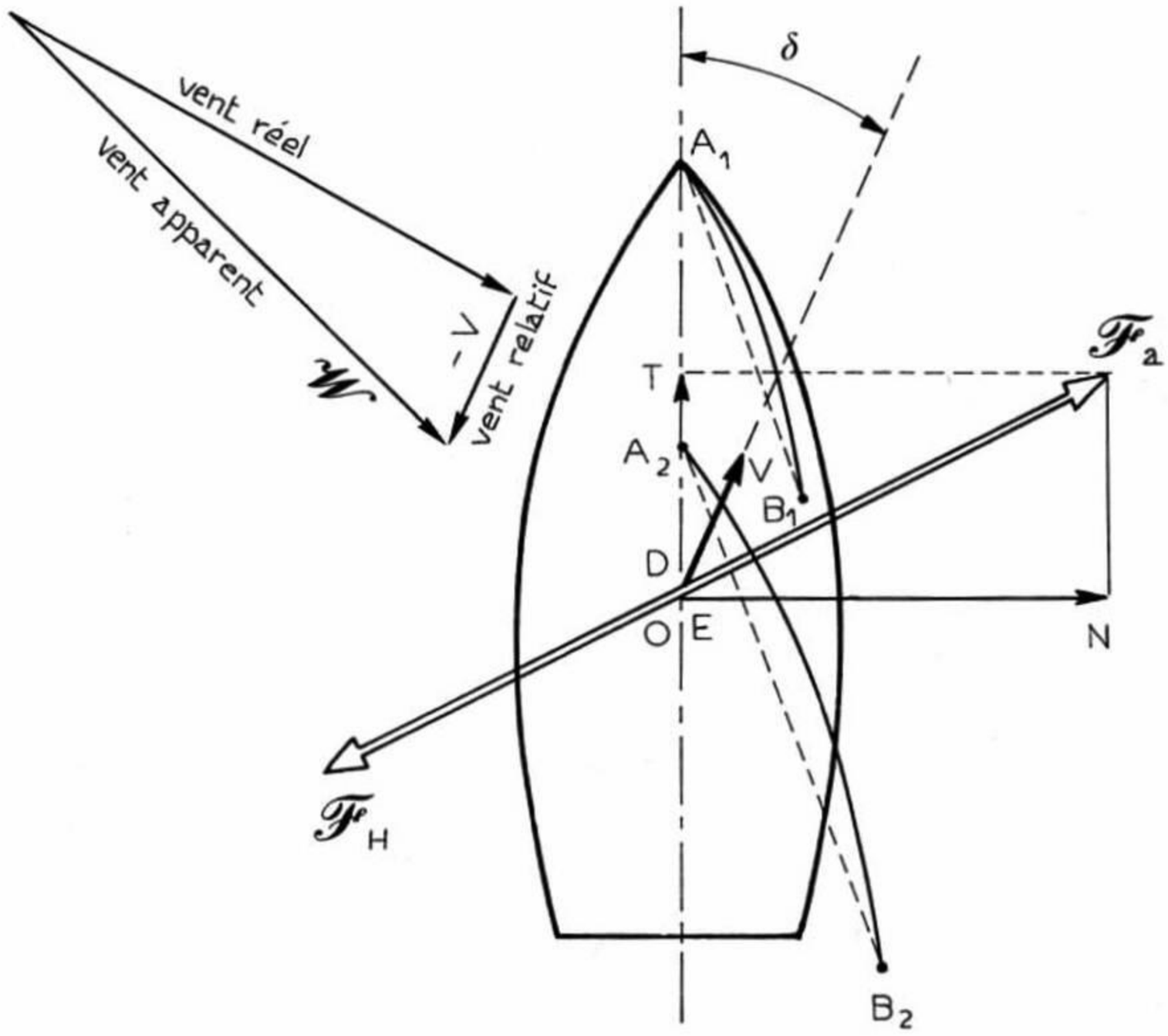


FIG. 17

Il est bien connu que, sous voile, et par vent oblique par rapport à l'axe du navire, ce dernier prend une certaine gîte liée au fait que E est plus élevé que D.

Pour que le navire soit équilibré, la voilure doit être établie de telle sorte que, le navire étant supposé droit, le centre de voilure E soit sensiblement sur la verticale du centre de dérive D. Soit O la projection de cette verticale sur un plan horizontal. Quand le navire est en route à vitesse V constante en direction et en intensité nous pouvons admettre qu'en projection sur ce même plan horizontal, $\mathscr{F}_H$ appliquée en O est égale en intensité, mais directement opposée à $\mathscr{F}_a$. C'est cet équilibre entre $\mathscr{F}_a$ et $\mathscr{F}_H$ qui détermine la vitesse V du navire en direction et en intensité.

La figure ci-dessus montre alors comment il est possible au navire de remonter au vent.

La force propulsive $\mathscr{F}_a$ peut être décomposée en une force T dirigée vers l'avant et une force transversale N et, comme une carène oppose une bien moindre résistance à une progression vers l'avant qu'à un déplacement transversal, la vitesse résultante V du navire fait, avec le plan de symétrie longitudinal de la carène, un angle δ, appelé *angle de dérive*, qui, normalement est faible.

Il n'en demeure pas moins que, sauf vent arrière, la navigation à voile suppose toujours une propulsion avec dérive, appelée encore marche oblique, qui sort du cadre des hypothèses du paragraphe 2.02 ci-dessus et relèverait de la troisième partie de l'exposé consacrée aux évolutions du navire. Compte tenu de l'existence de nombreuses publications sur la navigation à voile, liées au développement de la navigation de plaisance, nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet, sauf en ce qui concerne un phénomène appelé généralement « effet Magnus » et qui permet de mieux saisir les propriétés de l'aile portante et l'origine de la portance.

2.1.2.4. L'effet Magnus

Supposons que, comme l'avait fait Flettner, on supprime le gréement d'un voilier et qu'on remplace ses mâts par des cylindres de révolution d'axe vertical de hauteur égale à environ cinq fois leur diamètre, pour fixer les idées.

Lorsque de tels cylindres sont soumis à l'action du vent il en résulte une force de traînée orientée dans le sens du vent.

Par contre, si l'on met les cylindres en rotation autour de leur axe vertical, ce qui ne nécessite qu'une puissance très faible relativement à celle nécessaire à la propulsion du navire, il apparaît également une force de portance perpendiculaire à la direction du vent et qui atteint sa valeur maximum, très supérieure à celle de la traînée, pour une vitesse périphérique de l'ordre de trois fois celle du vent. On a ainsi réalisé, artificiellement, une aile portante. C'est l'*effet Magnus* dont l'explication est la suivante :

Par suite de sa viscosité, bien qu'elle soit faible, l'air situé au voisinage du cylindre est entraîné dans la rotation. Il en résulte une dissymétrie de l'écoulement d'air. Du côté où la vitesse v due à la rotation s'ajoute à celle $\mathscr{W}$ du vent il y a apparition d'une dépression, par suite des lois de la mécanique des fluides. Du côté diamétralement opposé il y a, au contraire, réduction de la vitesse de l'air et apparition d'une surpression. Il en résulte une portance

dirigée vers la région où la vitesse du cylindre est dans le même sens que celle du vent.

La mise en rotation crée, en quelque sorte artificiellement, ce qu'on appelle une *circulation* dans l'écoulement de l'air autour de l'obstacle constitué par le cylindre et c'est cette circulation qui crée la portance (1).

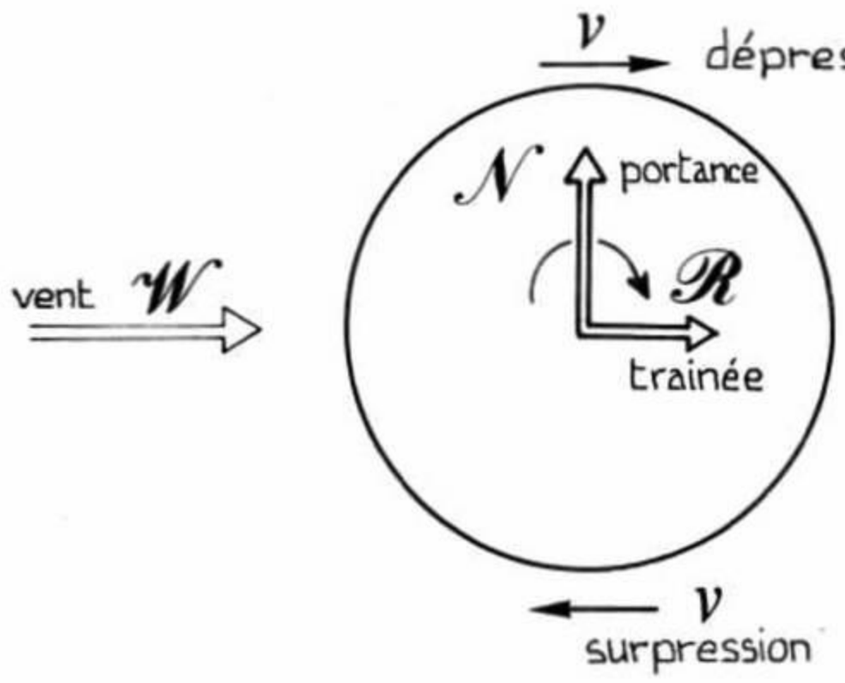


FIG. 18

La viscosité de l'air n'intervient pas directement dans le calcul de la circulation mais elle est néanmoins à son origine. C'est là la base du principe de l'aile portante et, par conséquent, l'intérêt théorique de l'étude du rotor de Flettner qui n'a eu, jusqu'à présent, que très peu d'applications pratiques pour la propulsion des navires à l'aide du vent.

2.1.3. L'autopropulsion

2.1.3.1. Les divers types d'autopropulsion

Il y a autopropulsion lorsque la source d'énergie assurant le déplacement du navire est portée par le navire lui-même.

Dans un premier type d'autopropulsion la force propulsive est produite sans mettre en jeu l'eau sur laquelle flotte le navire. Il pourra s'agir aussi bien d'une propulsion au moyen de perches prenant appui sur le fond et maniées par l'équipage que du halage manuel ou mécanique sur un câble, à partir du navire, ou encore de la propulsion par hélice aérienne ou réacteur aérien. Dans tous les cas on peut considérer que la résistance à la marche R opposée par l'eau est alors égale à la résistance de remorquage R_1 de la carène.

Un second type d'autopropulsion correspond aux cas où le navire provoque son propre déplacement en prenant, en quelque sorte, appui sur l'eau. Il s'agit alors de ce qu'on appelle, généralement, *la propulsion mécanique*, bien que

---

(1) Comme d'ailleurs pour l'aile portante, la portance due à l'effet Magnus n'apparaît qu'au bout de quelques instants de fonctionnement.

l'expression soit impropre puisqu'elle couvre aussi bien la propulsion à bras au moyen d'avirons (nage ou godille) que la propulsion au moyen d'un moteur entraînant un dispositif approprié agissant sur l'eau qui entoure le navire et qui peut être le suivant (1) :

— une roue à aubes à axe de rotation horizontal et transversal,

— un propulseur type Voith Schneider consistant en un disque à axe de rotation vertical qui est muni de pales à axe également vertical dont le mouvement est conjugué avec la rotation du disque pour produire une poussée,

— une pompe produisant un jet d'eau horizontal (hydrojet),

— enfin, le plus souvent, une hélice propulsive soit à pales fixes, les plus courantes, soit à pales orientables pour permettre des variations de vitesse allant jusqu'à l'inversion du sens de marche du navire.

Nous retrouverons les propulseurs type Voith Schneider ainsi que certaines hélices montées en tuyère (système Kort) ou sur des systèmes orientables à axe vertical dans la troisième partie consacrée à l'étude des évolutions du navire.

Pour le moment, il nous faut chercher à déterminer la valeur de la force propulsive T et de la résistance à la marche R dans le cas de la propulsion mécanique.

2.1.3.2. Etude particulière de la propulsion mécanique

2.1.3.2.1. Pour la commodité du raisonnement, nous supposerons que la masse d'eau bien particularisée M, qui, à l'instant t, se trouve soumise à l'action du propulseur est contenue dans une enveloppe fictive représentée en tirets sur la figure 19.

Nous appellerons alors « ensemble propulseur » l'ensemble constitué par cette enveloppe fictive et par le propulseur qui, par ailleurs, est relié au navire. L'axe OX de ce propulseur sera supposé horizontal, parallèle à la vitesse du navire et orienté dans le même sens. Enfin nous admettrons toujours que l'eau est un fluide incompressible.

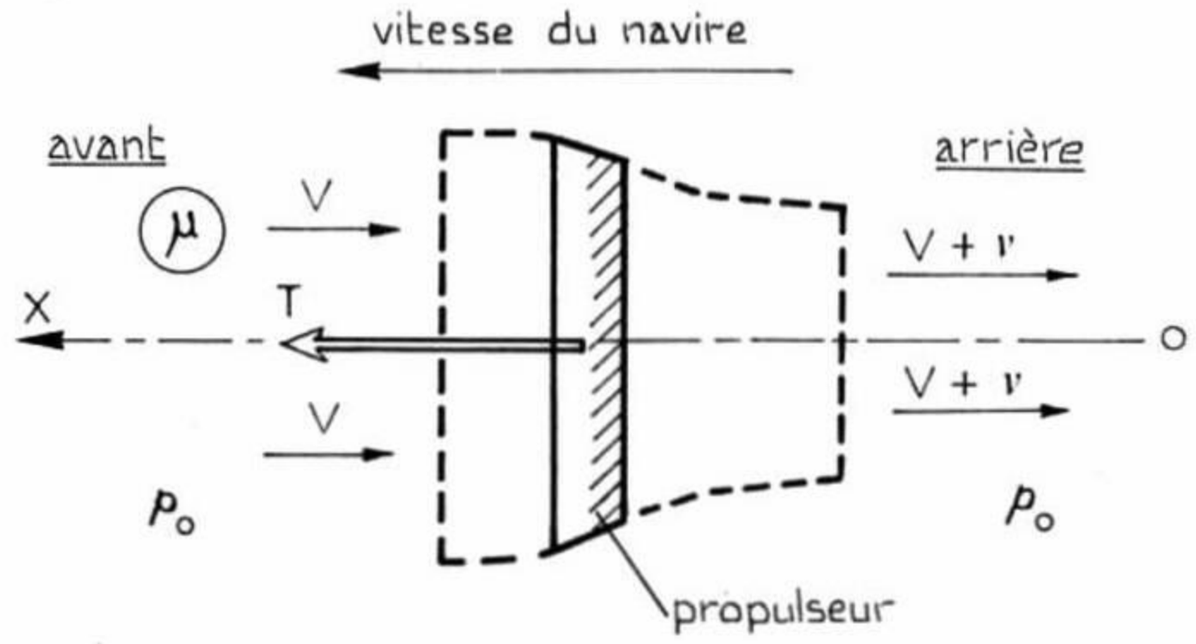


FIG. 19

L'eau entre par l'avant de l'ensemble propulseur avec un débit massique μ et une vitesse V que nous supposons égale en valeur absolue à la vitesse du

(1) Un tel dispositif étant utilisé en un ou plusieurs exemplaires par navire, suivant les cas.

navire mais orientée en sens inverse. Elle sort par l'arrière avec le même débit massique μ mais avec une vitesse accrue et devenue $V + v$ par suite de l'action du propulseur qui, pour imprimer à l'eau ce supplément de vitesse v, absorbe une puissance F. On admet que, dans ce processus, la pression reste uniformément p_0, à l'arrière comme à l'avant, et que le supplément de vitesse v est le même pour toutes les particules d'eau concernées.

Puisque c'est là l'objet même du propulseur, nous supposerons que l'eau soumise à son action exerce sur l'ensemble propulseur une force orientée vers l'avant dont la projection sur OX a pour valeur T. C'est la force propulsive. Inversement, en vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, l'ensemble propulseur exerce sur la masse d'eau M qu'il renferme à l'instant t une force dont la projection sur OX a pour valeur $-T$.

2.1.3.2.2. Appelons Q la quantité de mouvement (1) à l'instant t de cette masse M, c'est-à-dire la somme, étendue à toutes les particules d'eau qui la composent, du produit $m.u$ de la masse m de chaque particule considérée par sa vitesse u.

A l'instant $t + dt$, M a progressé vers l'arrière. Elle est en partie remplacée, à l'avant, par la masse d'eau $\mu.dt$ qui a pénétré dans l'ensemble propulseur avec la vitesse V. A l'arrière, M a évacué en dehors de cet ensemble propulseur la masse d'eau $\mu.dt$ avec la vitesse $V + v$. La quantité de mouvement de M est alors $Q + dQ$.

Si nous supposons que le mouvement est permanent nous pouvons écrire, en projection sur OX, et puisque la quantité de mouvement de la partie de M qui se trouve encore dans l'ensemble propulseur à l'instant $t + dt$ n'a pas changé :

$$dQ = -\mu (V + v)\, dt - (-\mu V\, dt) = -\mu v\, dt$$

Or on sait (théorème de la somme des quantités de mouvement) que, dans le mouvement d'un système matériel, ici la masse d'eau particularisée M qui se trouve à l'instant t dans l'ensemble propulseur, à chaque instant, la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement du système est égale à la somme des forces extérieures appliquées à ce système.

On a donc, toujours en projection sur OX,

$$\frac{dQ}{dt} = -\mu . v = -T.$$

La force propulsive exercée par l'eau sur l'ensemble propulseur a donc pour valeur

$$\boxed{T = \mu . v}$$

2.1.3.2.3. Proposons-nous maintenant de calculer la puissance F absorbée par le propulseur pour parvenir à ce résultat, en supposant, pour simplifier le problème, qu'il n'y a pas de pertes mécaniques internes dans le propulseur, que

---

(1) Cf. paragraphe 1.1.7.2.

l'eau est sans viscosité et que la propulsion s'effectue sans chocs, dans les conditions idéales décrites plus haut.

Au lieu de la quantité de mouvement $m.u$ de chaque particule d'eau nous considérerons maintenant son énergie cinétique $\frac{1}{2} m.u.^2$ et nous appellerons $\mathscr{E}$ l'énergie cinétique de la masse M d'eau contenue dans l'ensemble propulseur à l'instant t et égale à la somme de l'énergie cinétique de chacune des particules qui la composent.

A l'instant $t + \mathrm{d}t$ cette énergie cinétique de M est devenue $\mathscr{E} + \mathrm{d}\mathscr{E}$ et, par un raisonnement identique à celui qui nous a permis de calculer $\mathrm{d}Q$, nous obtenons :

$$\mathrm{d}\mathscr{E} = \frac{1}{2}\mu\,(V + v)^2\,\mathrm{d}t - \frac{1}{2}\mu\,V^2\,\mathrm{d}t = \mu v\left(V + \frac{v}{2}\right)\mathrm{d}t$$

En appliquant, cette fois, le théorème de l'énergie cinétique suivant lequel l'accroissement $d\mathscr{E}$ de l'énergie cinétique du système matériel constitué par la masse d'eau particularisée M entre l'instant t et l'instant $t + \mathrm{d}t$ est égal au travail, pendant ce même intervalle de temps $\mathrm{d}t$, des forces appliquées à ce système, c'est-à-dire, ici, $F\,\mathrm{d}t$, compte tenu des hypothèses (absence de viscosité, égalité des pressions à l'entrée et à la sortie de l'ensemble propulseur, en particulier), on obtient :

$$F\,\mathrm{d}t = \mu\,v\left(V + \frac{v}{2}\right)\mathrm{d}t$$

soit, puisque $T = \mu v$:

$$\boxed{F = T\left(V + \frac{v}{2}\right)}$$

2.1.3.2.4. Si T est la force propulsive nécessaire pour déplacer le navire et son propulseur à la vitesse uniforme V, la puissance ainsi fournie par le propulseur est $T.V$ tandis que la puissance absorbée par ce même propulseur est F.

On peut donc définir un rendement η du propulseur tel que :

$$\eta = \frac{T.V}{F}$$

En prenant pour F la valeur calculée ci-dessus, qui est un minimum compte tenu des hypothèses optimistes qui ont été faites, on obtient, pour η, la valeur η_0 ci-dessous qui est un maximum (1) :

$$\eta_0 = \frac{V}{V + \frac{v}{2}}$$

---

(1) Dans le cas d'une propulsion avec chocs la valeur maximum du rendement serait $\eta'_0 = \dfrac{V}{V + v} < \eta_0$.

On constate que η_0 est d'autant plus élevé que v est plus faible. Comme v est déterminé par la relation $T = \mu v$, où T est fixé par les caractéristiques de la carène, puisque $T + R = 0$, on voit que ce rendement maximum η_0 croît avec le débit massique μ de l'eau accélérée par le propulseur.

En d'autres termes, le rendement η_0 devrait être d'autant meilleur pour un navire donné que son propulseur est plus grand.

Cette conclusion, qui garde sa valeur, doit bien entendu être tempérée par des considérations de bon sens et la prise en compte de l'influence de la viscosité ainsi que des conséquences des dimensions du propulseur sur la résistance à la marche R.

2.1.3.2.5. Il reste précisément à déterminer cette résistance à la marche R.

On vient de voir que la propulsion mécanique consiste à modifier la vitesse de l'eau et, par conséquent, son écoulement relatif autour du navire. Elle suppose, d'autre part, l'installation d'un propulseur sur la carène. Dans ces conditions nous ne pouvons plus assimiler la résistance à la marche R du navire à la résistance de remorquage R_1 de sa carène entièrement nue. R dépend également du propulseur utilisé.

Mais, de la même manière, comme l'écoulement relatif de l'eau autour de la carène ne saurait correspondre à une vitesse relative uniforme de cette eau, il nous faut remettre en cause l'hypothèse faite plus haut suivant laquelle la vitesse d'arrivée d'eau au propulseur est égale, en valeur absolue, à la vitesse du navire.

Nous abordons là le problème des *interactions réciproques entre la carène du navire et son propulseur*, qui est propre à la propulsion mécanique. Nous retrouverons ce même problème au chapitre suivant, relatif à la propulsion par hélice, de très loin le mode de propulsion des navires le plus utilisé actuellement et qui est le seul que nous examinerons en détail.

2.2. LA PROPULSION PAR HÉLICE

2.2.1. Description de l'hélice propulsive

Une hélice propulsive est une sorte de vis à plusieurs filets dont on ne conserve qu'une fraction de chacun d'eux appelée pale.

L'hélice marine comporte généralement de deux à cinq pales disposées régulièrement autour d'un moyeu central dont le diamètre est de l'ordre du cinquième du *diamètre extérieur D* de l'hélice.

Les pales peuvent être soit fixes sur le moyeu, c'est l'hélice classique, soit encore orientables autour d'un rayon de l'hélice au moyen d'un mécanisme disposé dans le moyeu et actionné depuis le navire, c'est l'hélice à pales orientables.

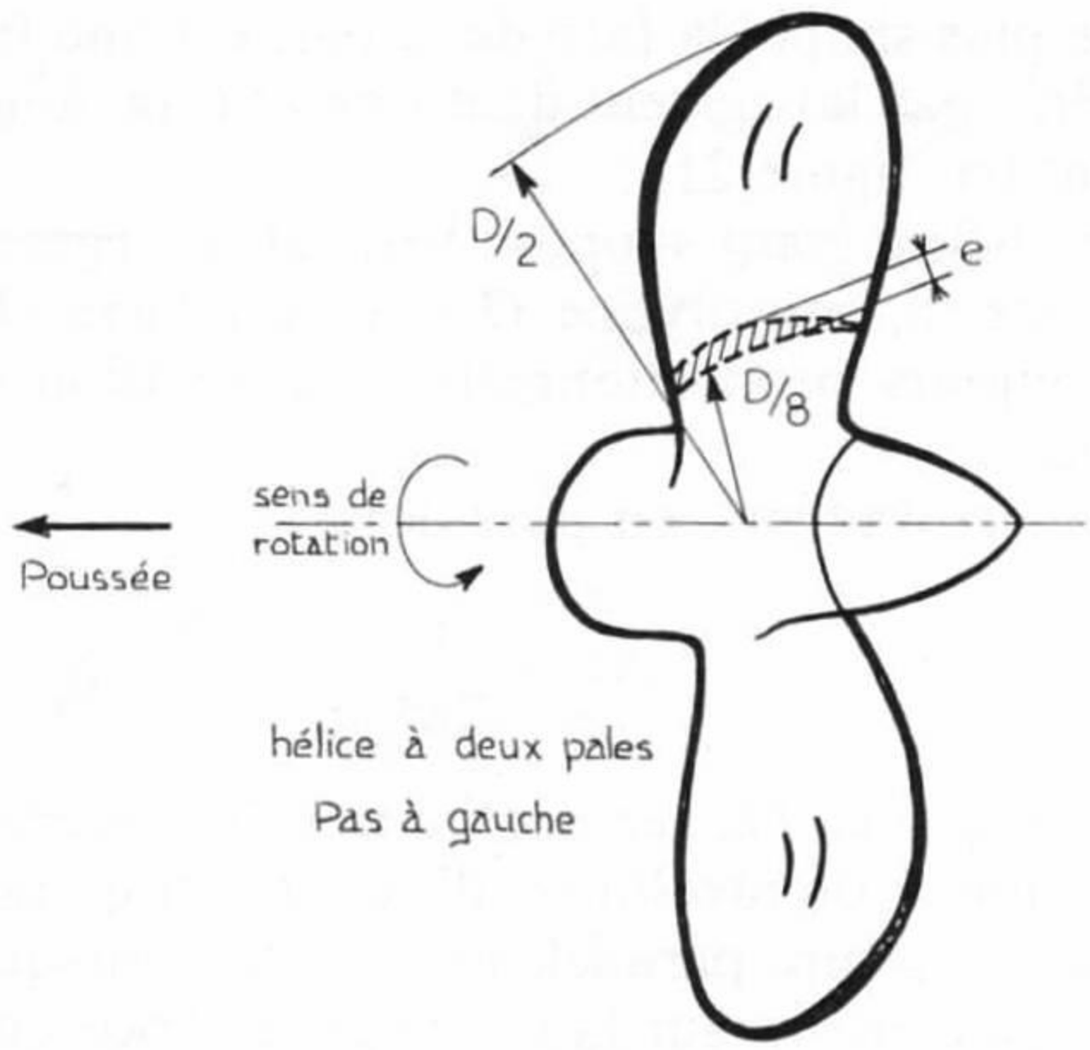


FIG. 20

La pale est l'élément actif de l'hélice. Lorsqu'on regarde l'hélice depuis un point situé derrière le navire, le côté visible des pales s'appelle la face tandis que le côté opposé des pales, qui est donc tourné vers l'avant du navire, s'appelle le dos.

Quand l'hélice tourne autour de son axe, le bord de la pale qui rencontre l'eau en premier, dans cette rotation, est appelé le bord d'attaque alors que le bord opposé est le bord de fuite.

L'épaisseur d'une pale d'hélice diminue du moyeu à l'extrémité extérieure. On la caractérise généralement par l'épaisseur maximum e de la section de la pale par un cylindre de révolution de même axe que l'hélice et de diamètre $\frac{D}{4}$.

Une hélice est dite « pas à droite » lorsque, pour un observateur placé derrière le navire, elle tourne en « marche avant » dans le sens des aiguilles d'une montre. Dans le cas contraire il s'agit d'une hélice « pas à gauche » (cf. figure 20).

Les pales sont définies par leur développement en largeur et le tracé des surfaces constituant leur face et leur dos.

Le développement en largeur des pales est caractérisé par la *fraction de surface développée* φ qui est le quotient par la surface du cercle de diamètre D du produit du nombre n de pales par la surface S développée d'une pale sur un plan perpendiculaire à l'axe de l'hélice.

On a donc :
$$\varphi = \frac{n\,S}{\frac{\pi}{4}D^2}$$

Dans le cas le plus simple la face de la pale est une fraction de la surface hélicoïdale engendrée par le segment de droite OA, de longueur R, astreint au mouvement suivant (cf. figure 21) :

L'axe O_0z de l'hélice étant supposé vertical, le segment de droite OA est constamment horizontal, son origine O reste sur l'axe O_0z et sa translation verticale Δz est toujours proportionnelle à sa rotation α par rapport à sa position initiale O_0A_0.

α étant exprimé en radians, on pose donc :

$$\Delta z = \frac{H}{2\pi}\alpha$$

H est le pas géométrique de l'hélice décrite par l'intersection A de ce segment de droite avec le cylindre de révolution d'axe O_0z et de rayon $OA = R$. C'est le déplacement de A, mesuré parallèlement à O_0z, lorsque $\alpha = 2\pi$ et que le point A se trouve donc en A_1, sur la même génératrice que A_0.

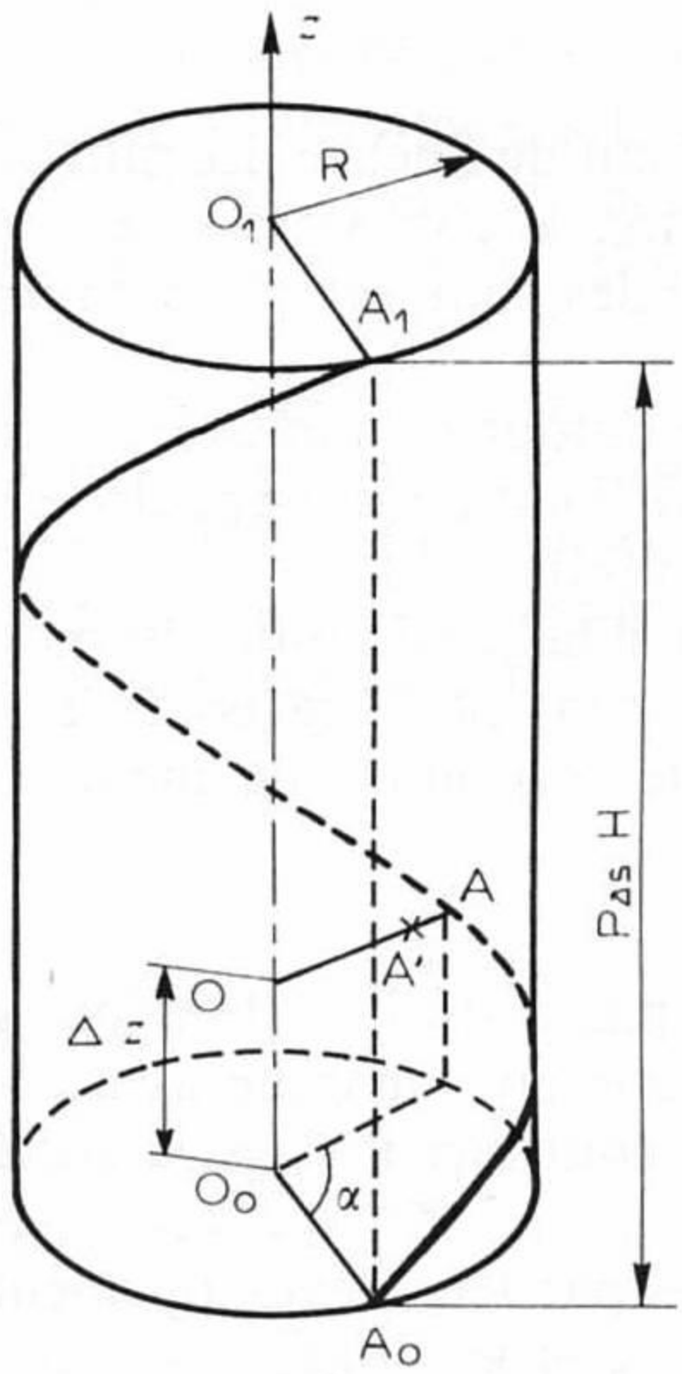


FIG. 21

Si nous développons l'hélice décrite par le point A sur le plan tangent au cylindre de rayon R le long de la génératrice A_0A_1 nous obtenons la droite de pente $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{H}{2\pi R}$ de la figure 22.

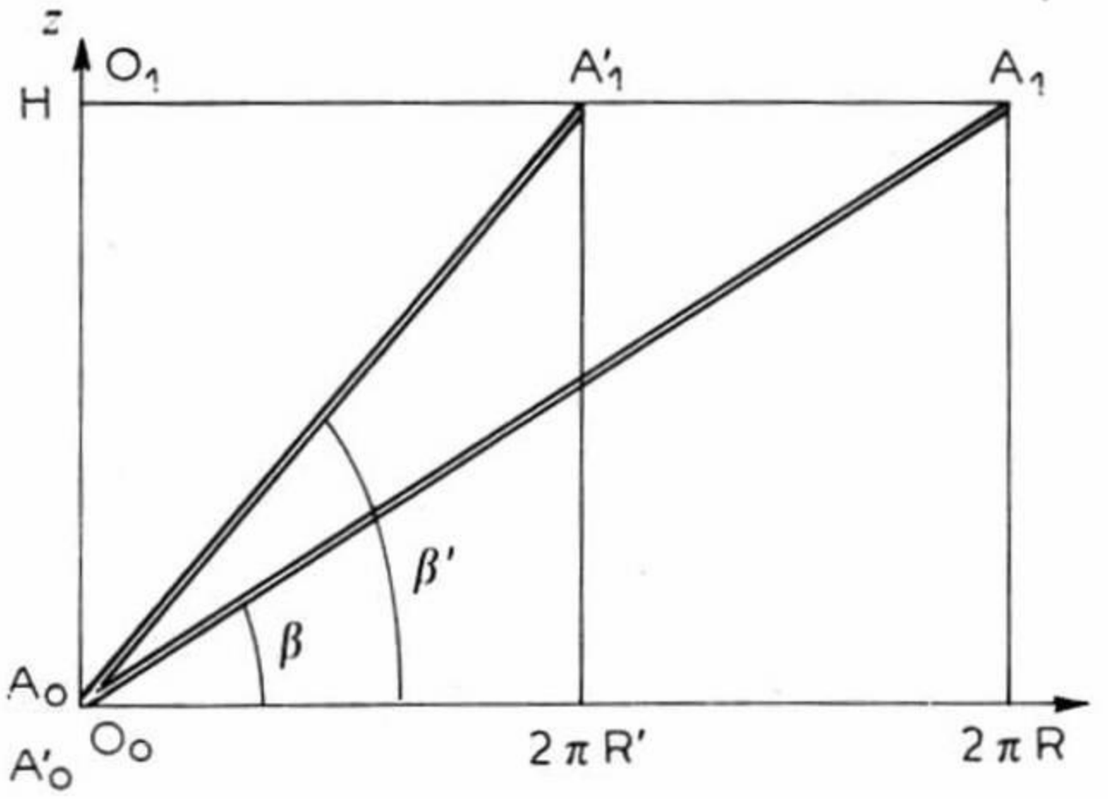


FIG. 22

Le développement de la courbe décrite par un autre point A' du segment OA, tel que $OA' = R'$, sur un plan tangent au cylindre de rayon R' le long de la génératrice $A'_0 A'_1$ serait de même une droite de pente $\text{tg } \beta' = \dfrac{H}{2 \pi R'}$.

L'hélice décrite par un point A' peut donc être définie aussi bien par l'angle β' associé au rayon R' que par le pas géométrique H et le rayon R'.

Mais la surface constituant la face de la pale peut également être d'une forme plus complexe que celle décrite ci-dessus. Le principe de la définition reste toutefois analogue.

Puisque l'hélice propulsive n'est pas destinée à se visser dans un corps solide mais à travailler dans un fluide on pourra être amené, par exemple, à faire varier le pas H en fonction du rayon R'. On définira alors un pas géométrique moyen de l'hélice. Dans certains cas, également, la face de la pale n'est pas normale à l'axe de rotation de l'hélice mais inclinée par rapport à cet axe (en anglais : RAKE).

En projection sur un plan normal à l'axe de rotation, le contour de la pale peut, de même, être symétrique par rapport à un axe radial ou, au contraire, présenter un déversement par rapport à un tel axe (en anglais : SKEW-BACK).

Enfin le tracé du dos de la pale devra tenir compte également de la nécessité de donner à cette pale une épaisseur e suffisante, sur un cylindre de rayon R donné, pour résister aux efforts mécaniques mis en jeu par le fonctionnement de l'hélice.

2.2.2. Origine de la poussée de l'hélice propulsive

Lorsque nous appliquons un couple constant Q_H à l'hélice, celle ci-tourne à la vitesse angulaire, également supposée constante, $\omega = 2 \pi N$, N étant mesuré en tours/seconde. L'hélice absorbe alors une puissance $F_H = \omega . Q_H$ en développant une force propulsive T appelée *poussée*, qui, dirigée vers l'avant, fait avancer le navire à la vitesse V.

Nous admettrons ici que l'hélice est installée derrière le navire dans des conditions idéales telles qu'elle ne rencontre que des particules d'eau paraissant venir vers elle à la vitesse relative horizontale et uniforme U égale en valeur numérique, mais directement opposée, à la vitesse V du navire.

Ces conditions de fonctionnement idéales correspondent à ce qu'on appelle *le fonctionnement de l'hélice en eau libre*. En pratique, elles ne peuvent être réalisées qu'en laboratoire, en installant l'hélice sur un support fixe convenablement caréné et placé dans un canal rempli d'eau animée d'une vitesse uniforme égale à V.

En supposant l'hélice en cause coupée par un cylindre de révolution de même axe O_0z et de rayon R et en développant la section d'une pale sur un plan tangent à ce cylindre suivant une génératrice $A_0\,A_1$, comme nous l'avons fait au paragraphe précédent, nous obtenons la figure 23.

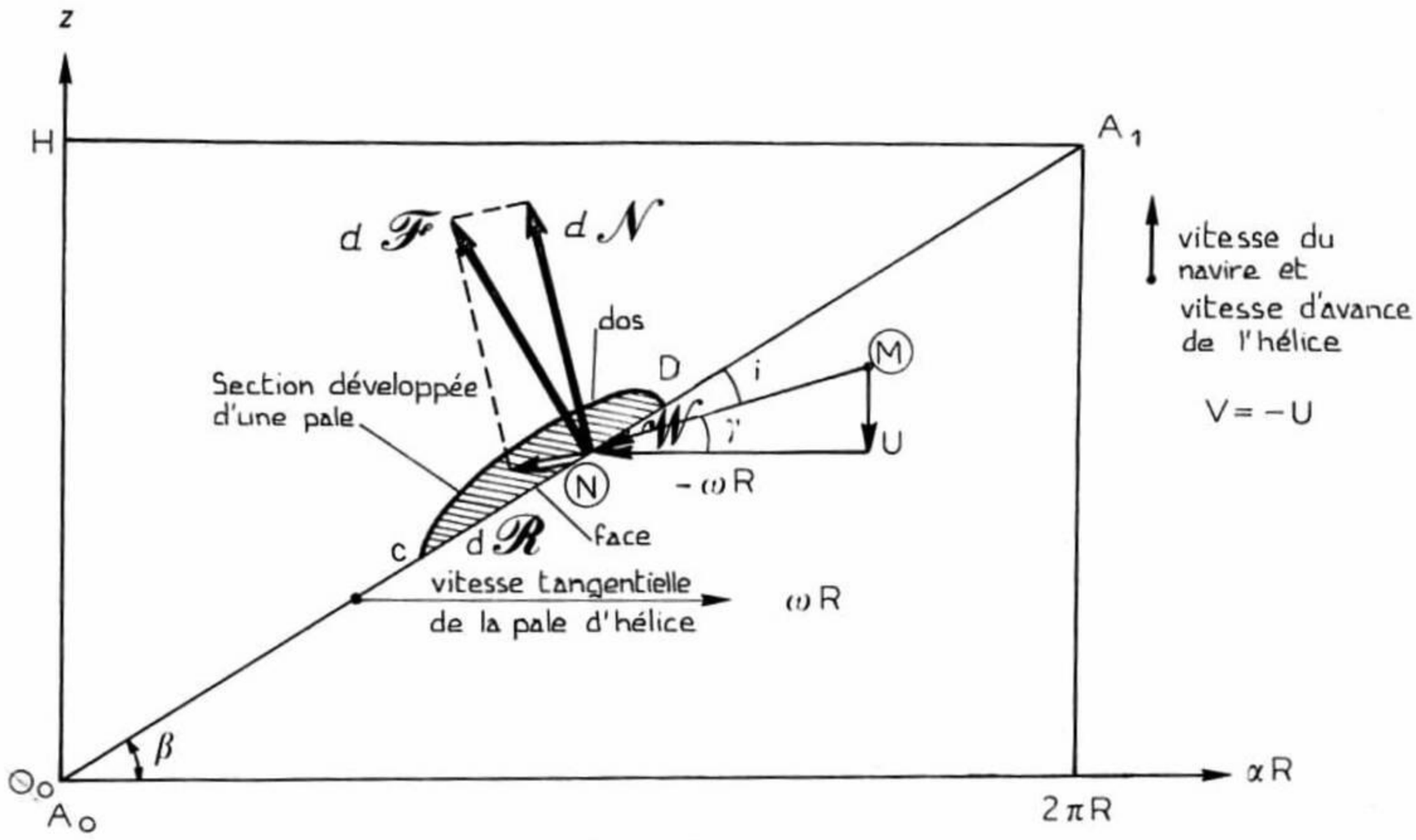


FIG. 23

Considérons la portion de pale comprise entre les cylindres de révolution d'axe O_0z et de rayon R et $R + \mathrm{d}R$ et ainsi développée. Nous pouvons l'assimiler (1) à un élément d'aile portante d'envergure $\mathrm{d}R$ placée dans un courant d'eau de vitesse $\mathscr{W}$ que nous allons déterminer.

Nous avons vu qu'une particule d'eau (M) entre dans le champ d'action de l'hélice avec la vitesse horizontale U opposée à la vitesse du navire. Supposons que cette particule (M) soit telle qu'elle rencontre la face de la pale d'hélice en (N) situé sur le cylindre de rayon R. Puisque l'hélice est animée d'un mouvement de rotation imprimant au point (N) une vitesse tangentielle ωR, c'est que la vitesse relative $\mathscr{W}$ de la particule (M) relativement à la pale est orientée suivant (M) (N) et est égale à la somme géométrique de la vitesse d'arrivée U de l'eau à l'hélice et de l'opposée $-\ \omega R$ de la vitesse tangentielle de (N).

---

(1) Cf. renvoi (1) page suivante.

On voit sur la figure ci-dessus que l'aile portante (1) ainsi constituée, et déjà étudiée au paragraphe 2.1.2.2., travaille avec un angle d'incidence $i = \beta - \gamma$ tel que :

$$\text{tg}\,\beta = \frac{H}{2\pi R} \quad \text{et} \quad \text{tg}\,\gamma = \frac{U}{\omega R}.$$

Il en résulte une portance $d\mathcal{N}$ (résultant d'une surpression sur la face (2) et d'une dépression sur le dos (3) de la pale) qui est normale à la vitesse relative $\mathcal{W}$ et une traînée $d\mathcal{R}$ orientée suivant $\mathcal{W}$ c'est-à-dire, au total, une force hydrodynamique $d\mathcal{F}$ orientée approximativement suivant la normale à la face $C\,D$ de la portion de pale d'hélice considérée. On voit que, pour une portion de pale bien déterminée, $d\mathcal{F}$ n'est fonction que de $\mathcal{W}$ et de i c'est-à-dire, en définitive, que de la vitesse U d'arrivée d'eau et de la vitesse angulaire N de l'hélice. Enfin, cette force $d\mathcal{F}$ peut être décomposée en une force orientée suivant l'axe O_0z de l'hélice et de valeur approximative $d\mathcal{F}.\ \cos\beta$ et une force perpendiculaire à O_0z et tangente au cylindre de rayon R dont la valeur est sensiblement $d\mathcal{F}.\ \sin\beta$ et à laquelle correspond un couple $R\ d\mathcal{F}\ \sin\beta$ sur l'axe O_0z.

En faisant varier R depuis le rayon du moyeu jusqu'au rayon maximun $\frac{D}{2}$ de l'hélice on peut ainsi découper sur chaque pale des portions annulaires successives à chacune desquelles on peut associer une force hydrodynamique telle que $d\mathcal{F}$ définie ci-dessus.

La somme de toutes les composantes axiales $d\mathcal{F}.\ \cos\beta$ étendue à toutes les portions annulaires successives de toutes les pales est égale à la poussée totale T exercée par l'eau sur l'hélice parallèlement à O_0z c'est-à-dire à la force propulsive.

La somme, dans les mêmes conditions, de tous les couples élémentaires

$$R.\ d\mathcal{F}.\ \sin\beta$$

donne la valeur du couple résistant total Q_H opposé par l'eau à la rotation de l'hélice et, par conséquent, de la puissance absorbée $F_H = \omega.\ Q_H$.

En définitive, la théorie de l'aile portante permet d'expliquer, voire de calculer, la valeur de la poussée exercée et de la puissance absorbée par une hélice en fonction des caractéristiques géométriques et des conditions de fonctionnement de cette hélice.

Sans aborder un tel calcul nous examinerons plus en détail, au chapitre 2.4., en particulier à l'aide des lois de la similitude mécanique, l'influence de divers paramètres susceptibles d'intervenir dans le fonctionnement de l'hélice.

---

(1) Quantitativement, cette assimilation nécessite des précautions compte tenu de l'envergure très réduite de l'aile considérée.

(2) Qui constitue l'INTRADOS de l'aile portante.

(3) Qui constitue l'EXTRADOS de l'aile portante.

Pour le moment nous nous bornerons à remarquer que, de même que pour une portion de pale déterminée la force hydrodynamique élémentaire d$\mathscr{F}$ n'est fonction que de la vitesse U d'arrivée d'eau et de la vitesse angulaire N de l'hélice, pour une hélice entièrement définie par ses caractéristiques géométriques et supposée fonctionner *en eau libre* on peut définir également la poussée T, la puissance absorbée F_H et, par conséquent, le rendement d'hélice

$$\eta_H = \frac{T.U}{F_H}$$

par des relations de la forme :

$$\begin{aligned} T &= g\,(U, N), \\ F_H &= h\,(U, N), \\ \text{et} \quad \eta_H &= k\,(U, N). \end{aligned}$$

2.2.3. Essais de propulsion à la mer

Pour situer de façon concrète le problème de la propulsion par hélice nous supposerons que nous devons exécuter les essais de propulsion à la mer d'un navire important muni de tous les dispositifs de mesure utiles, comme c'est le cas, par exemple, sur un grand navire de combat.

Le couple Q_H nécessaire pour assurer la rotation de l'hélice à la vitesse angulaire N est transmis du moteur à l'hélice au moyen d'une ligne d'arbres supportée par des paliers et sortant de la coque par un presse-étoupe assurant l'étanchéité.

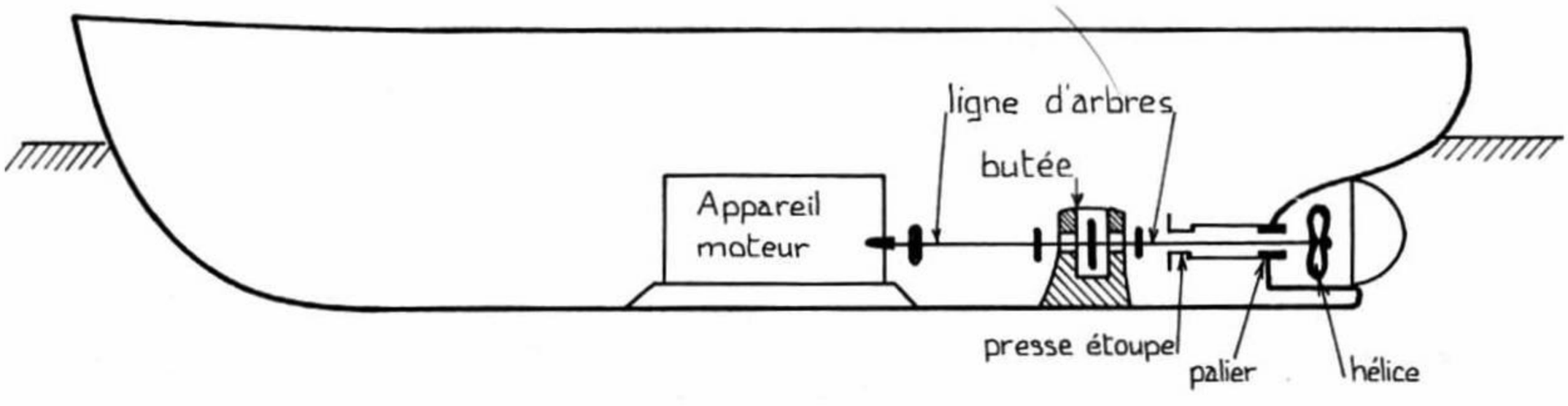


FIG. 24

Un des tronçons intérieurs de la ligne d'arbre comporte un collet disposé dans un palier spécial dit « de butée » qui, fixé à la coque, transmet au navire la *poussée* T engendrée par la rotation de l'hélice. Comme c'est parfois le cas, cette butée est supposée munie d'un dispositif de mesure de la poussée T et, par ailleurs, un autre tronçon de la ligne d'arbre est supposé équipé pour mesurer la torsion qu'il subit sous l'action du couple transmis Q_T c'est-à-dire, par conséquent, la puissance

$$F_T = 2\,\pi\,N\,Q_T,$$

appelée *puissance torsiométrique*, qui est la puissance utile disponible dans cette région de la ligne d'arbres.

La mesure du *nombre N de tours par seconde de la ligne d'arbres* et, par suite, de l'hélice, est toujours assurée par tachymètre et compte-tours.

Pour des questions d'emménagement, la ligne d'arbres est parfois inclinée sur l'horizontale. De même, lorsqu'un bâtiment comporte plusieurs hélices, hormis le cas exceptionnel d'hélices coaxiales, les lignes d'arbres sont légèrement divergentes. Dans tout ce qui suit, et pour simplifier l'exposé, nous admettrons néanmoins que la ligne d'arbres est unique et que la poussée T est horizontale et située dans le plan de symétrie longitudinal de la carène.

Il reste à prendre des dispositions pour mesurer *la vitesse V du navire par rapport à l'eau*. Le déplacement simultané du navire et de l'eau sur laquelle il flotte, et qui résulte de l'action du courant, ne saurait, en effet, intéresser un essai de propulsion mécanique. Les mesures de vitesse étant, néanmoins, effectuées par rapport à des repères fixes, on est amené à opérer comme suit :

On utilise une *base de vitesse*, qui est un parcours rectiligne bien déterminé en cap, en principe par un alignement, situé en eau suffisamment profonde pour ne pas accroître la résistance de la carène et dans une zone où les courants sont relativement faibles. Les extrémités du parcours sont déterminées, soit, en vue de terre, par des alignements traversiers, soit, au large, par une radiolocalisation très précise.

Le navire effectue, par temps suffisamment beau, au même réglage des machines, des parcours successifs, en sens alternés, de la base de vitesse, séparés par des intervalles de temps sensiblement égaux.

En se situant assez loin des périodes où le courant est maximum, ou minimum, on peut généralement considérer sa variation comme linéaire par rapport au temps, durant l'essai, et n'effectuer alors que trois parcours de la base de vitesse.

Plaçons-nous dans cette hypothèse et appelons, respectivement, V_1, V_2, V_3 d'une part et N_1, N_2, N_3 d'autre part, les vitesses du navire mesurées sur base, donc par rapport au fond, et les vitesses angulaires de l'hélice pour chacun de ces trois parcours. Si v_1, v_2 et v_3 sont les valeurs de la composante du courant parallèle à la base de vitesse qui correspondent à chacun de ces mêmes parcours et si, par exemple, le second parcours est effectué dans le sens du courant, la vitesse du navire par rapport à l'eau est $V_1 + v_1$ pour le premier parcours, $V_2 - v_2$ pour le second parcours et $V_3 + v_3$ pour le troisième parcours.

On prend alors comme vitesse moyenne du navire par rapport à l'eau durant les bases de vitesse la quantité :

$$V = \frac{(V_1 + v_1) + 2(V_2 - v_2) + (V_3 + v_3)}{4} = \frac{V_1 + 2V_2 + V_3}{4}$$

puisque la quantité $v_1 - 2v_2 + v_3$ est pratiquement nulle, compte tenu des hypothèses ci-dessus. On a ainsi éliminé l'influence du courant.

On associe à cette vitesse moyenne V du navire une vitesse angulaire moyenne de l'hélice :

$$N = \frac{N_1 + 2\,N_2 + N_3}{4}$$

ainsi que la puissance torsiométrique moyenne F_T et la poussée moyenne T relevées pendant les essais.

Enfin, on relève soigneusement les tirants d'eau du navire au mouillage, avant et après les bases de vitesse, ce qui permet de connaître le déplacement d'essai P du navire ainsi que son assiette.

Il ne reste plus alors qu'à interpréter les résultats obtenus.

2.2.4. Dépouillement des résultats des essais sur base de vitesse

2.2.4.1. A l'issue des essais, on dispose donc de l'ensemble cohérent des résultats suivants :

Déplacement d'essai	P
Puissance torsiométrique	F_T
Poussée de l'hélice	T
Vitesse angulaire de l'hélice	N
Vitesse du navire	V

On a vu (cf. paragraphe 2.1.1) qu'il était possible de connaître la résistance de remorquage R de la carène du navire, supposée sans appendices, pour le déplacement P et la vitesse V, c'est-à-dire la relation $R = f(V)$ correspondante.

On admet enfin que l'on connaît les caractéristiques de fonctionnement de l'hélice en eau libre (cf. paragraphe 2.2.2) c'est-à-dire les relations :

$$T = g\,(U, N)$$
$$F_H = h\,(U, N)$$

donnant respectivement la poussée T développée et la puissance F_H absorbée par l'hélice tournant à la vitesse angulaire N dans une eau supposée animée d'une vitesse d'entrée uniforme U.

2.2.4.2. Effet de succion

On constate d'abord non seulement que $T > R$, ce qui n'est pas anormal puisque R est relatif à la carène nue, mais, également, que :

$$T > R\,(1 + a)$$

si $R\,(1 + a)$ est la résistance de remorquage de la carène avec tous ses appendices habituels tels que quilles de roulis, safran de gouvernail, lignes d'arbres, etc., mais sans hélice puisque celle-ci est en fonction.

a, supposé connu, est appelé « majoration pour appendices ». Il peut être estimé à partir d'essais; sa valeur est de l'ordre de 0,1 à 0,2; elle décroît généralement avec la vitesse.

On pose donc : $$\frac{R\,(1 + a)}{T} = \frac{1}{1 + \sigma} = 1 - t$$

On constate que t est de l'ordre de 0,20 pour un navire à une seule hélice centrale, mais seulement d'environ 0,07 pour un navire rapide à deux lignes d'arbres.

La résistance à la marche d'un navire propulsé par une hélice est donc supérieure à la résistance de remorquage de ce même navire. Cet accroissement de résistance résulte d'une dépression supplémentaire provoquée à l'arrière de la carène, par le fonctionnement de l'hélice, qui constitue ce qu'on appelle l'effet de succion, caractérisé par σ ou par t et qui est la manifestation de l'interaction hélice → carène.

2.2.4.3. Effet de sillage :

Connaissant la poussée T mesurée sur le navire pour la vitesse angulaire N de l'hélice ainsi que la relation $T = g\,(U, N)$ établie en eau libre, on peut calculer la vitesse moyenne U d'arrivée d'eau à l'hélice.

On constate que cette vitesse U est inférieure à la vitesse V du navire et on pose :

$$\frac{U}{V} = 1 - w$$

Comme l'hélice se déplace à la vitesse V, on en déduit qu'elle avance dans une eau déjà animée d'une certaine vitesse dans le sens du déplacement du navire, précisément par suite de ce mouvement du navire. C'est l'effet de sillage caractérisé par le coefficient w et qui est le premier aspect de l'interaction carène → hélice.

Si $\varphi = \dfrac{W}{B^2 L}$ est le coefficient de remplissage cylindrique du navire, c'est-à-dire le rapport du volume W de sa carène au produit de la surface B^2 de son maître couple par sa longueur L on a, approximativement :

$w = 0{,}55\ \varphi - 0{,}20$ pour un navire à deux hélices (latérales),
$w = 0{,}50\ \varphi - 0{,}05$ pour un navire à une hélice centrale.

w peut ainsi varier de 0,05 environ pour un navire fin et rapide à deux hélices jusqu'à plus de 0,30 pour un gros navire de charge à une seule ligne d'arbre. Ces valeurs ne sont toutefois que des ordres de grandeur.

2.2.4.4. Rendement d'adaptation de l'hélice à la coque

Partant de la vitesse moyenne U d'arrivée d'eau à l'hélice, déterminée au paragraphe précédent, on peut calculer la puissance F_H absorbée par l'hélice, à la vitesse angulaire N, au moyen de la relation $F_H = h(U, N)$ établie également en eau libre.

Normalement, F_H devrait être égale à la puissance torsiométrique F_T diminuée des pertes dans les paliers et le presse étoupe de sortie de ligne d'arbres

c'est-à-dire à $F_T\eta_L$, en appelant η_L le rendement de la ligne d'arbres, résultant précisément de ces pertes, et qui est généralement voisin de 0,98.

En fait on a, le plus souvent, $F_H \neq F_T.\ \eta_L$ avec, fréquemment

$$F_H < F_T.\ \eta_L.$$

On pose donc : $$\eta_A = \frac{F_H}{F_T.\ \eta_L}$$

η_A est appelé rendement d'adaptation de l'hélice à la coque. Il traduit le fait que, derrière une carène, l'hélice ne pénètre pas dans une veine liquide à filets parallèles et vitesse uniforme, comme c'est le cas en eau libre, mais rencontre au contraire des particules liquides de vitesse variable, en orientation et en intensité, suivant la position de ces particules par rapport à l'axe de rotation de l'hélice. C'est le second aspect de l'interaction carène → hélice.

η_A varie approximativement entre 0,95 et 1,05 suivant les navires et les conditions de fonctionnement.

2.2.4.5. Rendement propulsif global

2.2.4.5.1. Par analogie avec le rendement d'hélice $\eta_H = \frac{TU}{F_H}$ considéré plus haut, on définit le rendement propulsif global η_g de l'ensemble « carène — hélice propulsive » d'un navire comme le rapport de la puissance nécessaire au remorquage de la carène à la vitesse V à la puissance torsiométrique pour cette même vitesse V.

Dans un système cohérent d'unités on a donc :

$$\boxed{\eta_g = \frac{R.\ V}{F_T}}$$

Avec les unités rencontrées le plus souvent en pratique c'est-à-dire pour une vitesse V en nœuds, une résistance de remorquage R en tonnes et une puissance torsiométrique F_T en chevaux on aurait :

$$\eta_g = 1\,000\ R.\ \frac{1\,852\ V}{3\,600}\ .\ \frac{1}{75\ F_T} = \frac{1\,000}{146}\ \frac{R.V}{F_T}$$

soit : $$\eta_g = 6{,}85\ \frac{R \text{ tonnes. } V \text{ nœuds}}{F_T \text{ chevaux}}$$

2.2.4.5.2. En multipliant le rapport $\frac{R\ V}{F_T}$ par les mêmes facteurs au numérateur et au dénominateur, la relation $\eta_g = \frac{R\ V}{F_T}$ peut encore s'écrire :

$$\eta_g = \frac{R\ V}{F_T}\ .\ \frac{1+a}{1+a}\ .\ \frac{T}{T}\ .\ \frac{U}{U}\ .\ \frac{F_H}{F_H}\ .\ \frac{\eta_L}{\eta_L} = \frac{1}{1+a}\ .\ \frac{R\,(1+a)}{T}\ .\ \frac{V}{U}\ .\ \frac{F_H}{F_T.\eta_L}\ .\ \eta_L\ .\ \frac{TU}{F_H}$$

c'est-à-dire $\boxed{\eta_g = \eta_a \cdot \eta_c \cdot \eta_A \cdot \eta_H \cdot \eta_L}$

en posant :

$\eta_a = \dfrac{1}{1+a}$. C'est le *rendement d'appendices* dont la valeur, ne dépasse guère 0,9.

$\eta_c = \dfrac{R\,(1+a)}{T} \cdot \dfrac{V}{U} = \dfrac{1-t}{1-w}$ qui tient compte du sillage (w) et de la succion (t) et qui constitue le *rendement de la coque* en passant du remorquage à la propulsion par hélice. η_c varie de 1 à 1,3 pour les navires à une seule hélice centrale, à 0,85 à 0,95 pour les navires à deux hélices latérales.

$\eta_A = \dfrac{F_H}{F_T \cdot \eta_L}$ qui est le *rendement d'adaptation de l'hélice à la coque* variant entre 0,95 et 1,05 et déjà défini au paragraphe 2.2.4.4.

$\eta_H = \dfrac{T\,U}{F_H}$. C'est le *rendement d'hélice en eau libre* déjà défini au paragraphe 2.2.2. Nous verrons au chapitre 2.4 consacré au fonctionnement de l'hélice que η_H varie généralement entre 0,5 et 0,75.

η_L enfin, est le *rendement de la ligne d'arbres* qui est défini au paragraphe 2.2.4.4. et qui a une valeur élevée, de l'ordre de 0,98.

2.2.4.5.3. Lorsqu'on ne dispose pas d'installation permettant de mesurer la puissance torsiométrique F_T, on peut se contenter de la puissance F_M disponible au tourteau d'accouplement du moteur sur la ligne d'arbres, généralement déduite des résultats de fonctionnement du moteur au banc d'essai à terre. Dans ce cas, le rendement de ligne d'arbres η'_L à prendre en compte concerne la totalité de cette ligne d'arbres et non plus, comme ci-dessus, la partie située entre le torsiomètre et l'hélice.

η'_L a alors une valeur un peu plus faible, surtout si l'appareil moteur entraîne l'hélice par l'intermédiaire d'un réducteur ou d'un accouplement hydraulique dont le rendement propre peut être de l'ordre de 0,95.

2.2.4.5.4. En définitive, le rendement propulsif global $\eta_g = \dfrac{RV}{F_T}$ pourra varier entre 0,5 et 0,75 selon les navires et les conditions de fonctionnement considérées. En règle générale, η_g est plus élevé pour un navire à une seule hélice centrale que pour un navire à deux hélices latérales.

2.2.4.6. Coefficient de corrélation bassin/mer

La décomposition faite ci-dessus du rendement propulsif global $\eta_g = \dfrac{RV}{F_T}$ en un produit de rendements partiels peut paraître factice et résulter d'un

simple artifice mathématique. Elle correspond bien, en fait, à une certaine réalité physique dont la mise en évidence permet de mieux localiser les diverses causes de perte de puissance et, par conséquent, de mieux les combattre.

Par contre, c'est la définition même de η_g qui est critiquable puisque le rapport $\frac{RV}{F_T}$ comporte, au dénominateur, une puissance F_T mesurée lors d'un essai à la mer et, au numérateur, une résistance de remorquage R estimée, comme on le verra plus loin au chapitre 2.3., à partir d'un essai sur petit modèle puisque, en pratique, on n'effectue jamais de mesure de résistance de remorquage à la mer en raison des difficultés d'une telle opération.

Pour éviter de comparer ainsi des grandeurs d'origines différentes, on procède donc d'une autre manière, en particulier pour les grands navires de commerce. Outre l'essai de remorquage, on effectue, au bassin d'essai des carènes, un essai d'autopropulsion du petit modèle équipé d'une hélice de dimensions réduites en similitude et au cours duquel on mesure la poussée développée et la puissance torsiométrique absorbée par l'hélice. On peut alors, dans ces conditions, calculer η_g et le développer, comme ci-dessus, en produits de facteurs sans aucune ambiguïté.

On déduit ensuite des essais sur petit modèle la puissance torsiométrique F_{TB} prévue pour le navire réel à la vitesse V. On peut alors comparer F_{TB} à la puissance torsiométrique réelle F_{TM} mesurée comme indiqué plus haut lors des essais à la mer du navire réel, à la vitesse V, sur base de vitesse.

On pose : $$F_{TM} = (1 + x)\, F_{TB}$$

$(1 + x)$ est appelé coefficient de corrélation bassin/mer. Ce coefficient prend en compte certaines erreurs systématiques dues à la méthode d'estimation de F_{TB} par suite de l'effet d'échelle, en particulier sur la succion, le sillage, le fonctionnement de l'hélice, les rugosités et la propreté de la carène. Il permet de tenir compte également, si nécessaire, de l'état de la mer et, spécialement pour les grands navires, de l'influence de la profondeur de la mer sur base.

Actuellement, le coefficient de corrélation $(1 + x)$ peut varier approximativement entre 0,8 et 1,1. L'état de la mer peut, à lui seul, introduire une variation de l'ordre de 0,1. Il en est de même de l'état de propreté de la carène sur laquelle les salissures (algues et coquillages) se développent rapidement, surtout en eaux relativement chaudes, jusqu'à provoquer un accroissement de la résistance de remorquage pouvant atteindre 0,5 % par semaine de séjour à flot du bâtiment.

La connaissance, à posteriori, du coefficient $(1 + x)$ de corrélation bassin/mer pour un navire déterminé permet d'affiner les prévisions relatives aux bâtiments voisins construits ultérieurement. Elle permet surtout d'améliorer les méthodes de prévision.

2.3. LA RÉSISTANCE DE REMORQUAGE

2.3.0. Généralités

Lorsqu'on cherche à déterminer la puissance F de l'appareil moteur nécessaire pour assurer la propulsion d'un navire de déplacement P à la vitesse V on aboutit, en définitive, à la relation $F = \frac{R \cdot V}{\eta g}$ (cf. paragraphe 2.2.4.5.).

Dans cette expression de F, et mis à part V, qui est une donnée, le terme le mieux défini est la résistance de remorquage R (cf. paragraphe 2.1.1.). Bien qu'on ne la mesure pratiquement jamais en vraie grandeur, c'est d'ailleurs cette résistance R qui caractérise, au premier chef, les qualités d'une carène en matière de propulsion.

Comme il est généralement souhaitable, en particulier pour des raisons économiques, d'utiliser une puissance F aussi réduite que possible, on cherchera en premier lieu, lors de l'établissement d'un projet de navire, à tracer une carène dont les formes, tout en conduisant au déplacement P nécessaire et en respectant les autres impératifs du programme du navire, vont permettre d'aboutir à une résistance de remorquage escomptée R la plus faible possible.

Lorsqu'on constate que certains contrats de construction de navire prévoient des pénalités dès que la vitesse maximum atteinte aux essais est inférieure à la vitesse contractuelle de 0,2 nœud seulement, on conçoit qu'il puisse être nécessaire de chercher à estimer R avec une précision élevée (disons de 1 à 3 %).

Pour ce qui nous concerne, nous nous bornerons à analyser rapidement les origines de la résistance à l'avancement d'un flotteur, à indiquer la méthode classique de détermination de R à partir d'essais en similitude et à présenter sommairement les solutions retenues pour les différents types de navires.

2.3.1. Origines de la résistance de remorquage

2.3.1.1. Considérons un liquide de volume infini, rigoureusement parfait c'est-à-dire au sein duquel ne s'exercent que des pressions normales aux surfaces en présence à l'exclusion de toutes forces tangentielles, préalablement au repos, et à l'intérieur duquel on remorque à vitesse rectiligne et uniforme un corps profondément immergé. On démontre que, dans ces conditions, la résistance de remorquage est nulle. C'est, pour le cas concret envisagé, l'expression du paradoxe de d'Alembert.

L'expérience courante montre bien, cependant, qu'il faut toujours exercer un effort dans le sens de la marche pour remorquer un flotteur à la surface de l'eau, même si cette eau est calme et sa surface, comme sa profondeur, de dimensions quasi infinies.

Il faut donc en conclure que la résistance de remorquage résulte du fait que l'une au moins des deux autres hypothèses, qui sont à la base du paradoxe de d'Alembert, n'est pas vérifiée. En d'autres termes :

— L'eau n'est pas un fluide parfait et les forces de viscosité freinent la marche du flotteur.

— La surface libre de l'eau est perturbée dans son équilibre et s'oppose, d'une certaine manière, au remorquage du flotteur.

L'observation attentive d'un tel flotteur, au cours de son déplacement, montre que ces deux facteurs interviennent effectivement pour un navire de surface.

2.3.1.2. Depuis le pont du flotteur on peut constater la présence, le long des murailles de la carène, d'une petite épaisseur d'eau agitée intérieurement, qu'on appelle la *couche limite* et dont l'existence s'explique comme suit :

Une force tangentielle de viscosité f_v apparaît entre deux éléments liquides a et b en contact par la surface s et dont les vitesses, parallèles à cette surface s, diffèrent de ΔV. Cette force f_v dirigée à l'opposé de la vitesse, tend à freiner l'élément le plus rapide et a pour valeur numérique :

$$f_v = \mu \frac{\Delta V}{\Delta n} s$$

si μ est le coefficient de viscosité (1) et Δn l'écartement des deux éléments liquides mesuré normalement à la surface s

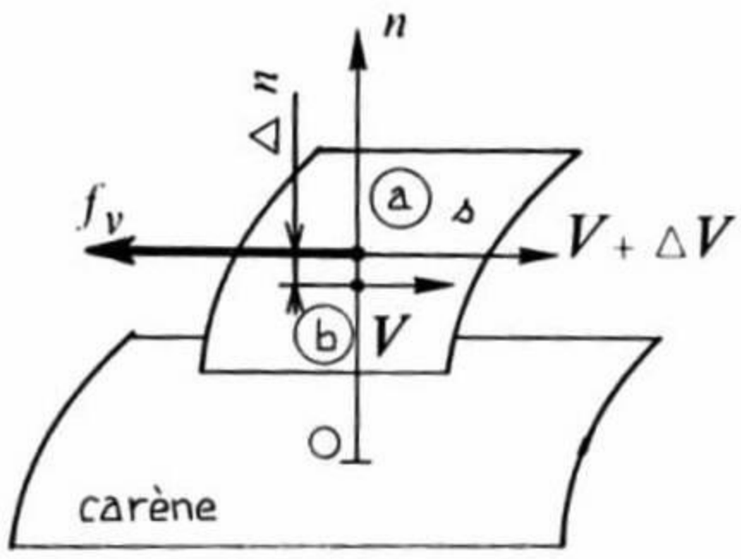


FIG. 25

Dans ces conditions, lorsque μ est relativement faible, comme c'est le cas pour les fluides très peu visqueux tels que l'eau, les particules liquides en contact avec la carène sont entraînées dans le mouvement du flotteur alors que, lorsqu'on s'éloigne normalement à cette carène, la vitesse des particules diminue pour atteindre, rapidement, celle de l'eau libre.

La zone où le gradient de vitesse $\frac{\Delta V}{\Delta n}$ est élevé constitue, précisément, la couche limite, c'est-à-dire la région où, en pratique, se manifestent seulement les forces de viscosité.

---

(1) Plus précisément μ est le coefficient de viscosité dynamique.

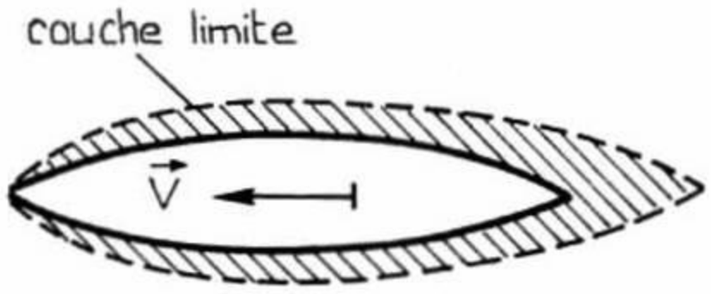


FIG. 26

Normalement, si la carène du flotteur est bien profilée, comme c'est le cas pour un navire, la couche limite enveloppe complètement la carène, son épaisseur variant de quelques centimètres à l'avant à quelques décimètres, voire un mètre à l'arrière. A l'énergie absorbée par le travail des forces de viscosité dans cette couche limite correspond une force qui tend à s'opposer à la progression de la carène et qu'on appelle généralement la *résistance de frottement*.

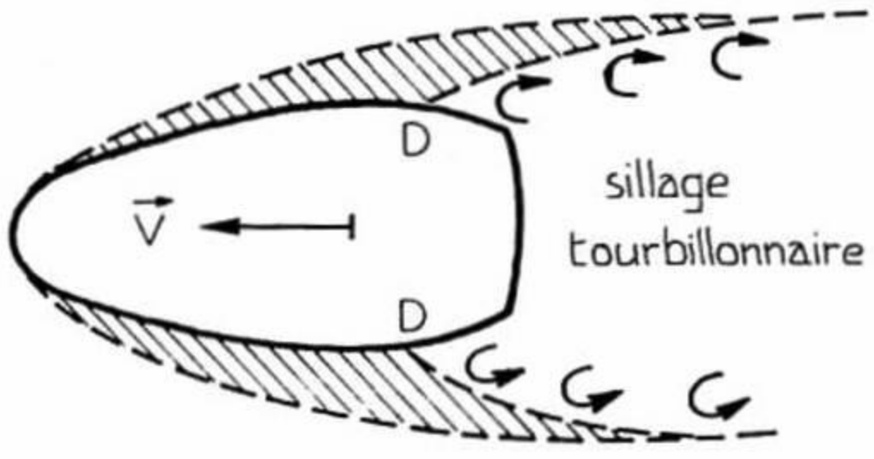


FIG. 27

Mais dans certains cas, notamment lorsque la carène est mal profilée, apparaît ce qu'on appelle un décollement de la couche limite, qui, alors, n'enveloppe plus complètement la carène mais s'en détache à partir du point de décollement *D*. Toujours du fait des forces de viscosité, une inversion de la vitesse d'écoulement apparaît au voisinage de la carène à l'arrière du point *D*, cette inversion correspond à une sorte de reflux de l'eau et donne naissance à des tourbillons. La carène semble alors traîner derrière elle un gros sillage tourbillonnaire où ces tourbillons s'agglomèrent souvent en vortex parfaitement visibles. Bien entendu, ce sillage en remorquage ne doit pas être confondu avec le sillage d'un navire en autopropulsion où le brassage de l'eau par l'hélice provoque des remous visibles à l'œil.

Au sillage tourbillonnaire correspond également une déperdition d'énergie due à la viscosité qui donne naissance à la *résistance de remous*.

Pour une carène bien dessinée et sans appendices cette résistance de remous est pratiquement nulle. Par contre les appendices de coque, qu'il s'agisse d'appendices en saillie ou d'un simple orifice percé dans la carène, peuvent donner lieu à un sillage tourbillonnaire dont l'importance peut être fonction de la vitesse.

Enfin, aux très grandes vitesses, la viscosité peut donner naissance à une *résistance d'embruns* résultant de la remontée d'une pellicule d'eau à l'avant, le long de la coque, suivie d'une retombée analogue à un déferlement.

2.3.1.3. Mais il est un autre phénomène très apparent autour du flotteur en cours de remorquage, comme d'ailleurs autour de tout objet déplacé à la surface de l'eau : c'est la création de champs de vagues importants qui accompagnent l'objet en déplacement et intéressent progressivement une zone considérable de la surface libre de l'eau.

L'entretien de tels champs de vagues nécessite une dépense d'énergie à laquelle correspond la *résistance de vagues* de la carène.

2.3.1.4. En définitive la résistance de remorquage de la carène d'un navire de surface va résulter de la superposition :

d'une part, d'une *résistance de frottement* dans la couche limite,
d'une *résistance de remous* due au sillage tourbillonnaire mais qui est pratiquement inexistante si la carène est nue et bien profilée,
d'une *résistance d'embruns* à très grande vitesse,

d'autre part, d'une *résistance de vagues* liée à la perturbation de l'équilibre de la surface libre de l'eau résultant du déplacement de la carène.

Les trois premiers phénomènes sont liés à la viscosité de l'eau caractérisée par le coefficient de viscosité μ, le quatrième phénomène est manifestement lié à la pesanteur et est donc gouverné par l'accélération g due à cette pesanteur et bien entendu, par le poids spécifique $\overline{\omega}$ de l'eau.

Bien que l'on considère souvent séparement ces quatre types de résistance il n'y a pas, en réalité, une totale indépendance entre elles. Par exemple, la forme des vagues d'accompagnement modifie la surface de la carène et les contours de la couche limite, d'autre part, cette couche limite, qui entoure la carène, peut modifier les vagues d'accompagnement, surtout à l'arrière.

Pour être complet, notons également que, sauf cas extrêmes, la tension superficielle à la surface de l'eau, la tension de vapeur de l'eau et la pression atmosphérique n'interviennent jamais, en pratique, dans la résistance de remorquage.

Rappelons encore que, pour clarifier l'exposé, nous ne tenons pas compte ici de la résistance aérodynamique des superstructures du navire ni de l'effet éventuel du mauvais temps (cf. paragraphe 2.0.2.).

Enfin précisons que, dans tout ce qui suit, on admettra que la largeur et la profondeur du plan d'eau sont suffisamment grands pour n'avoir aucune influence sur la valeur de la résistance de remorquage.

2.3.2. Recours à l'analyse dimensionnelle

2.3.2.1. Considérons une forme de carène de navire qui normalement, est définie par ce qu'on appelle le vertical du plan des formes, qui rassemble les « couples de tracé » c'est-à-dire les coupes de la surface constituant la carène par des plans verticaux perpendiculaires au plan de symétrie longitudinal et régulièrement espacés depuis la perpendiculaire avant jusqu'à la perpendiculaire

arrière. Complété de la valeur du rapport $\frac{L}{l}$ de la longueur L (1) à la largeur l et du rapport $\frac{l}{p}$ de la largeur à la profondeur p de la carène, ce vertical définit complètement une infinité de carènes semblables parmi lesquelles nous en choisissons une, caractérisée par sa longueur L.

Soit R la résistance de remorquage à la vitesse V de cette carène de longueur L dans une eau de poids spécifique $\bar{\omega}$ et de viscosité μ, l'accélération de la pesanteur étant g.

Compte tenu du chapitre 2.3.1. ci-dessus, nous savons que nous pouvons poser :

$$\boxed{R = f(\bar{\omega}, \mu, g, L, V)}$$

mais nous ignorons la forme de la fonction f. Nous allons donc chercher à la préciser à l'aide de l'analyse dimensionnelle.

2.3.2.2. Rappelons d'abord que la mesure Y de toute grandeur physique mesurable (2) peut s'exprimer par une relation homogène $Y = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}$, à partir des mesures des trois grandeurs dites fondamentales, dont la définition est intrinsèque, la masse M, la longueur L et le temps T, en utilisant un système d'unités dit « cohérent » c'est-à-dire tel que l'unité y servant à la mesure de Y se déduise des unités (3) m, l et t servant à mesurer respectivement la masse, la longueur et le temps par la relation $y = m^{\alpha} l^{\beta} t^{\gamma}$.

On dit alors que l'équation de dimension de Y est $M^{\alpha}. L^{\beta}. T^{\gamma}$.

Une force F, qui est égale au produit d'une masse par une accélération, aura donc pour équation de dimension $M.L.T^{-2}$.

Enfin une grandeur correspondant à :

$$\frac{Y}{M^{\alpha}.\mathrm{L}^{\beta}.\mathrm{T}^{\gamma}}$$

par exemple : $\frac{F}{M.L.T^{-2}}$, sera dite *de dimension nulle*. On vérifie aisément que la mesure d'une telle grandeur est indépendante du système cohérent d'unités choisi.

On établit alors le *théorème de Vaschy* qui est le suivant : soit x_1, ...x_i,... x_n les mesures des n grandeurs qui interviennent dans un phénomène mécanique caractérisé par la relation $f(x_1,...x_i..., x_n) = 0$

Si x_1, x_2, x_3 sont les mesures des grandeurs fondamentales (ou pouvant

---

(1) Il s'agit presque toujours de la longueur L de la flottaison de cette carène.

(2) Une grandeur est dite mesurable lorsqu'il est possible de définir l'égalité et la somme de deux grandeurs de ce type et par conséquent de la comparer à une grandeur de même type prise comme unité.

(3) Les valeurs des unités fondamentales m, 1 et t peuvent être choisies arbitrairement.

être considérées comme telles au point de vue mathématique) on peut définir $(n - 3)$ grandeurs de dimension nulle dont la mesure est de la forme :

$$X_i = \frac{x_i}{x_1^{\alpha_i} x_2^{\beta_i} x_3^{\gamma_i}}$$

et la relation $f(x_1, \ldots x_i, x_n) = 0$ se ramène à une relation

$$g(X_4, \ldots X_i, \ldots X_n) = 0$$

entre les mesures des $(n-3)$ grandeurs de dimension nulle.

La démonstration de ce théorème repose sur une considération logique qui est la suivante : le cours du phénomène étudié ne saurait être influencé par le choix, purement arbitraire et extérieure, du système cohérent d'unités utilisé.

2.3.2.3. Cherchons maintenant à appliquer ce mode de raisonnement à l'étude de la résistance de remorquage R.

Nous avons établi que $R = f(\overline{\omega}, \mu, g, L, V)$.

Précisions maintenant les équations de dimension de chacune des grandeurs intervenant dans cette relation :

Résistance de remorquage R : $M\ L\ T^{-2}$
Poids spécifique $\overline{\omega}$: $M\ L^{-2}\ T^{-2}$
Accélération de la pesanteur g : $L\ T^{-2}$
Longueur de la carène L : L
Vitesse de remorquage V : $L\ T^{-1}$
Enfin, coefficient de viscosité μ : $M\ L^{-1}\ T^{-1}$

d'après la relation de définition de la force de viscosité $f_v = \mu \frac{\Delta V}{\Delta n} s$ du paragraphe 2.3.1.2.

Cependant, au lieu du coefficient de viscosité μ on utilise habituellement le coefficient $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ appelé viscosité cinématique et qui est le quotient de μ par la masse spécifique du liquide ρ. Le coefficient ν a donc pour dimension $L^2 T^{-1}$.

Dans la relation donnant la résistance de remorquage, et qui devient donc $R = g(\overline{\omega}, \nu, g, L, V)$, nous pouvons, par une opération mathématique simple, faire apparaître trois grandeurs de dimension nulle de mesure :

$$\frac{R}{\overline{\omega} L^3}, \quad \frac{\nu}{VL} \quad \text{et} \quad \frac{gL}{V^2}$$

et obtenir ainsi la nouvelle relation :

$$\frac{R}{\overline{\omega}\, L^3} = G\left(\overline{\omega}, L, V, \frac{\nu}{VL}, \frac{gL}{V^2}\right).$$

Cette transformation revient, d'un point de vue mathématique et non physique, à considérer le poids spécifique, la longueur et la vitesse comme les grandeurs fondamentales.

Supposons maintenant que nous choisissions un nouveau système cohérent d'unités, qui peut être absolument quelconque. Les mesures $\overline{\omega}$, L et V changent de valeur tandis que, par définition, $\frac{R}{\overline{\omega}\, L^3}$, $\frac{\nu}{V\, L}$ et $\frac{gL}{V^2}$ restent invariables. Il faut

donc en conclure que l'on a, en réalité :

$$\frac{R}{\varpi L^3} = G\left(\frac{v}{V L}, \frac{gL}{V^2}\right)$$

C'est l'expression du théorème de Vaschy dans le cas particulier de la résistance de remorquage envisagé ici.

On écrit habituellement les trois grandeurs de dimension nulle intervenant dans la relation précédente sous une forme légèrement différente en remarquant que ϖL^3 est proportionnel au déplacement $P = \varpi W$ de la carène de longueur L dont le volume est appelé W et, en posant :

$\mathscr{R} = \dfrac{V L}{v}$, appelé nombre de Reynolds (relatif à L),

$Fr = \dfrac{V}{\sqrt{gL}}$, appelé nombre de Reech-Froude ou, plus usuellement, nombre de Froude (également relatif à L),

On obtient alors : $\boxed{\dfrac{R}{P} = F\left(\dfrac{VL}{v}, \dfrac{V}{\sqrt{gL}}\right) = F(\mathscr{R}, Fr)}$

On remarque que $\dfrac{R}{P}$ est la résistance de remorquage par unité de poids du déplacement de la carène.

2.3.2.4. Considérons deux carènes semblables A et B de formes telles qu'elles sont définies au premier alinéa du paragraphe 2.3.2.1. mais, la première, de longueur L_1 donnée et, la seconde, de longueur L_2 quelconque.

La fonction F définie au paragraphe 2.3.2.3. ci-dessus, sans aucune hypothèse particulière sur la valeur de L, est la même pour ces deux carènes. On dit alors que leur remorquage s'effectue en *similitude mécanique*.

Supposons que nous voulions connaître la résistance de remorquage R_1 à la vitesse V_1 dans un liquide de viscosité cinématique v_1 de la carène A, dont le déplacement est P_1.

Mesurons alors, pour la carène B dont le déplacement est P_2, la résistance de remorquage R_2 à la vitesse V_2 dans un liquide de viscosité cinématique v_2, en choisissant L_2, V_2 et v_2 de telle sorte que :

$$\frac{V_1 L_1}{v_1} = \frac{V_2 L_2}{v_2} \quad \text{et que} \quad \frac{V_1}{\sqrt{g L_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{g L_2}},$$

en admettant que le type d'écoulement est bien le même autour des deux carènes considérées, et g étant nécessairement le même pour les deux expériences.

Nous aurons alors : $\dfrac{R_1}{P_1} = \dfrac{R_2}{P_2}$ et nous pouvons calculer R_1 en fonction de R_2. Nous avons ainsi réalisé un essai de remorquage de la carène A en similitude à l'aide de la carène B.

Cet essai en similitude n'a évidemment d'intérêt que s'il est plus aisément réalisable que l'essai réel de la carène *A* c'est-à-dire, en pratique, si la carène *B* (ou modèle) peut être beaucoup plus petite que la carène *A* (ou réel).

Nous verrons plus loin que le problème de l'essai de remorquage en similitude se pose néanmoins de façon un peu moins évidente en raison du choix extrêmement restreint des liquides utilisables.

2.3.2.5. Avant d'en venir à la détermination pratique de la résistance de remorquage d'une carène à l'aide des lois de la similitude, il est intéressant de chercher à voir à quelle réalité physique peut correspondre le raisonnement logique et abstrait des paragraphes 2.3.2.2. et 2.3.2.3. Ce qui suit ne saurait cependant avoir le caractère d'une démonstration.

Considérons donc, à nouveau, les deux carènes *A* et *B* du paragraphe précédent. Pour la commodité du raisonnement nous supposons qu'au lieu d'être remorquées dans une eau initialement au repos, ces deux carènes sont maintenues fixes en présence d'eau animée d'un mouvement permanent de vitesse uniforme de même valeur numérique *V* que la vitesse de remorquage de la carène considérée mais qui lui est directement opposée. Dans ces conditions l'effort hydrodynamique exercé par l'eau sur la carène reste le même.

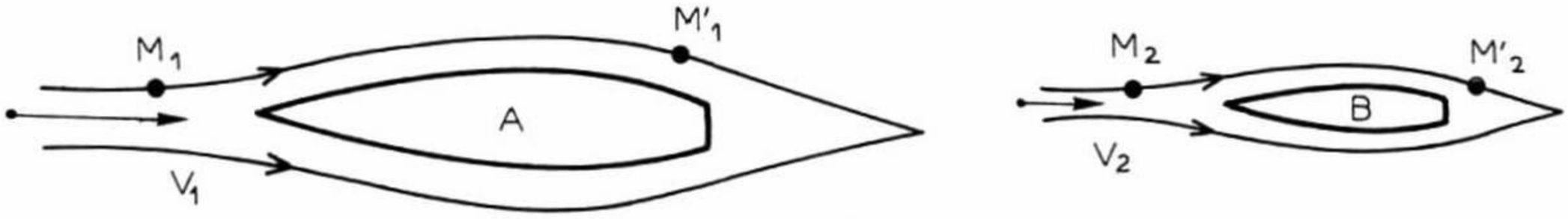


FIG. 28

Les deux carènes *A* et *B* sont en *similitude géométrique*. Admettons, de plus, que les conditions d'essai soient telles que la trajectoire d'une particule liquide M_1 de masse m_1 qui vient vers la carène *A* avec la vitesse initiale uniforme V_1 soit une courbe géométriquement semblable à la trajectoire d'une certaine particule M_2 de masse m_2 qui, homologue de M_1, vient vers la carène *B* avec la vitesse initiale uniforme V_2 et que, par ailleurs, en deux points homologues quelconques, M'_1 et M'_2 de ces deux trajectoires, les vitesses V'_1 et V'_2 d'une part, les accélérations γ'_1 et γ'_2 d'autre part, des deux particules considérées aient, à la fois, même orientation et des valeurs numériques dans un rapport constant. Les deux écoulements sont alors en *similitude cinématique*.

On sait que le mouvement d'une particule liquide *M*, de masse *m*, est régi par la loi fondamentale de la dynamique du point matériel (1) que nous écrivons sous forme vectorielle (2)

$$m\vec{\gamma} = \vec{F}$$

$\vec{\gamma}$ étant l'accélération de la particule à l'instant considéré et $\vec{F}$ la résultante de toutes les forces extérieures appliquées à cette particule.

---

(1) Cf. paragraphe 1.1.5.
(2) Cf. paragraphe 1.1.1.

Pour qu'il y ait bien similitude cinématique des deux écoulements, c'est-à-dire qu'en deux points homologues M'_1 et M'_2 quelconques on ait $\overrightarrow{\gamma'_2} = k\,\overrightarrow{\gamma'_1}$, k étant une constante, il faut en particulier que la résultante F'_1 des forces extérieures agissant sur M'_1 et la résultante F'_2 des forces extérieures agissant sur M'_2 soient telles que

$$\frac{\overrightarrow{F'_2}}{m_2} = \frac{k\,\overrightarrow{F'_1}}{m_1}, \qquad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{\overrightarrow{F'_2}}{\overrightarrow{F'_1}} = \frac{m_2\,\overrightarrow{\gamma'_2}}{m_1\,\overrightarrow{\gamma'_1}} = \text{constante.}$$

Il y a alors *similitude dynamique*.

Recherchons maintenant les conditions de cette similitude dynamique.

Les forces extérieures, de résultante $\vec{F}$, qui agissent sur une particule liquide M, comprennent :

— le poids $\vec{p} = m\vec{g}$ de la particule dont l'orientation est toujours celle de l'accélération $\vec{g}$ de la pesanteur,

— la force de viscosité $\vec{r}$, appelée f_v au paragraphe 2.3.1.2., dont l'orientation directement liée au champ de vitesse est la même par hypothèse en deux positions homologues (M'_1, M'_2) des deux écoulements,

— une force $\vec{f}$, dite de surface, représentant l'action de contact exercée sur la particule M par les particules liquides voisines et éventuellement par la carène.

En appelant force d'inertie $\vec{f}_i$ la grandeur vectorielle $-m\vec{\gamma}$, la relation fondamentale $m\vec{\gamma} = \vec{F}$ s'écrit $\vec{F} + \vec{f}_i = 0$ c'est-à-dire, ici, $\vec{p} + \vec{r} + \vec{f} + \vec{f}_i = 0$, relation qui peut se représenter, graphiquement, par une ligne polygonale fermée $a\ b\ c\ d$ qui, généralement, n'est pas plane et que nous appellerons quadrilatère gauche.

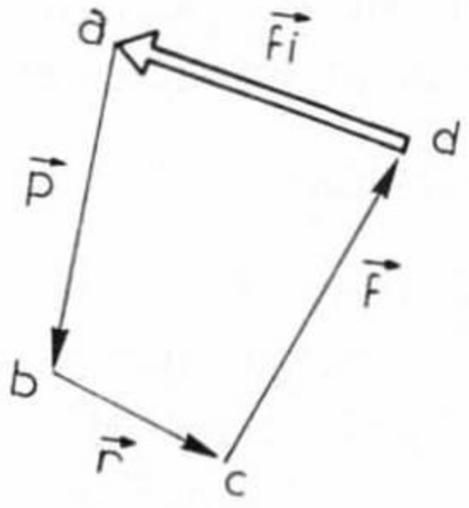


FIG. 29

La condition nécessaire de similitude dynamique $\frac{\overrightarrow{F'_2}}{\overrightarrow{F'_1}} = \frac{m_2\,\overrightarrow{\gamma'_2}}{m_1\,\overrightarrow{\gamma'_1}} = \frac{\overrightarrow{f'_{i2}}}{\overrightarrow{f'_{i1}}}$ établie ci-dessus peut s'écrire $\frac{\overrightarrow{F'_2}}{\overrightarrow{f'_{i2}}} = \frac{\overrightarrow{F'_1}}{\overrightarrow{f_{i1}}}$.

Elle est vérifiée lorsque le quadrilatère gauche

$$a'_1\ b'_1\ c'_1\ d'_1$$

relatif à la position M'_1 de la particule M_1 est semblable au quadrilatère gauche

$$a'_2\ b'_2\ c'_2\ d'_2$$

relatif à la position homologue M'_2 de la particule M_2, quel que soit M'_1.

Pour qu'il en soit bien ainsi et puisque, par hypothèse, les trois cotés

$$a'_1\,b'_1, \quad b'_1\,c'_1, \quad d'_1\,a'_1$$

sont respectivement parallèles aux trois cotés

$$a'_2\,b'_2, \quad b'_2\,c'_2, \quad d'_2\,a'_2$$

il suffit que le rapport de la longueur de deux de ces côtés à la longueur du troisième soit la même pour les deux figures.

En d'autres termes il faut que le poids $\vec{p}$ et la force de viscosité $\vec{r}$ qui s'exercent sur les particules homologues considérées dans les deux écoulements soient telles que $\frac{p}{f_i} = \frac{p'_1}{f'_{i1}} = \frac{p'_2}{f'_{i2}} =$ constante, et $\frac{r}{f_i} = \frac{r'_1}{f'_{i1}} = \frac{r'_2}{f'_{i2}} =$ constante.

Lorsque ces conditions sont réalisées les deux quadrilatères gauches sont semblables et on a donc, de plus :

$$\frac{f'_1}{f'_{i1}} = \frac{f'_2}{f'_{i2}}, \text{ ou encore } \frac{f'_1}{p'_1} = \frac{f'_2}{p'_2} = \frac{f}{p} = \text{constante}$$

Compte tenu des équations de dimension, la première condition s'écrit :

$$\frac{p}{f_i} = \frac{m\,g}{m\,\gamma} = \frac{g}{V^2\,L^{-1}} = \text{constante},$$

si V est la vitesse uniforme de l'eau correspondant à la carène de longueur L. Elle correspond à la constance du nombre de Reech-Froude $Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$ qui exprime donc que le rapport de proportionnalité des forces de pesanteur aux forces d'inertie est le même pour les deux expériences.

La seconde condition devient :

$$\frac{r}{f_i} = \frac{\mu \frac{V}{L} L^2}{\rho\,L^3 \frac{V^2}{L}} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{1}{V\,L} = \frac{\nu}{V\,L} = \text{constante.}$$

On retrouve ici la constance du nombre de Reynolds $\frac{VL}{\nu}$ qui exprime que le rapport de proportionnalité des forces de viscosité aux forces d'inertie est le même dans les deux expériences.

On a alors $\frac{f}{p} =$ constante, c'est-à-dire, puisque la résistance de remorquage R de la carène de déplacement P résulte précisément de la somme des réactions $-\vec{f}$ des particules d'eau sur la carène, $\frac{R}{P} =$ constante, pour les deux écoulements considérés.

On retrouve donc la propriété établie au paragraphe 2.3.2.3. après avoir mis en évidence la signification physique des conditions de similitude $\left(\frac{V}{\sqrt{gL}} = \text{constante}, \frac{VL}{\nu} = \text{constante}\right)$ sous une forme qui correspond à celle retenue par Reech, dans son « Cours de mécanique », au milieu du XIX^e siècle, pour étudier la résistance à la marche des corps flottants, en jetant ainsi, en pratique, les bases de la similitude mécanique.

2.3.3. Détermination de la résistance de remorquage d'une carène nue

2.3.3.1. L'hypothèse de Froude

On a vu, au paragraphe 2.3.2.4. que, pour qu'il y ait similitude mécanique entre le remorquage à la vitesse V_1 de la carène réelle de longueur L_1 et le remorquage à la vitesse V_2 du modèle de longueur L_2 de cette carène, les deux conditions suivantes devaient être remplies :

$$\frac{V_1}{\sqrt{gL_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{gL_2}} \quad \text{et} \quad \frac{V_1 L_1}{\nu_1} = \frac{V_2 L_2}{\nu_2}$$

Pour que l'essai de remorquage du modèle soit aisément réalisable, il faut, non seulement qu'il soit effectué dans le champ de gravité de la pesanteur, ce qui est évident, mais, également, que le liquide de viscosité cinématique ν_2 dans lequel il flotte soit peu coûteux et de mise en œuvre facile. Or il se trouve que la viscosité cinématique des liquides courants varie relativement peu et, en pratique, la seule solution consiste donc à utiliser de l'eau (1) c'est-à-dire à admettre que $\nu_1 = \nu_2$.

Dans ces conditions, il faut que $\frac{V_1}{\sqrt{L_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{L_2}}$ et $V_1 L_1 = V_2 L_2$, c'est-à-dire que $L_1 = L_2$ et $V_1 = V_2$. L'essai du modèle se ramène alors à l'essai de la carène réelle, ce qui est sans intérêt.

C'est une hypothèse émise par Froude, vers 1870, à vrai dire dans le cadre d'un raisonnement un peu différent, qui permet de sortir de cette impasse.

Froude a admis que la *résistance de remorquage R* était la somme de deux termes indépendants, une *résistance* R_f, dite *de frottement,* assimilable à la résistance de remorquage d'un plan mince vertical de même longueur (2) L et de même surface mouillée (3) S que la carène considérée et une *résistance* R_D due, essentiellement, aux vagues induites par la carène et appelée *résistance directe* ou, encore, résistance résiduaire en raison même de sa définition et, également, résistance de rencontre.

---

(1) Pour l'eau aux températures courantes on a $\nu = 10^{-2}$ stokes $= 10^{-2}\,\text{cm}^2/\text{sec}$.

(2) Donc de même nombre de Reynolds $\mathcal{R} = \frac{VL}{\nu}$ puisque la vitesse est également la même.

(3) La surface mouillée est la surface de la carène en contact avec l'eau environnante.

On pose donc

$$\boxed{R = R_f + R_D}$$

ce qui permet d'écrire la relation $\frac{R}{P} = F\left(\frac{VL}{v}, \frac{V}{\sqrt{gL}}\right)$, établie ci-dessus, au paragraphe 2.3.2.3, sous la forme :

$$\frac{R}{P} = F_f\left(\frac{VL}{v}\right) + F_D\left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right), \quad \text{avec } \frac{R_f}{P} = F_f\left(\frac{VL}{\nu}\right), \quad \text{et } \frac{R_D}{P} = F_D\left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right),$$

ce qui s'avère acceptable en pratique.

En d'autres termes, on détermine R_f par des essais en similitude à

$$\mathcal{R} = \frac{VL}{v} = \text{constante}$$

et R_D par des essais en similitude à

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \text{constante}$$

ou encore à

$$\frac{V}{\sqrt{L}} = \text{constante}$$

puisque g ne varie pas d'une expérience à l'autre.

$\frac{V}{\sqrt{L}}$ est alors appelé *degré de vitesse.*

En pratique, la résistance de frottement R_f est calculée à l'aide de formules empiriques traduisant les résultats d'un grand nombre d'essais et dont la plus simple, encore utilisée actuellement, est la formule dite de « Froude — Le Besnerais » qui s'écrit, pour de l'eau à 15 °C :

$$\boxed{R_f = \left(0{,}1392 + \frac{0{,}258}{2{,}68 + L}\right) SV^{1{,}825}}$$

en appelant :
- R_f la résistance de frottement en kilogrammes force (1) c'est-à-dire ici, la résistance de remorquage du plan mince équivalent,
- L la longueur de ce plan mince, en mètres
- S sa surface mouillée, en mètres carrés qui peut être prise égale à $k\sqrt{WL}$, W étant le volume de la carène en m^3 et k un coefficient qui est de l'ordre de 2,6,
- V sa vitesse de remorquage en mètres/seconde.

(1) 1 kilogramme force = 0,981 décanewton.

Par contre, la résistance directe R_D se déduit de l'essai en similitude d'un petit modèle de la carène effectué dans un bassin d'essai des carènes comme indiqué au paragraphe 2.1.1. et dépouillé suivant la méthode décrite ci-après.

2.3.3.2. La méthode classique de calcul de la résistance de remorquage R

Soit, toujours, R_1 la résistance de remorquage de la carène réelle, de déplacement P_1 et de longueur L_1, à la vitesse V_1 et de même, R_2 la résistance de remorquage du petit modèle de cette carène à la vitesse V_2, le déplacement du modèle étant P_2 et la longueur L_2.

V_2 se déduit de V_1 par la condition $\frac{V_1}{\sqrt{L_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{L_2}}$ qui exprime l'égalité des degrés de vitesse donnant des conditions de fonctionnement en similitude.

C'est dire, par exemple, que le fonctionnement d'une carène de longueur $L_1 = 100$ m remorquée à la vitesse $V_1 = 10$ m/sec, c'est-à-dire environ 20 nœuds, pourra être figuré par le remorquage d'un modèle de longueur $L_2 = 4$ m à la vitesse :

$$V_2 = \frac{V_1 \sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = 2 \text{ m/s}$$

Avec l'hypothèse de Froude on a alors, pour la carène réelle :

$$\frac{R_1}{P_1} = \frac{R_{f1}}{P_1} + \frac{R_{D1}}{P_1}$$

et pour le modèle :

$$\frac{R_2}{P_2} = \frac{R_{f2}}{P_2} + \frac{R_{D2}}{P_2}.$$

L'essai de remorquage du modèle, qui permet de mesurer la résistance de remorquage R_2 à la vitesse V_2, étant effectué en respectant la condition :

$$\boxed{\frac{V_1}{\sqrt{L_1}} = \frac{V_2}{\sqrt{L_2}},}$$

on, a puisque g est constant :

$$\frac{R_{D1}}{P_1} = F_D\left(\frac{V_1}{\sqrt{gL_1}}\right) = F_D\left(\frac{V_2}{\sqrt{gL_2}}\right) = \frac{R_{D2}}{P_2}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{R_{D1}}{P_1} = \frac{R_{D2}}{P_2} = \frac{R_2}{P_2} - \frac{R_{f2}}{P_2}$$

d'autre part : $$\frac{R_1}{P_1} = \frac{R_{f1}}{P_1} + \frac{R_{D1}}{P_1}.$$

Or on a vu, au paragraphe 2.3.3.1, comment calculer R_{f2} et R_{f1}.

La résistance de remorquage R_1 de la carène réelle a donc, en définitive, pour expression :

$$\boxed{\frac{R_1}{P_1} = \frac{R_{f1}}{P_1} + \left(\frac{R_2}{P_2} - \frac{R_{f2}}{P_2}\right)}$$

Généralement, on mesure la résistance de remorquage du modèle à diverses vitesses, on trace la courbe donnant la valeur de $\frac{R_2}{P_2}$ en fonction de $\frac{V_2}{\sqrt{L_2}}$ et on détermine, comme indiqué sur la figure 30, la valeur $\frac{R_1}{P_1}$ correspondant à la vitesse V_1 de la carène réelle après avoir tracé, sur le même graphique, les courbes donnant les valeurs calculées de $\frac{R_{f2}}{P_2}$ et $\frac{R_{f1}}{P_1}$ en fonction de $\frac{V}{\sqrt{L}}$.

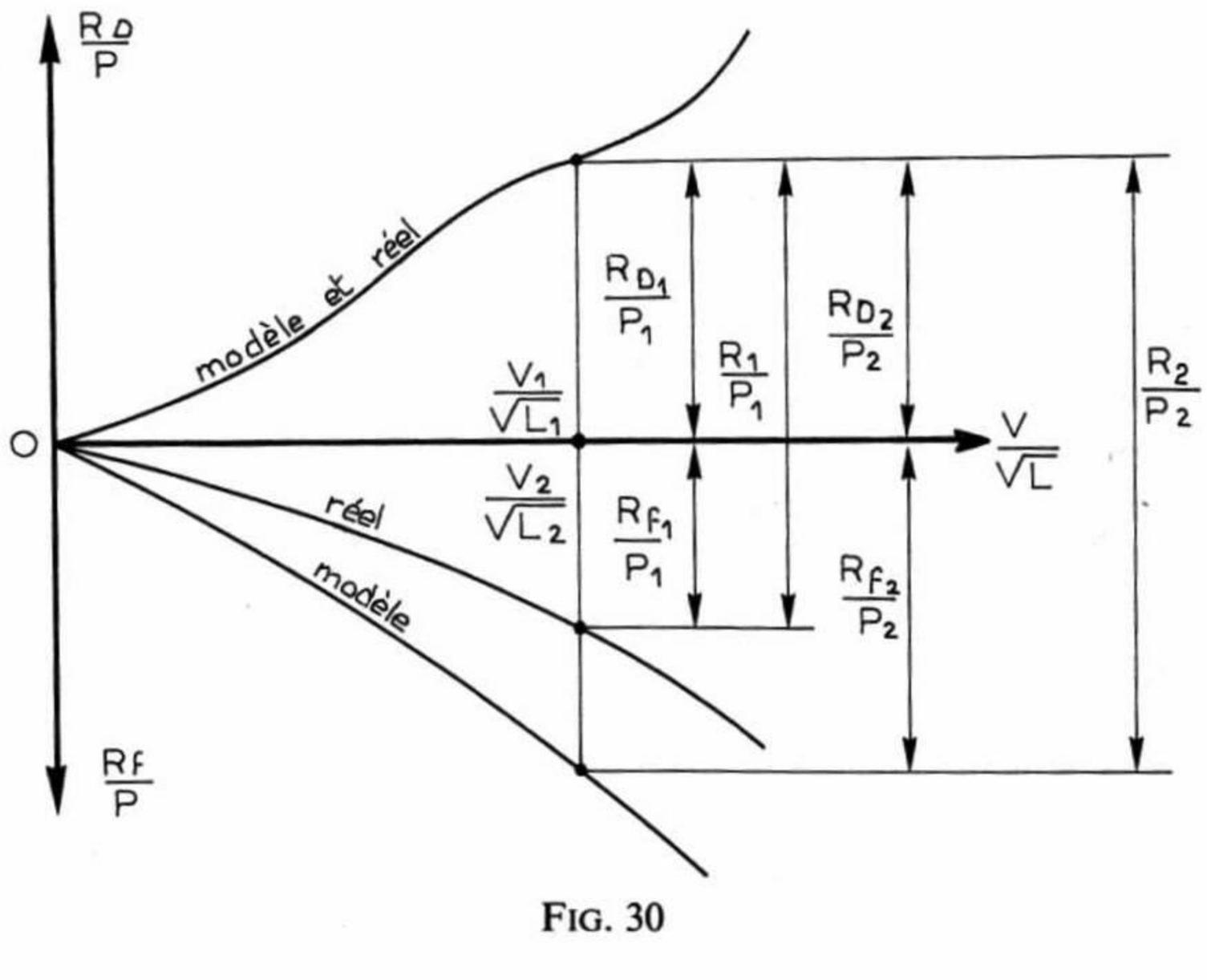


FIG. 30

2.3.3.3. Les améliorations de la méthode de calcul de R

Le premier reproche qui peut être fait à la méthode de calcul décrite ci-dessus concerne la détermination de la résistance de frottement R_f.

On remarque, d'abord, que la formule de « Froude-Le-Besnerais » n'est pas homogène, qu'elle ne fait pas intervenir explicitement le nombre de Reynolds $\mathscr{R}$ qui, en toute logique, est déterminant et, qu'enfin, elle ne fait pas apparaître l'influence de la rugosité de la carène. D'autre part l'assimilation de la carène à un plan mince n'est qu'une approximation qui, même si elle est conventionnelle,

est plus ou moins justifiée suivant qu'il s'agit d'un navire long et fin ou, au contraire, court et ventru.

D'autres formules ont donc été mises au point pour le calcul de R_f.

Ces formules sont plus ou moins complexes et, généralement, plus particulièrement adaptées, chacune, à un type donné de carène. En tout état de cause, l'influence de la salissure qui se développe progressivement sur la carène réelle est importante (cf. paragraphe 2.2.4.6.).

La valeur de la résistance de frottement R_f étant supposée convenablement corrigée, on peut faire encore deux types de reproches à la méthode de calcul en cause.

D'une part l'analyse sommaire du paragraphe 2.3.1. montre immédiatement que R_f ne représente pas, dans R, toute la part de résistance due à la viscosité de l'eau tandis que R_D regroupe, au contraire, l'influence de plusieurs types de phénomènes où interviennent à la fois viscosité et gravité. Or, bien qu'appelée parfois résistance résiduaire, R_D représente souvent une fraction non négligeable de R (cf paragraphe 2.3.3.4. ci-après). On pourrait donc mettre en cause la validité de l'hypothèse de Froude.

D'autre part, la méthode classique suppose le recours à des essais sur petit modèle alors qu'il serait plus rapide et moins coûteux de déterminer R entièrement par le calcul si cela s'avérait réalisable avec la même précision.

Disons immédiatement qu'en pratique, et sauf pour quelques cas particuliers, la théorie ne permet pas encore de supprimer l'expérimentation sur modèle, malgré le développement très important des possibilités de calcul numérique qu'apporte l'ordinateur, et que, dans ces conditions, l'hypothèse de Froude reste une base bien adaptée à l'étude expérimentale de R.

Pour le moment on cherche donc à analyser soigneusement l'écoulement relatif de l'eau autour de la carène et à le représenter le mieux possible de manière à améliorer la méthode décrite ci-dessus. L'extension du domaine d'application du calcul se traduit alors par une meilleure exploitation des essais sur modèle, tant en ce qui concerne la prévision ou l'explication de certains phénomènes que l'élargissement du champ d'application d'un essai déterminé.

L'étude détaillée de ces diverses améliorations sort, bien entendu, du cadre du présent exposé.

2.3.3.4. Les résultats d'ensemble de l'étude de R

La formule de « Froude-Le Besnerais » montre d'abord que la résistance de frottement R_f croît un peu moins vite que le carré de la vitesse et, à volume de carène W donné, croît également avec la longueur, c'est-à-dire avec la finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$ en raison de l'accroissement de la surface mouillée S qui en résulte et que traduit la relation empirique approximative $S = k\sqrt{WL}$.

La résistance directe R_D, qui, pour un navire classique, correspond essentiellement à la résistance de vagues, croît un peu plus vite que le carré de la vitesse. La courbe $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ comporte toutefois des ondulations qui

se répercutent donc sur la courbe $\frac{R}{P} = f\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ sous la forme de creux et de bosses dont l'importance pratique est considérable. Ces ondulations apparaissent surtout pour les vitesses élevées. Lors de l'établissement du projet d'un navire relativement rapide, on aura donc intérêt à tracer la carène de telle sorte que le point de fonctionnement correspondant à la vitesse normale du navire se situe dans un creux de la courbe, de façon à bénéficier, pour cette vitesse, d'une résistance de remorquage aussi réduite que possible.

L'existence de telles singularités dans la variation de R_D en fonction de la vitesse justifie l'étude particulière de la résistance de vagues qui fera l'objet du paragraphe 2.3.4. ci-après.

Pour un navire donné on constate donc que le rapport $\frac{R_D}{R}$ de la résistance directe à la résistance totale croît avec le degré de vitesse $\frac{V}{\sqrt{L}}$ comme le montre, par exemple, le tableau ci-dessous relatif à deux carènes différentes, l'une de finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}} = 6$, relative à un navire de vitesse moyenne, et l'autre, de finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}} = 8{,}5$, relative à un navire rapide (croiseur).

Dans ce tableau, et *comme nous le ferons désormais dans toute la suite du présent exposé,* le degré de vitesse (1) $\frac{V}{\sqrt{L}}$ est calculé à partir de V et L mesurés en unités courantes, c'est-à-dire avec V en nœuds et L en mètres.

$\frac{L}{\sqrt[3]{W}} = 6$			
$\frac{V}{\sqrt{L}}$	1,2	1,6	1,8
$\frac{R_f}{R}$	92 %	75 %	50 %
$\frac{R_D}{R}$	8 %	25 %	50 %

$\frac{L}{\sqrt[3]{W}} = 8{,}5$			
$\frac{V}{\sqrt{L}}$	1,2	2	2,8
$\frac{R_f}{R}$	67 %	55 %	30 %
$\frac{R_D}{R}$	33 %	45 %	70 %

(1) On a, approximativement,

$$\frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}} \simeq 1{,}8\,\frac{V\text{knots}}{\sqrt{L\text{feet}}} \simeq 2\,\frac{V\text{m/s}}{\sqrt{L\text{m}}} \simeq 6\,\frac{V\text{m/s}}{\sqrt{g\ \text{m/s}^2\ L\text{m}}} = 6\,F_r$$

On voit ainsi que pour un degré de vitesse relativement faible (1, 2) la résistance de remorquage d'une carène adaptée à une vitesse faible est essentiellement une résistance de frottement $\left(\frac{R_f}{R} = 92\ \%\right)$ tandis que, pour un degré de vitesse élevé (2, 8), et même pour une carène dessinée pour les vitesses élevées, la résistance directe est très nettement prépondérante $\left(\frac{R_D}{R} = 70\ \%\right)$.

Le graphique ci-dessous donne enfin, à titre indicatif, la valeur approximative en fonction du degré de vitesse du rapport $\frac{R}{P}$, ou résistance de remorquage, exprimée en kilogramme force par tonne de déplacement, d'une part pour les deux carènes considérées ci-dessus et, d'autre part, pour l'ensemble des navires classiques lorsque leur carène est remorquée à sa vitesse normale d'utilisation.

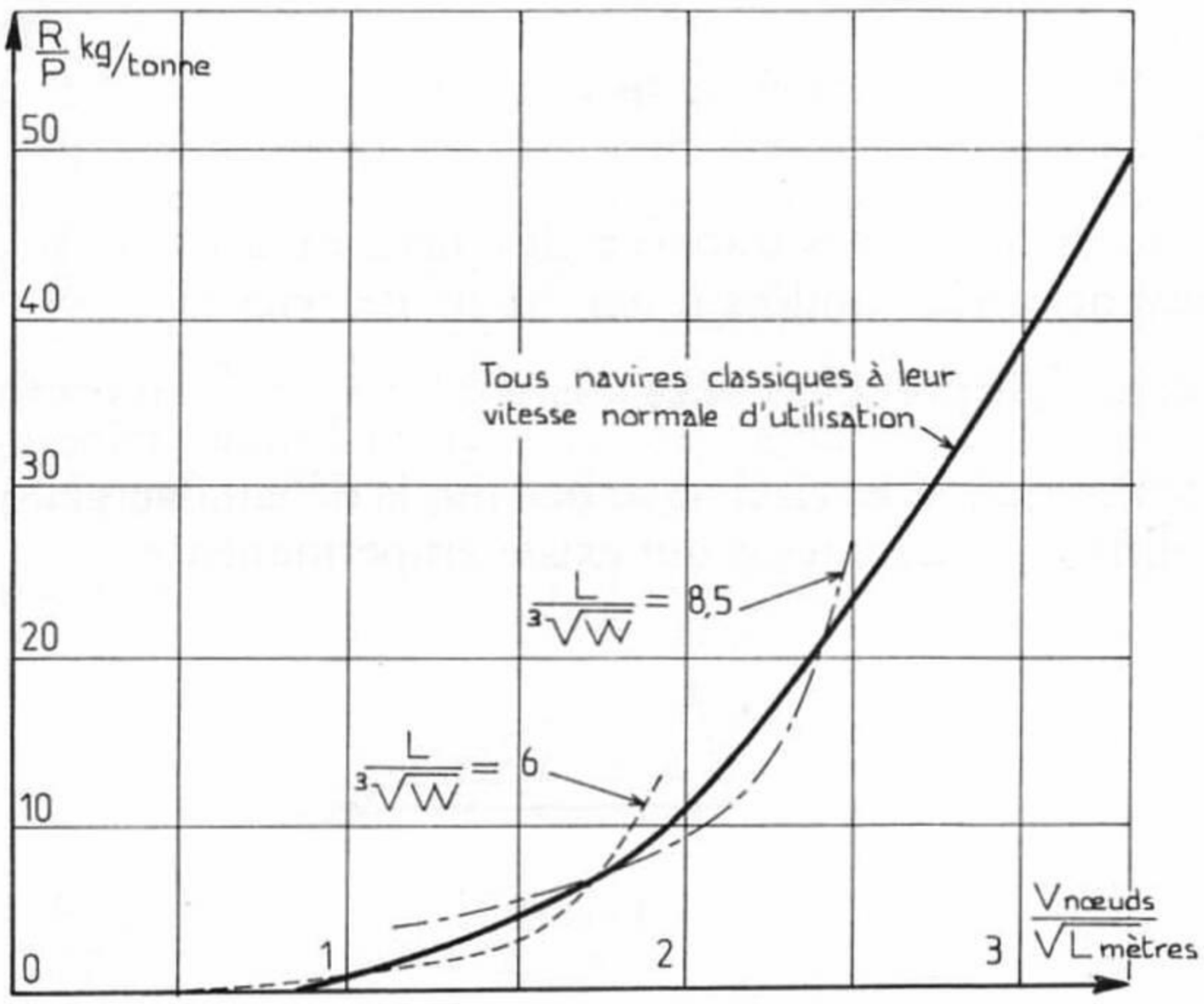


FIG. 31

2.3.4. Etude particulière de la résistance de vagues

2.3.4.1. Lorsqu'un navire se déplace à vitesse rectiligne uniforme V à la surface d'un plan d'eau calme de grandes dimensions on constate qu'il crée un champ de vagues se déplaçant à la même vitesse et appelées vagues d'accompagnement.

Ce champ de vagues comprend deux ensembles partant l'un de l'avant et l'autre de l'arrière du navire et constitués, chacun, d'un système de vagues transversales par rapport au navire et d'un système de vagues divergentes dont les lignes de crêtes démarrent à peu près tangentiellement à la vitesse de route

du navire. Chaque ensemble, symétrique par rapport au plan de symétrie longitudinal de la carène, se développe, à un instant donné, sur l'arrière du navire, à l'intérieur d'un angle de demi ouverture θ égale à 20° environ.

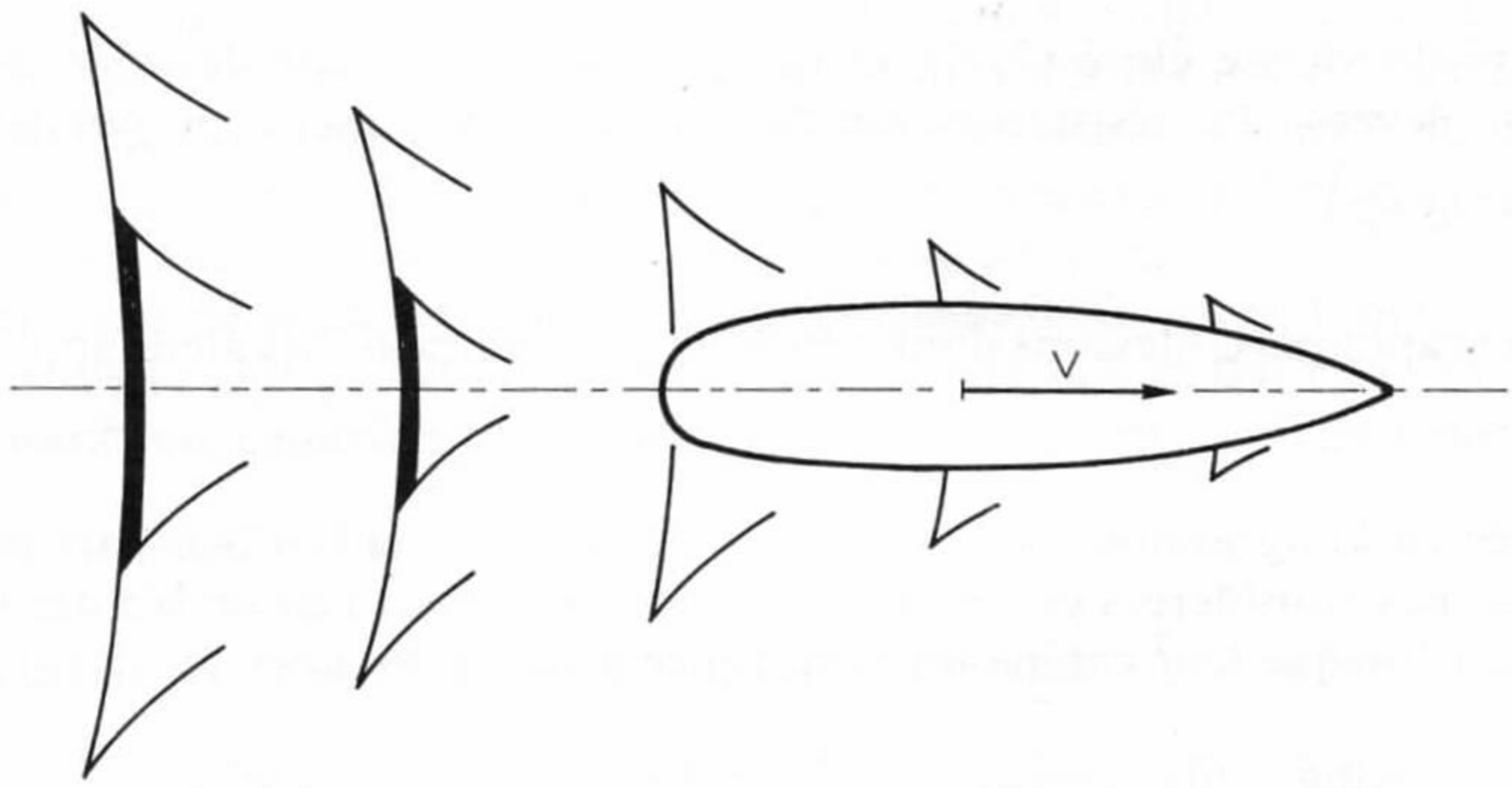


FIG. 32

2.3.4.2. Les crêtes des vagues transversales, liées au navire et se déplaçant à la vitesse V peuvent être assimilées à une houle de célérité $C = V$ (cf. chapitre 4.2) dont l'énergie propre se propage à la vitesse $\frac{C}{2} = \frac{V}{2}$ en profondeur infinie.

Le navire doit donc combler, à chaque instant, le déficit énergétique correspondant à cette différence de vitesse qui existe en permanence.

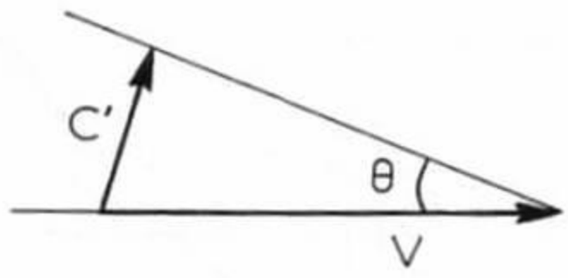


FIG. 33

On peut remarquer que, pour les vagues divergentes, on a , au maximum, $C' = V \sin \theta$, ce qui correspond à une différence de vitesse de $\frac{V \sin \theta}{2}$ seulement entre la célérité et la vitesse de propagation de l'énergie $\frac{C'}{2}$.

On en déduit par conséquent que se sont les vagues transversales qui contribuent le plus à la résistance de vagues.

2.3.4.3. Dans ces conditions, et pour expliquer, de façon purement qualitative l'existence signalée plus haut des ondulations de la courbe $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$,

nous ne tiendrons compte que des vagues transversales. Nous supposerons, de plus, que nous avons affaire à une carène très peu profilée, telle celle d'une péniche, pour laquelle on s'explique aisément que le déplacement de l'avant engendre une crête de vague transversale tandis que celui de l'arrière engendre un creux.

La longueur d'onde λ des systèmes de vagues de célérité V a pour valeur :

$$\lambda = \frac{2\pi V^2}{g}$$

compte tenu des propriétés de la houle régulière (cf. paragraphe 4.2.2.3.).

On sait, d'autre part, que l'énergie contenue dans un champ de vague de surface donnée est proportionnelle au carré du creux de ces vagues (cf. paragraphe 4.2.2.6.).

La résistance de vagues sera donc d'autant plus grande que le creux des vagues d'accompagnement sera plus important à l'arrière du navire, où ce creux résulte de la superposition des systèmes de vagues transversales avant et arrière, et inversement.

Appelons Z la distance entre le point générateur de la crête avant, appelé épaule, et le point générateur du creux arrière, appelé hanche, et admettons d'abord, pour simplifier, que Z soit indépendant de la vitesse et égal à la longueur L de la flottaison de la carène.

Quand $K\lambda = Z \simeq L$, K étant un nombre entier, le système de vagues transversales avant donne une crête au niveau de la hanche, ce qui tend à y combler le premier creux du système de vagues transversales arrière. On enregistre alors une diminution relative de la résistance directe R_D et *il apparaît donc un creux* sur la courbe : $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ pour :

$$\frac{V}{\sqrt{L}} \text{ tel que } L \simeq Z = \frac{2\pi KV^2}{g}$$

soit pour : $$\frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}} \simeq 1{,}94\,\frac{V\text{ m/s}}{\sqrt{Z\ m}} = \frac{2{,}42}{\sqrt{K}}$$

Au contraire quand $\left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda = Z \simeq L$, K étant toujours un nombre entier, le creux induit par le système de vagues transverrsales avant au niveau de la hanche renforce le premier creux du système de vagues transversales arrière d'où accroissement de R_D et *apparition d'une bosse* sur la courbe $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ pour :

$$\frac{V}{\sqrt{L}} \text{ tel que } L \simeq Z = \frac{2\pi\left(K + \frac{1}{2}\right)V^2}{g}$$

soit pour : $$\frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{\text{Lmètres}}} \simeq 1{,}94\,\frac{V\ \text{m/s}}{\sqrt{Z\,m}} = \frac{2{,}42}{\sqrt{K+\frac{1}{2}}}$$

2.3.4.4. En pratique Z est plus petit que L et varie avec les formes de la carène et, également, avec la vitesse. On a proposé, par exemple, la valeur :

$$Z = \varphi\, L + \frac{\lambda}{4} = \varphi L + \frac{\pi V^2}{2g}$$

où φ est le coefficient de remplissage longitudinal ou coefficient prismatique de la carène, c'est-à-dire $\varphi = \dfrac{W}{B^2\,L}$, B^2 étant la surface du maître couple de la carène.

Un creux de la courbe $\dfrac{R_D}{P} = f_D\left(\dfrac{V}{\sqrt{L}}\right)$ correspond alors à :

$$Z = \varphi L + \frac{\pi V^2}{2g} = \frac{2\pi\, KV^2}{g},$$

c'est-à-dire à : $L = \dfrac{2\pi\, V^2}{\varphi\, g}\left(K - \dfrac{1}{4}\right)$, soit à : $\dfrac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}} = 2{,}42\sqrt{\dfrac{\varphi}{K-\frac{1}{4}}}$

Pour une bosse de cette même courbe on aura, par contre,

$$Z = \varphi\, L + \frac{\pi\, V^2}{2g} = \frac{2\,\pi\left(K+\frac{1}{2}\right)V^2}{g},$$

$$\text{soit : } L = \frac{2\pi\, V^2}{\varphi\, g}\left(K+\frac{1}{4}\right) \quad \text{et} \quad \frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}} = 2{,}42\sqrt{\frac{\varphi}{K+\frac{1}{4}}}$$

2.3.4.5. Lorsque la vitesse du navire est faible, la longueur d'onde des vagues transversales d'accompagnement $\lambda = \dfrac{2\pi\, V^2}{g}$ est faible devant la longueur L de la carène et il en est de même pour le creux de ces vagues.

Le phénomène d'interférence entre les systèmes de vagues transversales avant et arrière décrit ci-dessus ne devient sensible, et les creux et bosses de la courbe $\dfrac{R_D}{P} = f\left(\dfrac{V}{\sqrt{L}}\right)$ significatives, qu'à partir de l'avant-dernier creux correspondant à $K = 2$ et à $\dfrac{V}{\sqrt{L}}$ voisin de 1,5.

La figure 34 résume précisément, pour $K \leqslant 2$, le raisonnement du paragraphe 2.3.4.4.

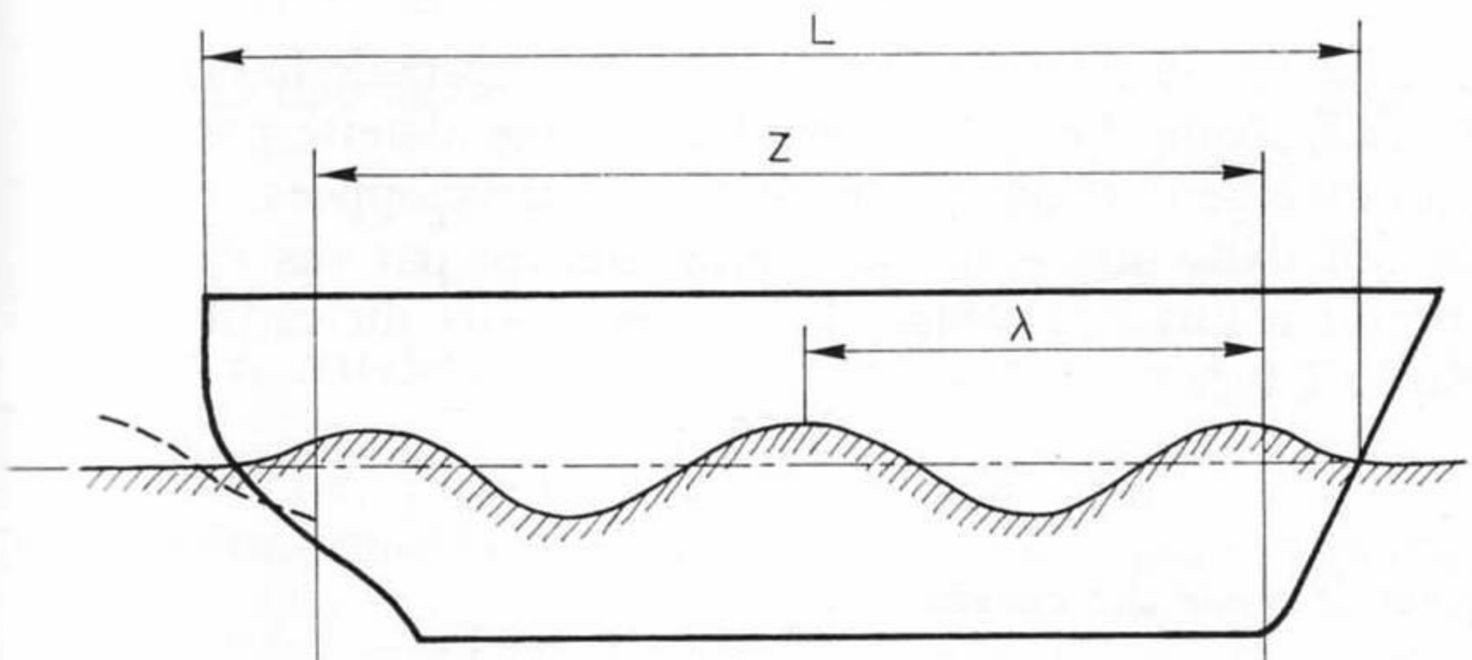
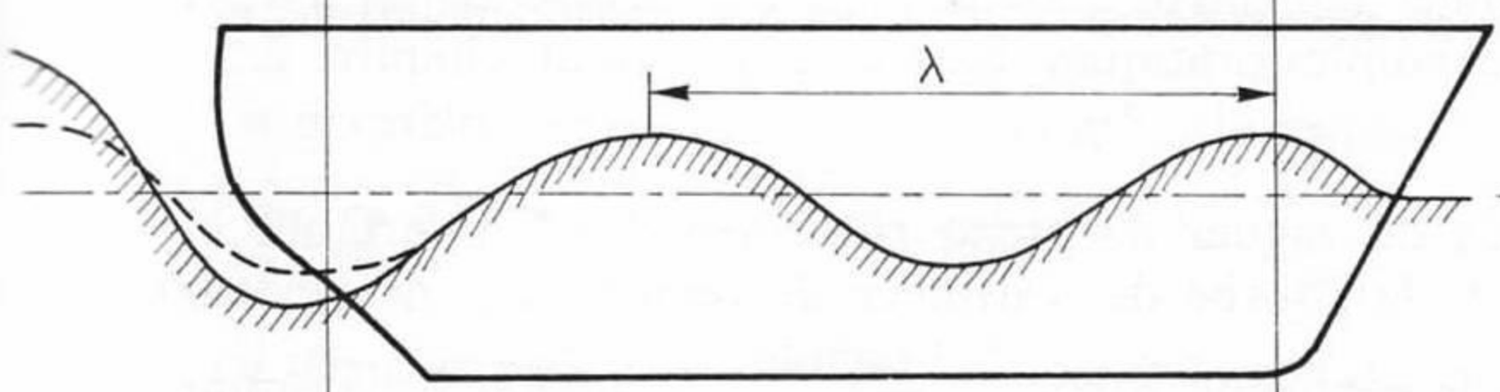
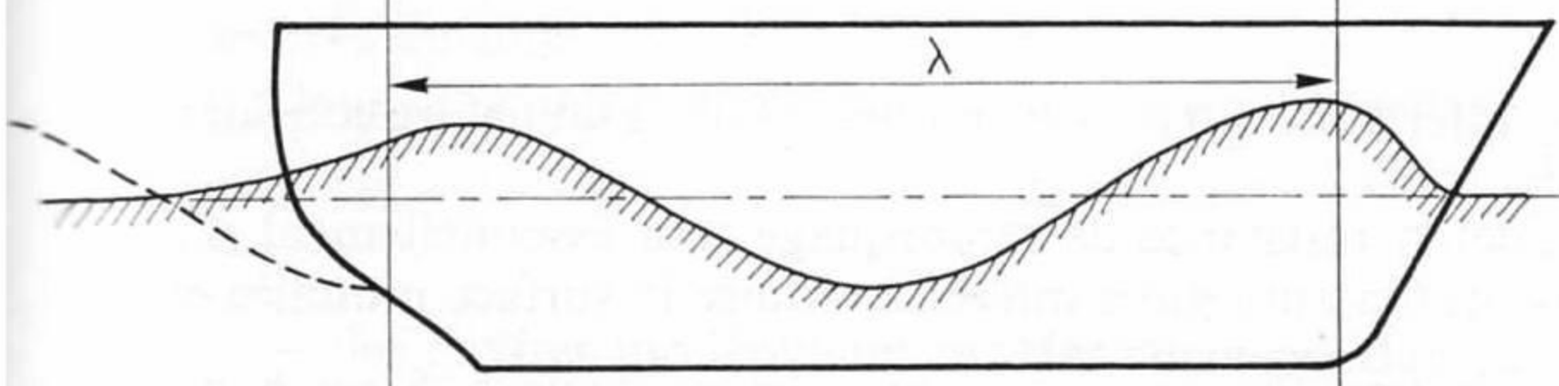
	$\frac{V \text{ nœuds}}{\sqrt{Z \text{ mètres}}}$	$\frac{V \text{ nœuds}}{\sqrt{L \text{ mètres}}}$
Avant dernier creux $k = 2$ $Z = 2\lambda$ 	1,7	Hypothèse $Z = \varphi L + \frac{\pi V^2}{2g}$ $\varphi = \frac{W}{\beta^2 L} = 0,6$ (valeurs approximatives) 1,5
Avant dernière bosse $k = 1$ $Z = \frac{3}{2}\lambda$ 	2	1,7
Dernier creux $k = 1$ $Z = \lambda$ 	2,4	2,2
Dernière bosse $k = 0$ $Z = \frac{1}{2}\lambda$	3,4	3,8

FIG. 34

2.3.4.6. Lorsque la vitesse croît au-delà de la valeur correspondant à la dernière bosse $\left(Z = \frac{\lambda}{2}\right)$ la position du navire par rapport au champ de vagues devient très particulière puisque l'avant se trouve sur une crête et le reste de la carène sur une sorte de pente ascendante. Le navire prend alors une assiette positive importante et les vagues divergentes sont particulièrement développées.

La progression se fait dans une sorte de souille, limitée par ces vagues divergentes, et elle aboutit à l'hydroplanage dont l'étude sort du cadre des hypothèses du paragraphe 2.0.2.

2.3.5. Conséquences pour le tracé des carènes

2.3.5.1. Les conséquences à tirer de ce qui précède pour choisir les formes de la carène d'un navire concernent spécialement l'architecte naval et nous nous bornerons ici à formuler seulement quelques remarques essentielles qui seront concrétisées par les exemples pratiques données plus loin au chapitre 2.5.

2.3.5.2. La résistance de vagues ne prend réellement de l'importance et les creux et les bosses de la courbe de résistance de remorquage ne deviennent sensibles que pour des degrés de vitesse $\frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}}$ dépassant 1,5, comme on l'a déjà indiqué ci-dessus.

2.3.5.3. Pour un $\frac{V}{\sqrt{L}}$ inférieur à 1,5 ou 1,6 on aura affaire à un navire considéré comme lent pour lequel la résistance de remorquage sera essentiellement une résistance de frottement. On aura alors intérêt à réduire la surface mouillée et, par conséquent, choisir une finesse $\frac{V}{\sqrt[3]{W}}$ peu élevée, égale à 5 ou 6 par exemple.

La carène de ces navires comportera sans inconvénient une partie cylindrique, de construction plus simple, dont la longueur relative pourra être importante.

Le coefficient prismatique $\varphi = \frac{W}{B^2 L}$ pourra être relativement élevé (0,65 à 0,85) tandis que le coefficient de remplissage du maître couple $\beta = \frac{B^2}{l p}$ sera souvent supérieur à 0,95. Dans ces conditions le coefficient de remplissage parallélépipédique $\delta = \frac{W}{L l p} = \varphi.\beta$ sera toujours supérieur à 0,6 et pourra

même dépasser 0,8 pour les navires à faible degré de vitesse $\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right.$ voisin de 0,9 : cas des très gros pétroliers$\left.\right)$.

D'une façon générale on aura souvent la relation :

$$\delta \simeq 1{,}06 - 0{,}25 \frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}}$$

2.3.5.4. Au-delà de $\frac{V}{\sqrt{L}} = 1{,}5$ il faudra tenir compte de la résistance de vagues c'est-à-dire, d'une part choisir la longueur de la carène pour situer le point de fonctionnement près d'un creux ou, au minimum, loin d'une bosse de la courbe $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ et, d'autre part, adopter un tracé de carène permettant de réduire l'importance des vagues d'accompagnement et caractérisé, notamment, par un coefficient prismatique $\varphi = \frac{W}{B^2 L}$ ne dépassant guère 0,6.

La première bosse sensible de la courbe de résistance est l'avant-dernière bosse qui se situe en pratique aux environs de $\frac{V}{\sqrt{L}} = 1{,}7$.

Le dernier creux se situe vers $\frac{V}{\sqrt{L}} = 2{,}2$ et la dernière bosse au-delà de $\frac{V}{\sqrt{L}} = 3{,}4$, mais la variation de résistance en fonction de la vitesse devient alors très sensible.

Dans ces conditions on sera amené à considérer, parmi les navires à $\frac{V}{\sqrt{L}} > 1{,}5$,

— les navires modérément rapides correspondant à $\frac{V}{\sqrt{L}} < 1{,}7$,

— les navires rapides, fonctionnant généralement entre l'avant-dernière bosse et le dernier creux c'est-à-dire pour lesquels

$$1{,}9 < \frac{V}{\sqrt{L}} \leqslant 2{,}2$$

— les navires très rapides dont la vitesse maximum correspond à un $\frac{V}{\sqrt{L}}$ nettement supérieur à 2,3 et qui sont généralement des navires de guerre de déplacement moyen pour lesquels il n'est pas possible, pour des raisons architecturales, d'adopter une longueur suffisante pour respecter la condition :

$$\frac{V}{\sqrt{L}} \leqslant 2{,}2$$

— enfin les navires tels que patrouilleurs rapides et vedettes de surveillance fonctionnant au-delà de la dernière bosse de la courbe $\frac{R_D}{P} = f_D\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)$ et dont les formes de carène sont tout à fait particulières. On remarquera toutefois que ces navires ne se trouvent pas toujours, ni même souvent, à leur vitesse maximum. Il importe donc que leurs formes soient également adaptées à leur vitesse de croisière qui les situera alors généralement dans la classe des navires rapides (cf. paragraphe 2.3.4.5.).

2.3.5.5. C'est pour les navires rapides et très rapides, pour lesquels la résistance de vagues représente au moins la moitié de la résistance totale, que l'incidence de cette résistance de vagues a, précisément, le plus de répercussion sur le tracé des formes.

Deux catégories de navires sont toutefois à considérer dans la classe des navires dits rapides ($1{,}9 < \frac{V}{\sqrt{L}} \leqslant 2{,}2$)

a) D'une part les navires, en principe grands, pour lesquels une vitesse élevée, de l'ordre de 30 nœuds, est une donnée de programme essentielle et dont la longueur est choisie en conséquence (grands paquebots, porte-avions, croiseurs) avec, parfois, des limites dans le cas des navires de déplacement moyen (corvettes, escorteurs, avisos) qui entrent alors dans la classe des navires très rapides $\left(\frac{V}{\sqrt{L}} > 2{,}3\right)$.

Ces grands navires rapides ont une finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$ au moins égale à 8 et un coefficient de remplissage parallélépipédique $\delta = \frac{W}{LlP}$ de l'ordre de 0,5, leur coefficient prismatique $\varphi = \frac{W}{B^2 L}$ restant par ailleurs voisin de 0,6.

L'étude approfondie des formes de la carène revêt ici une très grande importance.

b) D'autre part, les navires de déplacement limité, ou relativement limité, du type chalutiers, dragueurs, remorqueurs et même transbordeurs (car-ferries), pour lesquels la vitesse, sans être une donnée absolument fondamentale, est néanmoins une caractéristique d'exploitation intéressante.

Ici la longueur sera plutôt fonction du déplacement, pour aboutir à une finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$ de l'ordre de 5 à 6, exceptionnellement 7 et c'est la vitesse (généralement de 10 à 20 nœuds) qui sera choisie en conséquence pour que le degré de vitesse $\frac{V}{\sqrt{L}}$ ne dépasse pas 2,3.

Le coefficient de remplissage $\delta = \dfrac{W}{Llp}$ sera toujours voisin de 0,5, sauf, peut-être, pour les navires du type transbordeur où il pourra être un peu plus élevé.

D'une façon générale, si la puissance de l'appareil moteur est fixée par d'autres considérations que celle de la vitesse, le degré de vitesse $\dfrac{V}{\sqrt{L}} = 2{,}4$ définira pratiquement une sorte de vitesse limite pour ces navires en raison de l'accroissement rapide de la résistance de remorquage au-delà de cette valeur (cas des voiliers par exemple).

2.3.5.6. Les formes des navires modérément rapides résultent bien évidemment de considérations qui tiennent compte, à la fois, de la résistance de frottement et de la résistance de vagues. C'est souvent sur ce type de navire qu'on rencontrera une disposition particulière de la carène appelée « bulbe ».

L'étude des formes de carène dérivées de celles des anciens navires de combat à éperon a montré, depuis longtemps, que, pour des navires relativement rapides, il pouvait y avoir intérêt, pour réduire la résistance de remorquage, à utiliser des formes analogues caractérisées par le fait que, dans la région extrême-avant, la carène est plus large à la partie basse qu'à la flottaison ou même (bulbe d'étrave proprement dit) se prolonge sous la flottaison, au-delà du point le plus avant de celle-ci.

L'influence favorable du bulbe sur la valeur de la résistance de remorquage provient surtout de son action sur la résistance de vagues qu'il diminue s'il est tracé de telle sorte que son système de vagues propre vienne atténuer, pour un bulbe d'étrave, le creux des vagues induites par l'épaule du navire (et par la hanche pour un bulbe arrière).

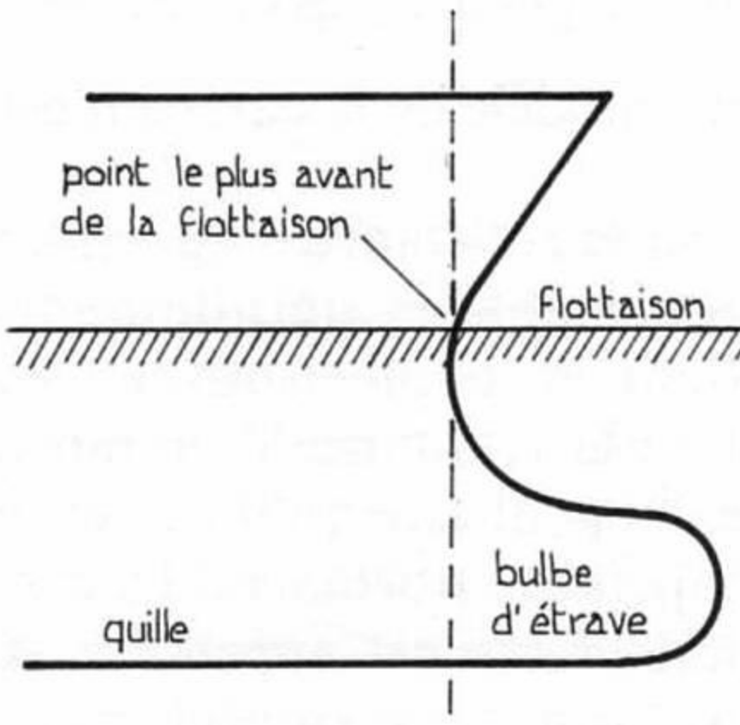


FIG. 35

En augmentant le volume de carène situé à l'avant, le bulbe d'étrave permet, de plus, d'accepter une flottaison légèrement creuse à l'avant, ce qui atténue les vagues divergentes avant.

Il semble bien, également, qu'outre le fait qu'il permette d'avancer le centre de carène du navire, ce qui peut être favorable pour l'assiette, le bulbe d'étrave améliore aussi la résistance de frottement, en modifiant l'écoulement de l'eau à proximité de la région avant du navire, ainsi que le rendement propulsif global par réduction de la succion et accroissement du sillage.

Par l'addition d'un bulbe d'étrave on a pu enregistrer ainsi des réductions de puissance atteignant 15 % pour des navire à $\frac{V}{\sqrt{L}}$ de l'ordre de 1,8. Sur de gros navires de charge, à $\frac{V}{\sqrt{L}}$ de l'ordre de 1, le gain de puissance à pleine charge est limité à 5 % environ, mais il peut dépasser 20 % pour le même navire naviguant sur ballasts, à la moitié du déplacement à pleine charge, mais à vitesse plus élevée, avec, généralement, le bulbe partiellement émergé.

2.3.6. La résistance d'appendices

Tout ce qui a été dit jusqu'à présent au sujet de la résistance de remorquage concerne la carène nue, sans aucun de ses appendices habituels tels que quilles de roulis, safran du gouvernail, supports de lignes d'arbres, orifices des prises d'eau de la coque, safran de stabilisation etc., dont on a indiqué, au paragraphe 2.2.4.2. qu'ils pouvaient entraîner, au total une majoration de 10 à 20 % de la résistance de remorquage de la carène nue.

Comme ces appendices sont généralement entièrement immergés, l'accroissement enregistré de la résistance de remorquage provient de la résistance de frottement dans leur couche limite et, surtout, de leur éventuel sillage tourbillonnaire.

C'est dire qu'en toute rigueur, l'essai de remorquage en similitude à $\frac{V}{\sqrt{L}}$ = constante d'un petit modèle de la carène n'est pas susceptible de fournir des indications complètes sur la résistance d'appendices qui relève, au contraire, d'une similitude à $\mathscr{R}$ = constante et qui, de ce fait, sera justiciable parfois d'essais exécutés en soufflerie et, le plus souvent, de corrections apportées en conséquence, par le calcul, à la résistance de remorquage de la carène nue.

D'une façon générale, on peut dire qu'il y a toujours intérêt, non seulement à réduire la section de l'appendice normale à la vitesse relative de l'eau, mais, surtout, à profiler convenablement cet appendice et à l'orienter correctement par rapport aux lignes de courant pour empêcher la formation de gros volumes tourbillonnaires.

De ce point de vue, l'intérêt primordial de l'essai de remorquage du petit modèle de la carène est non pas de mesurer l'accroissement de résistance dû à l'appendice, mais de permettre d'orienter cet appendice parallèlement aux lignes de courant, lorsque cela est possible, comme c'est le cas par exemple, pour des quilles de roulis.

Pour un appendice isolé, caractérisé par son contour apparent, supposé rectangulaire (de largeur e et de hauteur ou saillie h), par rapport à la vitesse relative v (en mètre/seconde) de l'eau, le supplément de résistance, ou traînée t (en kg force) (1), aura pour valeur :

$$t = k\ s\ v^2$$

k prenant, approximativement, les valeurs suivantes, pour $s = h.e$ exprimé en mètres carrés (voir figure ci-dessous) :

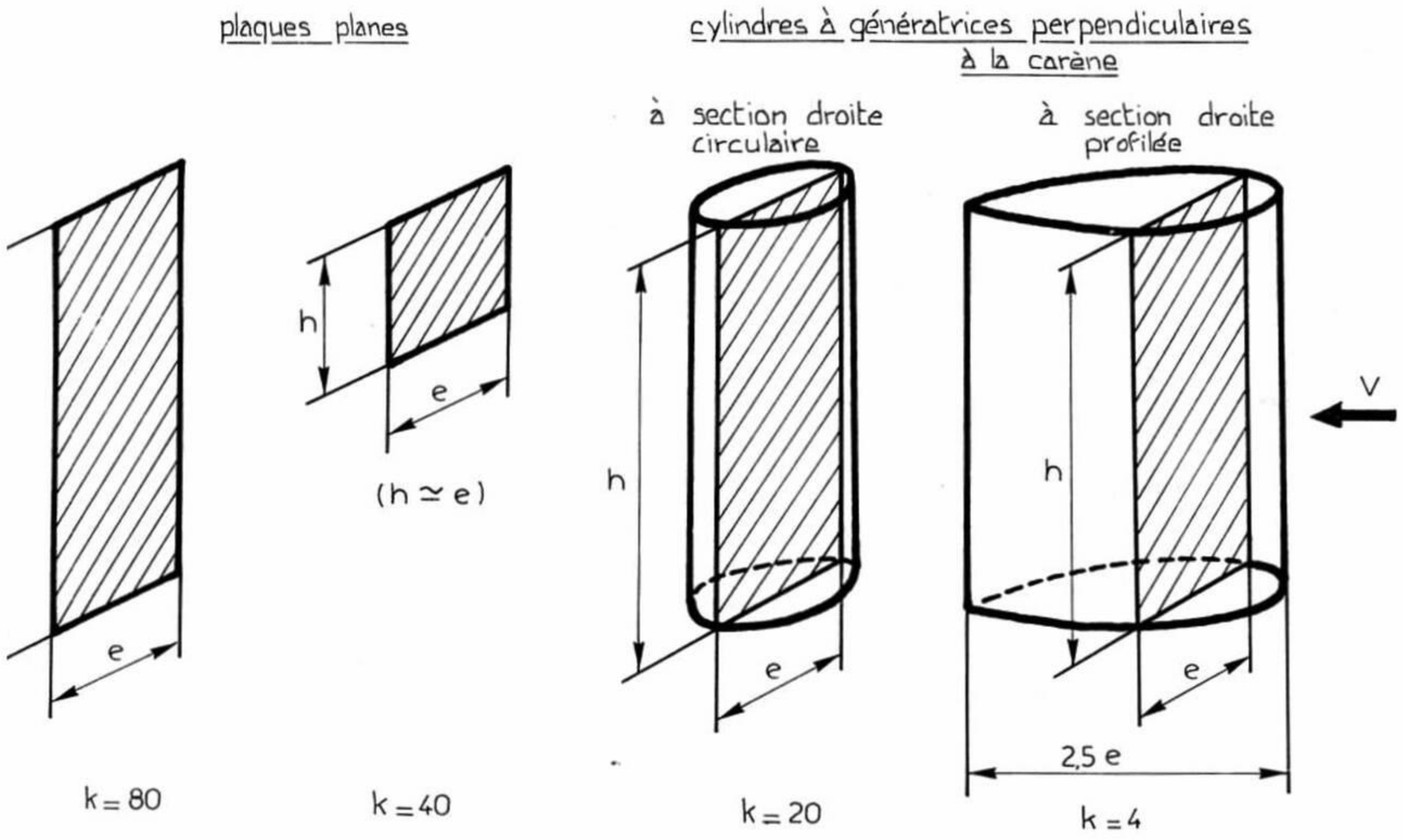


FIG. 36

Globalement on peut noter que des quilles de roulis bien disposées n'apportent qu'une majoration de 2 à 3 % de la résistance de remorquage de la carène nue et qu'il en est à peu près de même pour les appendices arrière (sortie de ligne d'arbres, safran) d'un navire de commerce à une seule ligne d'arbres. Par contre, la majoration pour appendices pourra atteindre 15, ou même 20 %, pour un navire à plusieurs lignes d'arbres possédant, en outre, de nombreux appendices tels que stabilisateurs et propulseurs transversaux.

On peut remarquer que certains appendices arrière, placés dans la zone d'écoulement de l'eau qui est intéressée par le fonctionnement de l'hélice, se comportent différemment en remorquage et en autopropulsion. Cette situation explique donc que l'on puisse parfois convenir d'intégrer l'effet des appendices,

---

(1) C'est-à-dire, pratiquement, en décanewtons.

sous forme de rendement d'appendices, dans le rendement propulsif global plutôt que de le compter dans la résistance de remorquage (cf. paragraphe 2.2.4.5.2.).

Notons enfin que, lorsqu'un essai d'autopropulsion de petit modèle de la carène est effectué en bassin d'essai des carènes, la modification du comportement des appendices qui peut intervenir en passant de l'essai du modèle à l'essai de la carène réelle, par suite de la modification de $\mathscr{R}$, doit être prise en compte dans le coefficient de corrélation bassin/mer (cf. paragraphe 2.2.4.6.).

2.4. LE FONCTIONNEMENT DE L'HÉLICE

2.4.1. L'hélice en eau libre

2.4.1.1. On a défini, au paragraphe 2.2.1., les principales caractéristiques géométriques de l'hélice propulsive et on a indiqué, au paragraphe 2.2.2., ce qu'il fallait entendre par fonctionnement de l'hélice en eau libre, en montrant que, lorsque l'hélice supposée fixe tournait à la vitesse angulaire N dans un courant d'eau arrivant dans le champ d'action du propulseur avec la vitesse d'entrée U cette hélice exerçait sur son support une poussée T parallèle à son axe de rotation en absorbant une puissance F_H tels que :

$$\begin{cases} T &= g\,(U, N) \\ F_H &= h\,(U, N) \end{cases}$$

Le rendement de l'hélice est alors :

$$\eta_H = \frac{\mathrm{T.U}}{\mathrm{F}_H} = \mathrm{k}\,(\mathrm{U}, \mathrm{N})$$

Ce sont les fonctions $g\,(U, N)$, $h\,(U, N)$ et $k\,(U, N)$ qu'il va nous falloir maintenant expliciter après avoir défini une dernière caractéristique intrinsèque de l'hélice.

2.4.1.2. Pas effectif et recul effectif

On a vu également, toujours au paragraphe 2.2.2., qu'en développement sur un cylindre de révolution de même axe que l'hélice et de rayon R, chaque pale pouvait être assimilée à une aile portante soumise à l'action des particules liquides tels que (M), qui, dans leur mouvement relatif par rapport à l'hélice, rencontrent cette pale sous l'incidence i.

Comme le rappelle la figure 37, cette incidence i, dont la valeur conditionne celle de la poussée, est fonction d'une part de la pente β de la face de cette aile portante fictive, représentant l'action de toutes les portions annulaires successives de la pale, depuis le moyeu jusqu'au cercle de diamètre D (diamètre extérieur de l'hélice), et, d'autre part, de l'angle γ de la vitesse relative de la particule (M) avec un plan perpendiculaire à l'axe de l'hélice.

Plus précisément, nous appellerons, respectivement, i_0, β_0 et γ_0, une certaine valeur moyenne de ces angles i, β et γ, rapportée à un cylindre de rayon R_0, qui soit représentative du fonctionnement de l'ensemble de la pale tout en vérifiant la relation fondamentale $i_0 = \beta_0 - \gamma_0$.

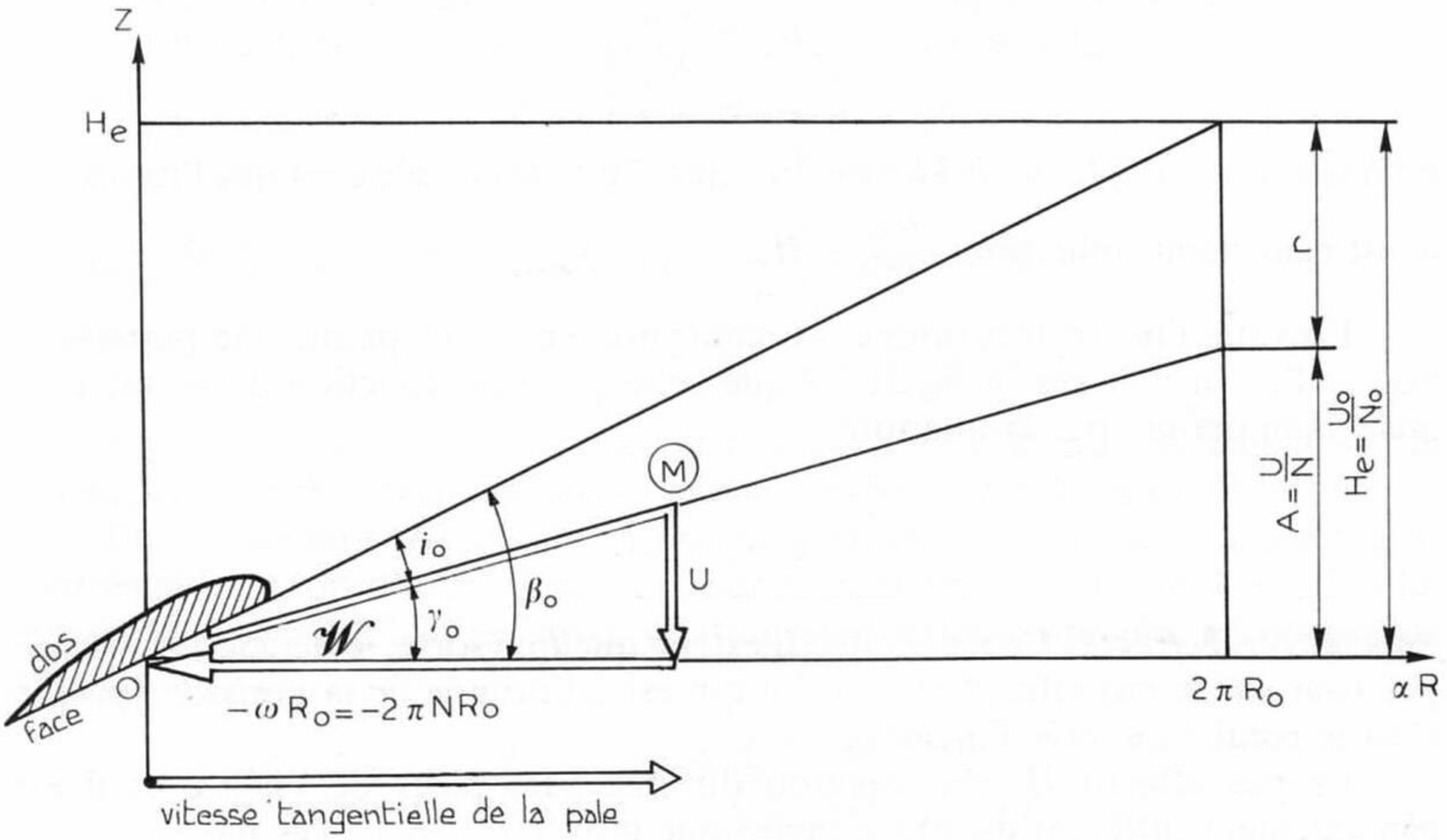


FIG. 37

En valeur absolue, on a

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{U}{\omega R_0} = \frac{U}{2\pi N R_0} = \frac{\dfrac{U}{N}}{2\pi R_0}$$

puisque la vitesse angulaire de l'hélice mesurée en radians/seconde est $\omega = 2\pi N$ tours/seconde.

Si on pose alors,

$$\boxed{A = \frac{U}{N}}$$

A est *l'avance par tour de l'hélice* correspondant à la vitesse angulaire N (tours/seconde) et à la vitesse d'arrivée d'eau U (mètres/seconde).

A une valeur donnée de A correspond, pour une hélice de tracé donné et par conséquent de pente β_0 également donnée, un angle d'incidence i_0 bien déterminé et donc une poussée déterminée.

Lorsque, l'hélice fonctionnant en eau libre, on fait varier U en gardant N constant et égal à N_0, on constate qu'il existe une valeur de U_0 pour laquelle T s'annule. Si on répète cette expérience pour diverses valeurs de N on constate,

de plus, que cette valeur de U annulant T est telle que la valeur du rapport $\frac{U}{N}$ soit constante, quel que soit N. Cette valeur constante

$$H_e = \frac{U_0}{N_0}$$

est appelée le *pas effectif de l'hélice*. Puisque T est alors nulle c'est que l'incidence i_0 est également nulle pour $\frac{U_0}{N_0} = H_e$.

Lorsque l'hélice fonctionne, au contraire, en développant une poussée T non nulle, on voit sur la figure 37 que cette poussée, fonction de i_0, est tout aussi bien définie par la quantité

$$r = H_e - A,$$

appelée *recul effectif*. Ce recul effectif est, en quelque sorte, le déficit de l'avance par tour sur le pas effectif et c'est lui qui est à l'origine de la poussée puisque c'est le recul r qui crée l'incidence i_0.

Le pas effectif H_e est fonction du tracé des pales de l'hélice et il est généralement différent du pas géométrique moyen (1) H de ces pales.

On en obtient une valeur approchée par la formule de Le Besnerais que l'on peut écrire sous la forme

$$H_e = H\left(1 + k\frac{ne}{\varphi H}\right)$$

et qui est valable pour une hélice classique. Dans cette notation, k est une constante relative à un type d'hélice et de l'ordre de 0,7, n est le nombre de pales, e l'épaisseur d'une section de pale par un cylindre de diamètre $\frac{D}{4}$, et φ la fraction de surface développée.

Mais c'est évidemment par l'expérience, effectuée généralement sur petit modèle, que l'on peut connaître avec certitude la valeur de H_e.

2.4.1.3. Recours à l'analyse dimensionnelle

Ici encore nous nous limiterons à une étude quantitative approchée du fonctionnement de l'hélice, effectuée à l'aide de la similitude mécanique comme au paragraphe 2.3.2. relatif à la résistance de remorquage.

---

(1) Si le pas géométrique n'est pas constant le long d'un rayon de l'hélice on peut, en effet, définir un pas moyen qui soit la moyenne de la valeur de ce pas pour des rayons régulièrement croissants.

Dans un ensemble d'hélices géométriquement semblables nous choisissons l'une d'entre elles, définie par son diamètre extérieur D, et nous la faisons fonctionner en eau libre avec une vitesse angulaire N et une vitesse d'arrivée d'eau U. Cette eau ayant une masse spécifique ρ et une viscosité cinématique v et l'ensemble étant placé dans le champ de la pesanteur d'accélération g, la poussée développée T et la puissance absorbée F_H sont telles que :

$$T = g\,(U, N, D, \rho, v, g)$$
$$F_H = h\,(U, N, D, \rho, v, g)$$

et, par conséquent, le rendement $\eta_H = \dfrac{T.U}{F_H}$ a pour valeur :

$$\eta_H = k\,(U, N, D, \rho, v, g)$$

En général, on ne s'intéresse qu'à la poussée T et au rendement η_H, la puissance absorbée résultant de la valeur des deux grandeurs précédentes.

En choisissant D, N et ρ comme grandeurs fondamentales, au sens mathématique, on obtient, par un raisonnement absolument analogue à celui du paragraphe 2.3.2.3. les deux relations suivantes entre des grandeurs de dimension nulle :

$$\frac{T}{\rho\, N^2\, D^4} = \mathscr{G}\left(\frac{U}{ND}, \frac{v}{D^2 N}, \frac{g}{D\, N^2}\right)$$

$$\eta_H = \mathscr{H}\left(\frac{U}{N\, D}, \frac{v}{D^2\, N}, \frac{g}{D\, N^2}\right)$$

L'expérience montre d'abord que l'influence des grandeurs de dimension nulle $\dfrac{v}{D^2\, N}$ et $\dfrac{g}{D\, N^2}$ est pratiquement négligeable. Il reste alors à expliciter les deux fonctions $\mathscr{G}$ et $\mathscr{H}$ des relations :

$$\frac{T}{\rho\, N^2\, D^4} = \mathscr{G}\left(\frac{U}{N\, D}\right) \quad \text{et} \quad \eta_H = \mathscr{H}\left(\frac{U}{N\, D}\right)$$

On peut cependant noter, au passage, que l'on a alors $T = 0$ pour $\mathscr{G}\left(\dfrac{U}{ND}\right) = 0$, c'est-à-dire, pour une hélice bien déterminée par son diamètre D, pour une valeur de l'avance par tour $A = \dfrac{U}{N}$ telle que $\mathscr{G}\left(\dfrac{A}{D}\right) = 0$. On retrouve donc bien là, la définition du pas effectif du paragraphe 2.4.1.2.

Il faut signaler enfin que, pour certaines conditions de fonctionnement particulières de l'hélice, il peut être nécessaire de tenir compte de variables autres que U, N, D, ρ, v et g et, notamment, de la profondeur d'immersion de l'hélice et de la tension de vapeur de l'eau (cf en particulier paragraphe 2.4.3.6. ci-après).

2.4.1.4. Les expériences de Froude

2.4.1.4.1. Pour connaître les fonctions $\mathscr{G}$ et $\mathscr{H}$ il est nécessaire de recourir à l'expérience. Pour des hélices non géométriquement semblables mais de forme analogue (par exemple même nombre de pales et même forme de contour développé des pales), on constate qu'en pratique on peut caractériser une hélice dans une famille d'hélices déterminée par :

- son diamètre extérieur D,
- son pas effectif H_e (cf. paragraphe 2.4.1.2.),
- sa fraction de surface développée φ (cf. paragraphe 2.2.1.).

On a défini, d'autre part, le recul effectif $r = H_e - \dfrac{U}{N}$ pour des conditions de fonctionnement déterminées par $\dfrac{U}{N}$ (cf. paragraphe 2.4.1.2.).

Il est alors possible de définir de nouvelles grandeurs de dimension nulle qui, outre φ, sont :

le pas effectif réduit $\quad p_e = \dfrac{H_e}{D}$,

le recul effectif réduit $\quad r_e = \dfrac{r}{H_e} = 1 - \dfrac{U}{NH_e} = 1 - \dfrac{U}{ND} \cdot \dfrac{1}{p_e}$.

On a donc

$$\boxed{\frac{U}{ND} = p_e\,(1 - r_e)}$$

Dans ces conditions les relations

$$\frac{T}{\rho\, N^2\, D^4} = \mathscr{G}\left(\frac{U}{ND}\right) \quad \text{et} \quad \eta_H = \mathscr{H}\left(\frac{U}{ND}\right)$$

établies pour des hélices géométriquement semblables peuvent se généraliser et deviennent, pour des hélices de même famille, (au sens ci-dessus) :

$$\begin{cases} \dfrac{T}{\rho\, N^2\, D^4} = \mathscr{G}_1\,(p_e, \varphi, r_e) \\ \eta_H = \mathscr{H}_1\,(p_e, \varphi, r_e) \end{cases}$$

2.4.1.4.2. Les fonctions $\mathscr{G}_1$ et $\mathscr{H}_1$ ont été déterminées expérimentalement par Froude pour diverses familles d'hélices classiques et les résultats de ces essais sont généralement présentés comme suit :

a) Pour la poussée T, sous la forme d'une formule empirique dont une expression simplifiée est la suivante :

$$\boxed{T \simeq BN^2D^4p_e\,(p_e + 21)\,r_e}$$

avec T en tonnes force (1), N en tours/seconde et D en mètres, B étant un coefficient numérique fonction de φ et du nombre et de la forme des pales dont la valeur se situe généralement entre $\frac{2}{1\,000}$ et $\frac{2{,}5}{1\,000}$.

b) pour le rendement η_H, sous la forme de diagrammes comportant des réseaux de courbes p_e = constante tracés pour différentes valeurs de φ et ayant l'allure générale indiquée par la figure 38.

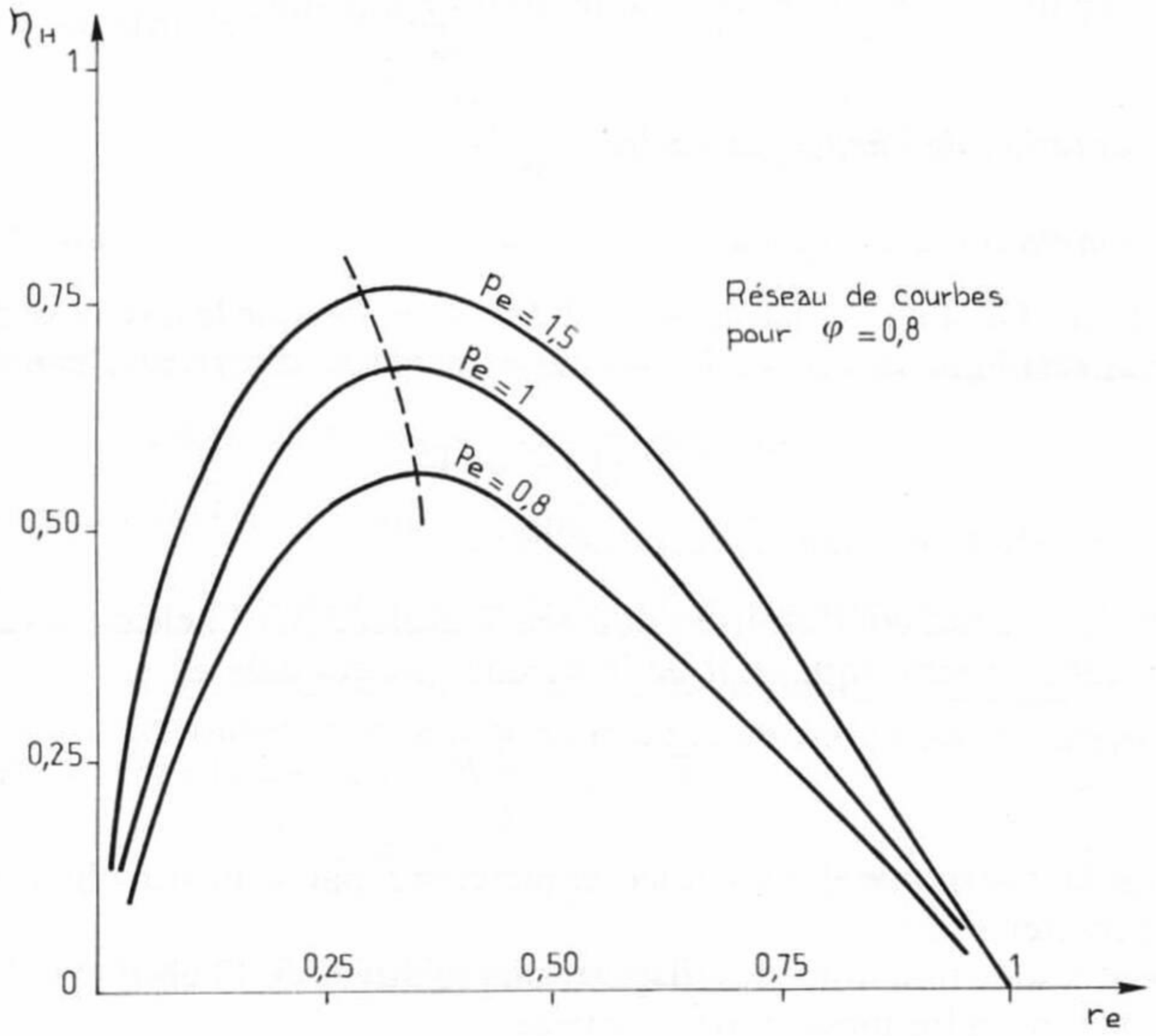


FIG. 38

Les résultats ci-dessus correspondent à des hélices à trois ou quatre pales de contour développé elliptique ou, au contraire, élargi à la périphérie et de fraction de surface développée φ compris entre 0,3 et 0,9.

On constate que le maximum du rendement d'hélice η_H correspond à un recul effectif réduit r_e de l'ordre de 0,25. La valeur de ce maximum croît avec le pas effectif réduit p_e et se situe entre 0,5 et 0,8 tandis que p_e varie généralement entre 0,8 et 1,5.

On remarque d'autre part que η_H s'annule pour $r_e = 0$, c'est-à-dire pour $\frac{U}{N} = H_e$, ainsi que pour $r_e = 1$, ce qui correspond à $U = 0$. Dans ce dernier

---

(1) 1 tonne force = 981 décanewtons.

cas, on a sensiblement $\eta_H = k\ (1 - r_e)$ au voisinage de $r_e = 1$, k étant une constante.

2.4.1.4.3. *Remarque importante*

Bien que les résultats empiriques ci-dessus correspondent à des familles d'hélices particulières, ils sont de portée suffisamment générale pour que, *dans le cadre de l'objectif limité qui est le nôtre,* nous puissions les considérer comme valables en première approximation pour une hélice classique quelconque.

C'est ce que nous admettrons dans tout ce qui suit.

2.4.2. Adaptation de l'hélice au navire

2.4.2.1. Adaptation à la carène

2.4.2.1.1. On a vu, au paragraphe 2.2.4., que, lorsque le navire se déplaçait à la vitesse rectiligne uniforme V, la vitesse moyenne d'arrivée d'eau à l'hélice était :

$$U = (1 - w)\ V$$

par suite de l'effet de sillage caractérisé par w.

Dans les mêmes conditions la poussée T exercée par l'hélice est supérieure à la résistance de remorquage R de la carène nue et égale à :

$$T = \frac{1 + a}{1 - t} R$$

du fait de la résistance d'appendice caractérisée par a et du phénomène de succion caractérisé par t.

a, w et t sont fonctions des dispositions relatives de l'hélice et de la coque et, dans une moindre mesure, de la vitesse.

Lorsque V varie dans un intervalle défini mais relativement étendu on peut admettre d'une part que a, w et t sont constants, et, d'autre part, que

$$R = k\ V^2,$$

k étant une constante.

Dans ces conditions on a donc $T = k_2\ U^2$, k_2 étant une autre constante. Cette propriété s'énonce comme suit :

Pour un navire placé dans une situation bien déterminée, l'hélice fonctionne à $\frac{T}{U^2}$ *sensiblement constant lorsque la vitesse du navire varie dans un intervalle relativement important.*

Par contre, $\frac{T}{U^2}$ variera de façon généralement importante si le déplacement change de façon significative ou si le navire remorque un autre navire, un chalut ou une drague.

2.4.2.1.2. Comme on a, par ailleurs, $\frac{U}{ND} = p_e\,(1 - r_e)$ (cf. paragraphe 2.4.1.4.1.) et $T = BN^2D^4\,p_e\,(p_e + 21)\,r_e$ (cf. paragraphe 2.4.1.4.2.),

on peut écrire : $$\frac{T}{U^2} = BD^2\,\frac{(p_e + 21)}{p_e}\,\frac{r_e}{(1 - r_e)^2}$$

Il en résulte qu'à une valeur donnée k_2 du rapport $\frac{T}{U^2}$ correspond une valeur bien déterminée et inférieure à 1 du recul effectif réduit :

$$r_e = 1 - \frac{U}{N}\cdot\frac{1}{H_e} = 1 - \frac{U}{ND}\cdot\frac{1}{p_e}$$

et, par conséquent, du rendement d'hélice $\eta_H = \mathscr{H}_1\,(p_e, \varphi, r_e)$, d'où la propriété suivante :

Lorsqu'on fait varier, entre certaines limites, la vitesse V d'un navire placé dans une situation bien déterminée, l'avance par tour du navire $\frac{V}{N} = \frac{U}{N}\cdot\frac{1}{1 - w}$ *et le rendement d'hélice* η_H *gardent la même valeur.*

Si, par contre, la situation du navire, et, par conséquent, le rapport $\frac{T}{U^2}$ changent il en est de même de η_H. Pour retrouver alors le rendement d'hélice initial il faudra retrouver la valeur initiale de r_e en modifiant en conséquence la valeur de p_e dans la relation :

$$\frac{T}{U^2} = B\,D^2\,\frac{(p_e + 21)}{p_e}\cdot\frac{r_e}{(1 - r_e)^2},$$

c'est-à-dire utiliser une hélice à pales orientables.

2.4.2.2. Adaptation à l'appareil moteur

Le fonctionnement de l'appareil moteur est régi par un paramètre de réglage q qui sera, par exemple, l'ouverture du distributeur de vapeur d'une turbine ou le « cran de pétrole » d'un moteur diésel.

Pour une valeur donnée q de ce paramètre de réglage et dans l'intervalle (N_m, N_M) de vitesse angulaire N utilisable en pratique, la courbe donnant le couple moteur Q_M en fonction de N a une allure caractéristique du type d'appareil moteur (droite descendante pour une turbine à vapeur, droite horizontale pour un moteur diésel etc.). En dessous de $N = N_m$ et au-dessus de $N = N_M$, la courbe caractéristique $Q_M = f_M(N)$ chute de façon très sensible en raison de la baisse de rendement (cf. figure 39).

Le couple résistant Q_H de l'hélice est tel que :

$$F_H = \frac{TU}{\eta_H} = \omega Q_H = 2\,\pi\,N\,Q_H$$

On a donc $Q_H = \frac{T}{2\pi} \frac{U}{N} \cdot \frac{1}{\eta_H}$ toujours avec $\frac{U}{ND} = p_e (1 - r_e)$

Ce qui donne $Q_H = \frac{B}{2\pi} N^2 D^5 p_e^2 (p_e + 21) (1 - r_e) r_e \cdot \frac{1}{\eta_H}$.

Dans cette relation, r_e a la valeur bien déterminée qui résulte de la relation :

$$\frac{T}{U^2} = B D^2 \frac{(p_e + 21)}{p_e} \frac{r_e}{(1 - r_e)^2}$$

et η_H la valeur qui en découle par la relation :

$$\eta_H = \mathscr{H}_1 (p_e, \varphi, r_e).$$

La courbe caractéristique $Q_H = f_H (N)$ donnant le couple résistant de l'hélice du navire supposé dans une situation bien déterminée est donc une parabole d'équation :

$$Q_H = k N^2.$$

La vitesse angulaire N_q de l'hélice, pour une valeur q du paramètre de réglage de l'appareil moteur, est définie par l'égalité $Q_M = Q_H$ et correspond à l'abscisse du point d'intersection de la caractéristique résistante $Q_H = f_H (N)$ de l'hélice avec la caractéristique $Q_M = f_M (N)$ de l'appareil moteur, comme le montre la figure ci-dessous. Pour obtenir un rendement satisfaisant de l'appareil moteur il importe que N_q soit effectivement situé dans l'intervalle (N_m, N_M) d'où l'intérêt éventuel d'un réducteur entre moteur et hélice ou d'une hélice à pales orientables.

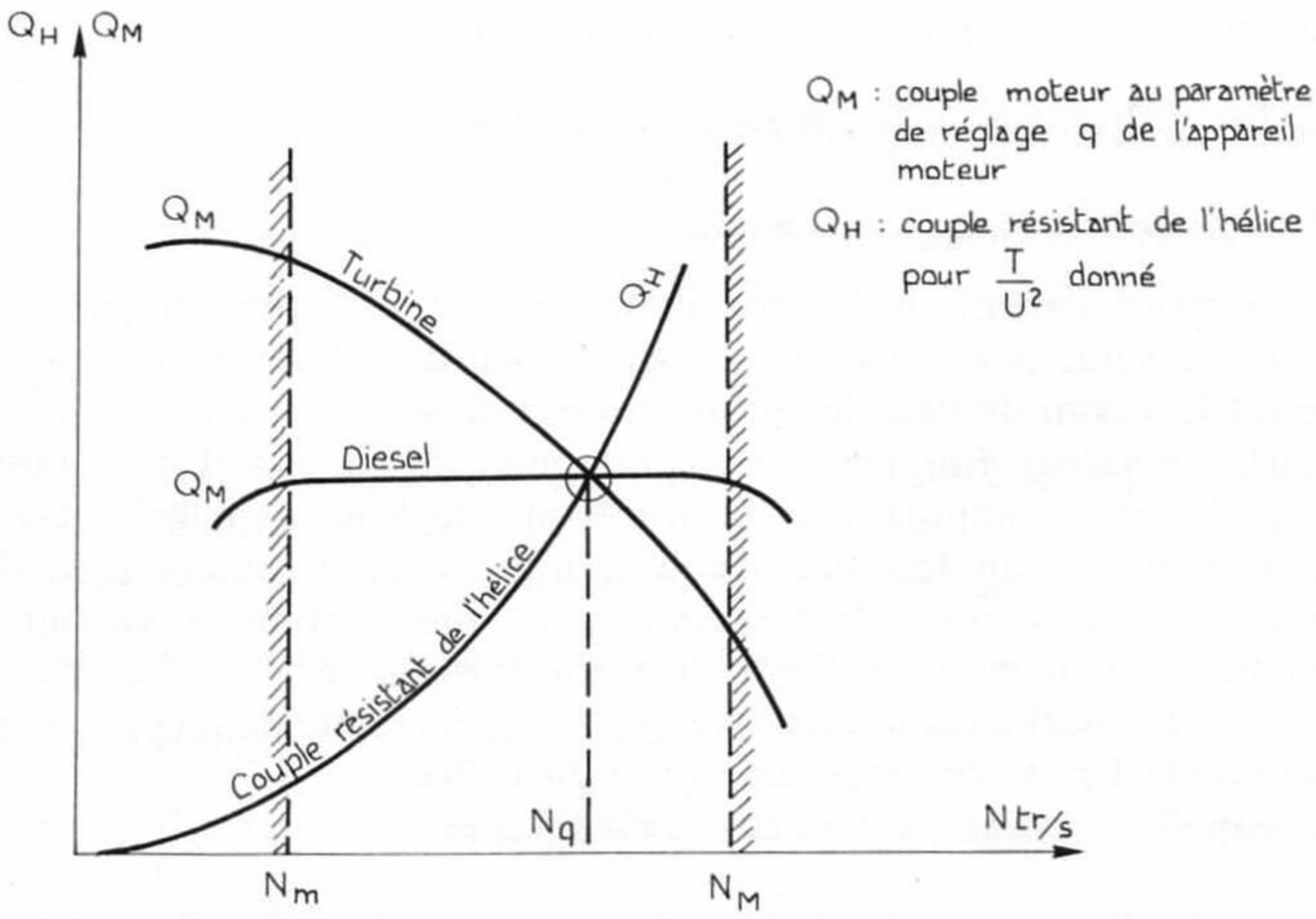


FIG. 39

2.4.2.3. Couple résistant de l'hélice et équilibre transversal du navire

Par suite du principe de l'égalité de l'action et de la réaction (cf. paragraphe 1.1.5.2.) le couple provoquant la rotation de l'hélice donne lieu à un couple de valeur opposée s'exerçant sur l'appareil moteur, solidaire du navire.

S'il n'existe qu'une seule hélice on peut donc s'interroger sur les conséquences de cette situation pour l'équilibre transversal du navire. Soit Q_H le couple résistant de l'hélice, défini au paragraphe 2.4.2.2. ci-dessus, et $P\ (r-a)$ le module de stabilité transversal initial du navire. L'inclinaison transversale θ correspondant à Q_H est telle que :

$$P(r-a)\ \sin\theta\ =\ Q_H$$

Plus simplement, lorsque θ est faible, on a :

$$\theta \text{ en degrés } = \frac{Q_H}{\left(\frac{P(r-a)}{57}\right)}.$$

$\frac{P(r-a)}{57}$ étant le moment inclinant nécessaire pour provoquer une gîte de 1°.

Cherchons à estimer la valeur de cette inclinaison transversale θ :

— Pour un grand navire de charge, de déplacement P de l'ordre de 80 000 ou 100 000 tonnes et muni d'une hélice tournant à $N = 200$ tours/minute en absorbant une puissance $F_H = 20\,000$ chevaux environ, on a généralement $\frac{P(r-a)}{57} = 1\,200$ à $1\,500$ mètres.tonne. Comme $Q_H \simeq 70$ m.t., on obtient

$$\theta \simeq \frac{1}{20} \text{ de degré,}$$

ce qui est tout à fait négligeable.

— Pour un petit chalutier d'une vingtaine de mètres de longueur on a, approximativement, $\frac{P(r-a)}{57} = 1{,}8\ m.t.$ (cf., plus loin, paragraphe 4.3.2.4.3.), $F_H = 250$ ch., $N = 150$ tours/minute, soit $Q_H = 1{,}2$ m.t. ce qui donne

$$\theta \simeq \frac{2}{3} \text{ de degré,}$$

valeur un peu plus élevée mais encore négligeable.

— Ce n'est que dans le cas des torpilles sous-marines, pour lesquelles le module de stabilité (qui se réduit d'ailleurs ici à $P.a$) devient très faible, alors que la puissance F_H reste de l'ordre de plusieurs centaines de chevaux, qu'il sera nécessaire de remplacer l'hélice unique par deux hélices coaxiales tournant en sens inverse.

2.4.3. Les modes particuliers de fonctionnement de l'hélice

2.4.3.1. Ce qui précède concerne le fonctionnement de l'hélice utilisée pour faire avancer un navire à vitesse rectiligne uniforme, c'est-à-dire dans le mode normal d'utilisation de cette hélice.

On peut considérer que la propulsion d'une certaine durée en *marche arrière* s'apparente directement à la propulsion en marche avant, mais avec des caractéristiques différentes, puisque les particules liquides telles que (*M*) considérées au paragraphe 2.2.2. et 2.4.1.2. rencontrent le dos des pales et non plus leur face, et aussi, généralement, avec des performances moins bonnes. Nous ne nous arrêterons donc pas sur ce mode de fonctionnement sauf pour examiner la situation momentanée durant laquelle l'hélice est lancée en marche arrière pour stopper le navire qui possède de l'erre en avant et qui constitue le *renversement de marche*.

L'hélice peut également être en fonction, généralement en marche avant, alors que le navire est maintenu stoppé soit, par exemple, parce qu'il tire au moyen d'une remorque sur un navire échoué, soit encore parce qu'il est à quai pour un premier essai de son appareil moteur. C'est le *fonctionnement au point fixe*.

Sur un navire à deux lignes d'arbres dont l'une seulement est en fonction, ou sur un navire remorqué, les lignes d'arbres non en fonction peuvent être immobilisées (par avarie ou par freinage volontaire) et on est alors en présence d'un appendice supplémentaire particulièrement résistant. Mais ces hélices peuvent être, également, laissées libres de tourner sous l'effet de la vitesse relative de l'eau. Elles sont dites alors *entraînées par sillage*.

Avant d'examiner séparement les trois derniers types de fonctionnement énumérés ci-dessus, nous définirons un mode de représentation graphique qui permettra de les situer plus clairement.

Enfin nous étudierons sommairement un phénomène particulier appelé *cavitation* susceptible d'apparaître dans le fonctionnement de l'hélice aux allures élevées et que l'on cherche généralement à éviter.

2.4.3.2. Représentation graphique

Le fonctionnement d'une hélice donnée étant caractérisé par la vitesse U d'arrivée d'eau et la vitesse angulaire N, tout mode de fonctionnement pourra être représenté sur un plan, par un point d'abscisse N et d'ordonnée la vitesse moyenne U d'arrivée d'eau que nous assimilerons généralement, pour simplifier l'exposé, à la vitesse V du navire considérée en valeur absolue.

Sur la figure 40, le plan est ainsi rapporté à deux axes rectangulaires orientés, l'axe des N et l'axe des U, qui le séparent en quatre quadrants. C'est donc dans une partie du quadrant correspondant à $N > 0$ et $U > 0$ que se situent les points représentant le fonctionnement normal de l'hélice.

La droite d'équation $U = H_e N$ représente, dans ce même quadrant, le fonctionnement à poussée nulle puisqu'en chacun de ses points l'avance par tour $A = \frac{U}{N}$ est égale au pas effectif H_e.

Si par le point B de cette droite, d'abscisse $N = 1$ et d'ordonnée $U = H_e$ nous traçons une parallèle à l'axe des U, que nous orientons positivement à l'opposé de cet axe des U, donc vers le bas, nous obtenons l'axe des reculs effectifs r d'origine B. En effet, si nous appelons C l'intersection de cet axe des

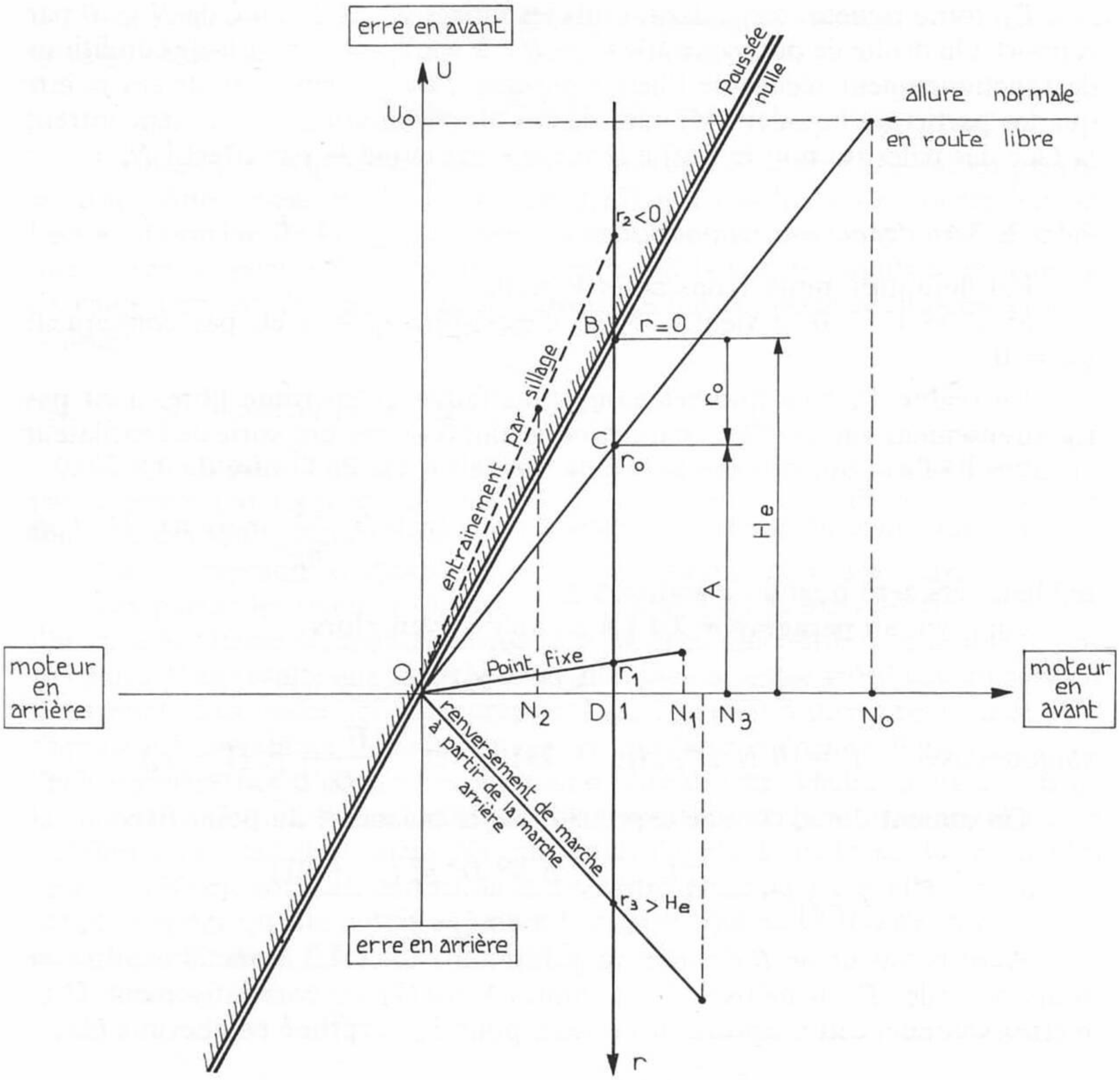


FIG. 40

reculs effectifs avec la demi-droite $U = AN$ et si D est l'intersection de ce même axe avec l'axe des N nous avons bien $\overline{DC} = A = \frac{U}{N}$, $\overline{DB} = H_e$ et, par conséquent, $\overline{CB} = H_e - A = r$ par définition.

Tout point de la demi droite $U = AN$, c'est-à-dire $\frac{U}{N} = A$, correspond alors à $r = H_e - A =$ constante, c'est-à-dire

$$r_e = \frac{r}{H_e} = 1 - \frac{A}{H_e} = \text{constante},$$

soit, en d'autres termes, à un recul effectif constant.

En toute rigueur, cependant, seuls les points situés du coté de $N > 0$ par rapport à la droite de poussée nulle $U = H_e\ N$ sont représentatifs de conditions de fonctionnement réelles de l'hélice puisque c'est seulement pour ces points que les particules liquides (M) considérées au paragraphe 2.4.1.2. rencontrent la face des pales (et non le dos) à laquelle correspond le pas effectif H_e.

2.4.3.3. Fonctionnement au point fixe

Par définition nous avons alors $V = 0$.

Si $U = V = 0$, il vient $r = H_e$ c'est-à-dire $r_e = 1$ et, par conséquent $\eta_H = 0$.

En réalité U, bien que beaucoup plus faible qu'en route libre, n'est pas rigoureusement nul, car l'hélice fonctionne alors comme une sorte de ventilateur vis-à-vis de l'eau qui entoure la carène. En fait r_e est de l'ordre de 0,8 à 0,9.

La puissance absorbée par l'hélice reste égale à $\frac{TU}{\eta_H}$ mais ici, U et η_H tendent vers zéro quand r_e tend vers 1.

On a vu, au paragraphe 2.4.1.4.2., qu'on avait alors :

$$\eta_H = k\,(1 - r_e),$$

toujours avec $T = B\,N^2 D^4 p_e\,(p_e + 21)\,r_e$ et $\frac{U}{ND} = p_e\,(1 - r_e)$;

On obtient donc, comme expression de la puissance au point fixe :

$$F_{H_1} = \frac{TU}{k\,(1 - r_e)} = \frac{B\,N^3\,D^5\,p_e^2\,(p_e + 21)}{k}$$

Avec la valeur de B donnée au paragraphe 2.4.1.4.2. pour N exprimé en tours/seconde, D en mètres, T en tonnes force (1) et, corrélativement U en mètres/seconde, cette expression devient, pour F_{H_1} exprimé en chevaux (2) :

$$F_{H_1} = \frac{13{,}3\ B}{k}\ .\ N^3\,D^5\,p_e^2\,(p_e + 21)$$

Le couple résistant Q_{H_1} de l'hélice est toujours tel que :

$$F_{H_1} = \omega .\ Q_{H_1} = 2\,\pi\,N\,Q_{H_1}$$

Sa valeur au point fixe, mesurée en mètre. tonnes (3), a donc pour expression :

$$Q_{H_1} = \frac{F_{H_1}}{2\,\pi\,N} = \frac{B}{2\,\pi\,k}\,N^2\,D^5\,p_e^2\,(p_e + 21)$$

---

(1) 1 tonne-force = 981 décanewtons.
(2) 1 cheval = 0,736 kilowatt.
(3) 1 mètre. tonne force = 9 810 mètre. newtons.

Enfin la poussée T au point fixe, toujours mesurée en tonnes(1), tend vers la valeur correspondant à $r_e = 1$, c'est-à-dire vers :

$$T_1 = B\ N^2\ D^4\ p_e\ (p_e + 21).$$

En pratique, la poussé maximum et, surtout, le couple maximum prévus en route libre (pour r_e de l'ordre de 0,25) qui conditionnent normalement l'échantillonnage de la ligne d'arbres, sont donc atteints, au point fixe, pour une vitesse angulaire N_1 nettement inférieure à la vitesse angulaire maximum en route libre N_0 (N_1 peut être de l'ordre de 0,6 N_0 pour ce qui concerne le couple).

2.4.3.4. Entraînement par sillage

Par définition le navire se déplace en marche avant à vitesse uniforme V_2, par exemple par remorquage, mais la ligne d'arbres considérée n'est pas en fonction quoique pouvant tourner librement.

Nous supposons d'abord que cette ligne d'arbre ne tourne pas.

Les particules liquides (M) du paragraphe 2.4.1.2. arrivent toujours vers l'hélice à la vitesse U_2 mais, puisque $\omega = 0$, elles rencontrent cette fois le dos des pales. Il en résulte une force hydrodynamique orientée sensiblement suivant la normale aux pales (cf. paragraphe 2.1.2.2.), c'est-à-dire une traînée, qui s'ajoute à la résistance de remorquage, et une force perpendiculaire à l'axe de l'hélice génératrice d'un couple qui tend à faire tourner l'hélice dans le sens de la marche avant. L'hélice entre alors en rotation et la vitesse angulaire se stabilise à une certaine valeur N_2 qui réduit l'angle d'incidence des particules liquides (M) et, corrélativement, la force hydrodynamique de telle sorte que le couple moteur qu'elle induit équilibre le couple résistant (dû aux frottements) de la ligne d'arbres (cf. figures 37 et 41).

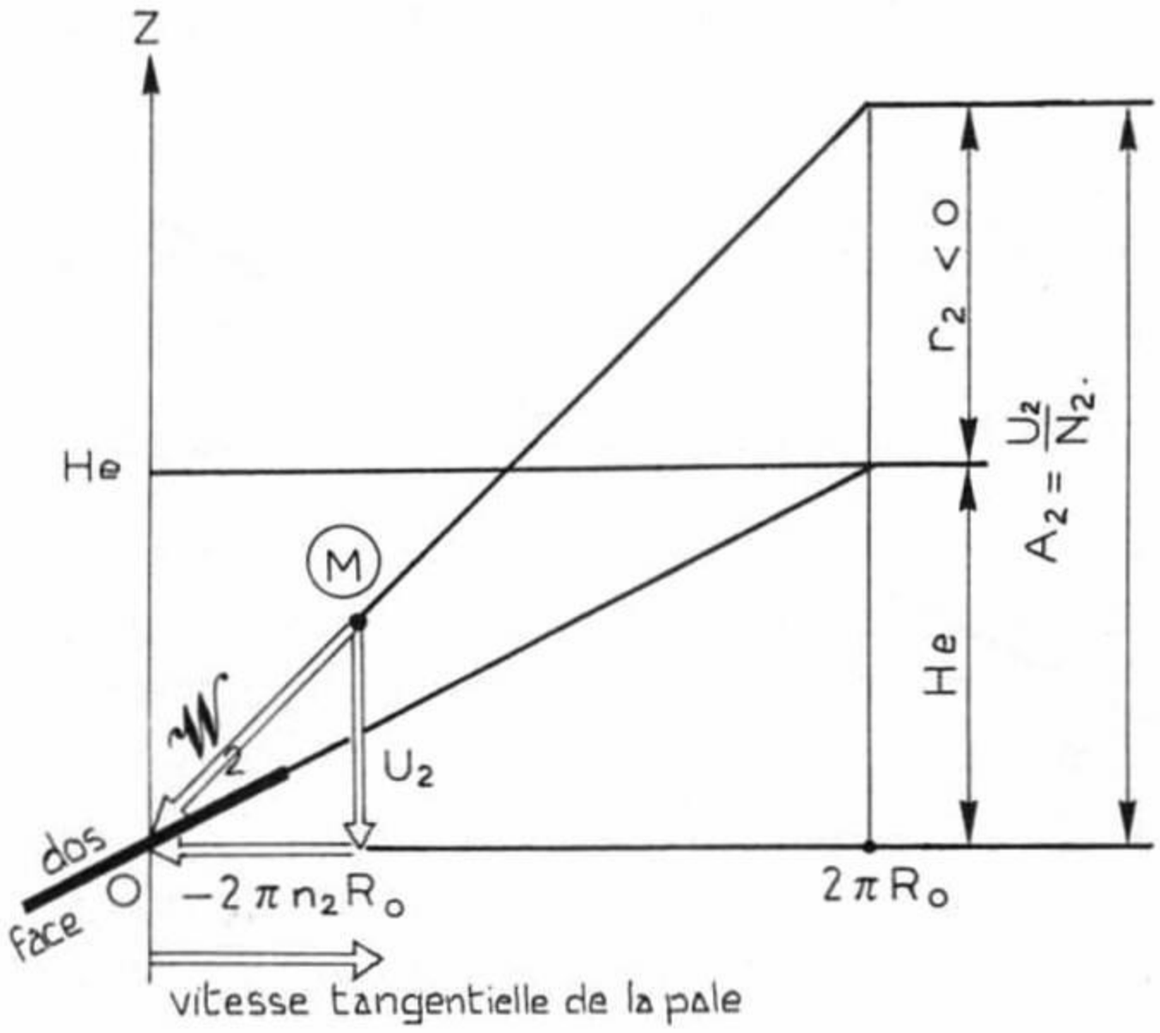


FIG. 41

(1) 1 tonne force = 981 décanewtons.

Sur le graphique du paragraphe 2.4.3.2. (fig. 40), en admettant que le pas effectif H_e et la droite de poussée nulle soient les mêmes que les pales rencontrent les particules (M) par leur face ou par leur dos, ce qui n'est qu'une approximation grossière, on voit que ce mode de fonctionnement correspond à un recul effectif négatif et, par conséquent, à un couple négatif Q_{H_2} transmis par la ligne d'arbres à l'hélice (cf. paragraphe 2.4.2.2.) ainsi qu'à une poussée négative (cf. paragraphe 2.4.1.4.2.) correspondant à la traînée.

Comme le couple résistant de la ligne d'arbres est normalement très faible, le recul effectif r_2 est également faible en valeur absolue et il en est de même de la traînée qui pourra attendre seulement 20 à 30 % de la résistance de remorquage. Au contraire lorsque le couple résistant s'accroît fortement et, à la limite, lorsque la ligne d'arbres est bloquée, des remous importants, prennent naissance derrière les pales et il peut alors en résulter parfois jusqu'à un doublement de la résistance de remorquage.

2.4.3.5. Renversement de marche

Le navire est supposé lancé en marche avant et on se propose de l'arrêter plus rapidement en faisant tourner l'hélice en marche arrière.

Pour simplifier un exposé uniquement qualitatif nous supposerons que le problème est le même, du point de vue du fonctionnement de l'hélice, que si, le navire étant lancé en marche arrière, on l'arrêtait en lançant cette hélice en marche avant. Il s'agit, bien entendu, d'une comparaison assez grossière mais pour laquelle le mode de raisonnement reste le même.

Nous considérons seulement la situation dans laquelle le navire a une erre en arrière telle que la vitesse d'arrivée d'eau à l'hélice soit $U_3 < 0$ et où l'hélice tourne en marche avant à la vitesse angulaire $N_3 > 0$. Nous négligerons donc la période transitoire, mais néanmoins importante, correspondant à l'inversion proprement dite du sens de rotation de la ligne d'arbres (cf. figures 37 et 42).

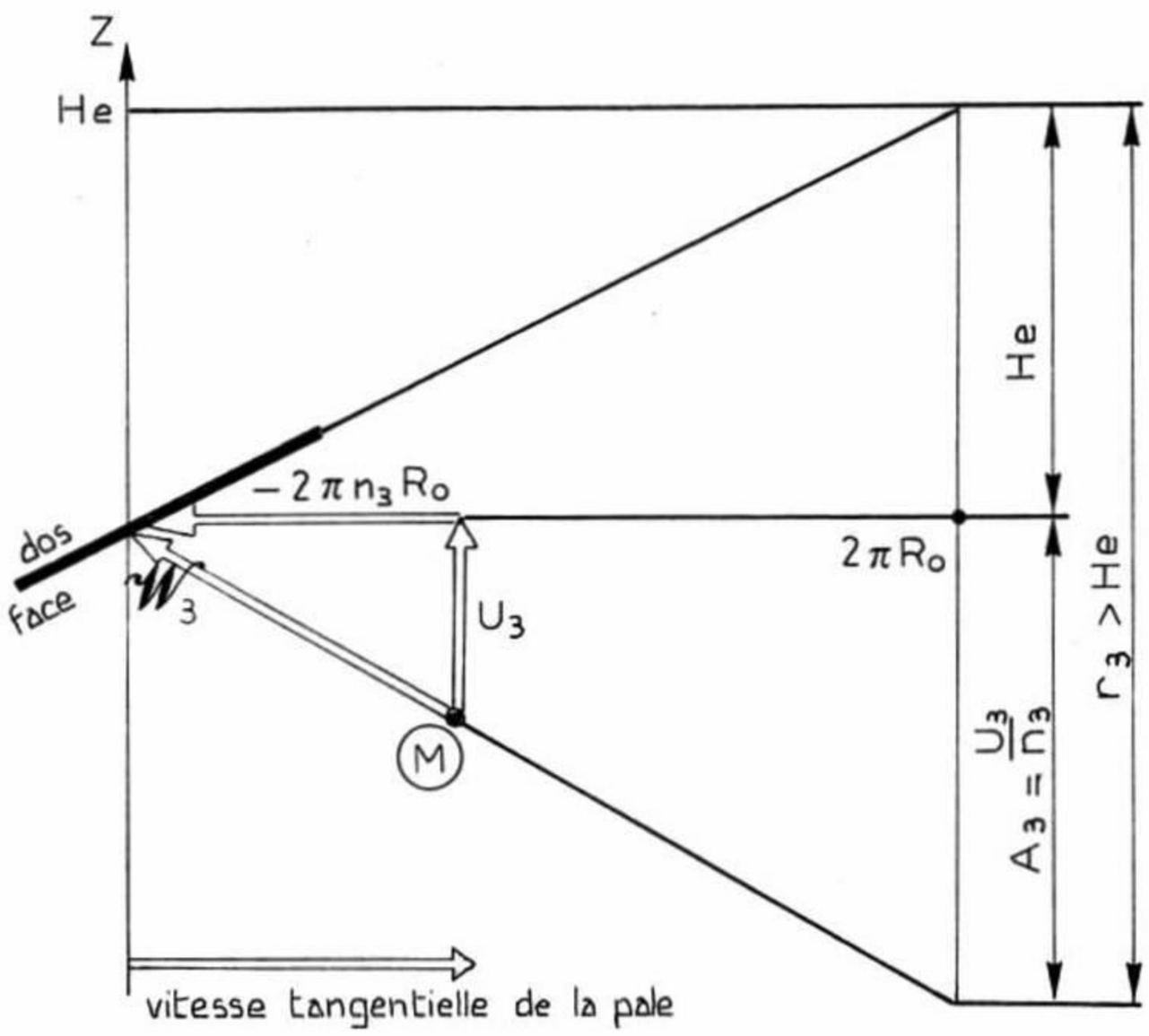


FIG. 42

Les particules liquides (M) du paragraphe 2.4.1.2. rencontrent alors la face (1) des pales mais cette fois avec une incidence accrue résultant d'un recul effectif supérieur à H_e (cf. figure 40).

Dans ces conditions la poussée, de direction identique à celle de U_3, devient rapidement importante ainsi d'ailleurs que la puissance absorbée par l'hélice. Nous reviendrons sur cette question dans la troisième partie de l'exposé relative aux évolutions du navire.

2.4.3.6. La cavitation

Il s'agit cette fois, en général, non plus d'une situation créée de façon délibérée mais de l'apparition d'un phénomène nouveau que l'on peut, par exemple, constater de la manière suivante.

Reprenons le mode de dépouillement des résultats d'essais sur base de vitesse décrit au paragraphe 2.2.4.

On a vu qu'en comparant la vitesse moyenne d'arrivée d'eau à l'hélice, déduite de la mesure de la poussée T par la relation $T = g\,(U, N)$, établie en eau libre, à la vitesse mesurée V du navire on définissait un coefficient w dit de sillage tel que :

$$\frac{U}{V} = 1 - w$$

Plus précisément, avec les formules de Froude du paragraphe 2.4.1.4. on a

$$U = N\,D\,p_e\,(1 - r_e)$$

avec :

$$r_e = \frac{T}{B\,N^2\,D^4\,p_e\,(p_e + 21)},$$

ce qui permet de calculer $w = 1 - \dfrac{U}{V}$ en fonction de N.

On a indiqué, au paragraphe 2.4.2., que, pour un navire donné placé dans une situation bien définie et pour une plage de vitesse appréciable, le coefficient w et le rapport $\dfrac{T}{U^2}$, donc le recul effectif r_e, variaient peu.

Lors du fonctionnement de l'hélice à vitesse angulaire N élevée on constate cependant, sur certains navires, une chute brutale de w au-delà d'une certaine valeur N_0 de N qui peut conduire jusqu'à atteindre $w < 0$.

Or $w < 0$ correspond à $U > V$. En d'autres termes la vitesse *moyenne* U d'arrivée d'eau dans le champ d'action de l'hélice deviendrait supérieure à la valeur absolue de la vitesse de route V du navire ce qui ne saurait correspondre à une réalité physique. Il faut en conclure que pour $N > N_0$ la méthode de

---

(1) Elles rencontreraient le dos des pales dans le cas du renversement de marche à partir de la marche avant.

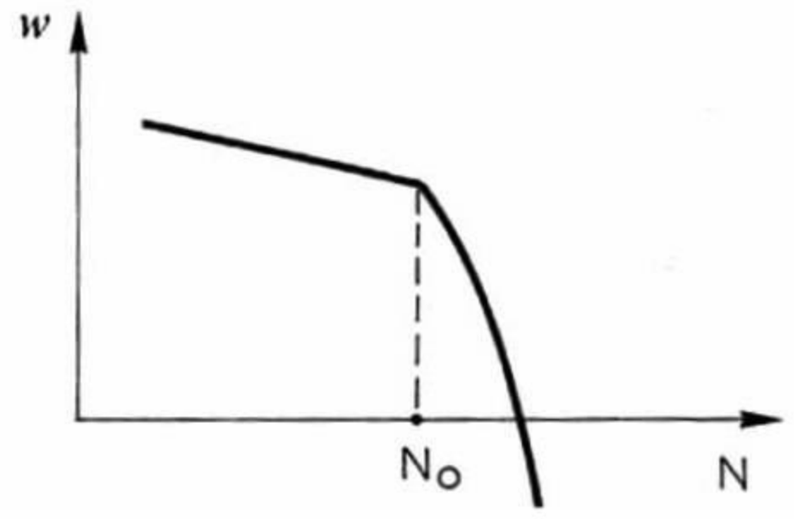


FIG. 43

dépouillement décrite ci-dessus n'est plus valable par suite de l'apparition d'un phénomène nouveau. N, T et V étant des grandeurs mesurées en cours d'essai ne peuvent pas être mises en cause. C'est donc que la valeur de U déduite de $U = N\,D\,p_e\,(1 - r_e)$ est trop élevée, autrement dit r_e, tiré de

$$r_e = \frac{T}{B\,N^2\,D^4\,p_e\,(p + 21)}, \text{ est trop faible.}$$

Pour retrouver une valeur normale de U et donc de r_e, on est conduit à admettre que la valeur de B chute brusquement pour $N > N_0$. C'est la *cavitation de poussée* qui se traduit donc par une chute de la poussée et également du rendement de l'hélice.

En même temps que cette baisse des performances, apparaissent généralement des bruits sous-marins et, au bout d'un certain temps de fonctionnement, parfois très réduit, des déformations des bords des pales et une érosion en forme de cavités affectant le dos des pales qui constituent les *effets mécaniques de la cavitation*. En fait, la cavitation résulte de ce que, le dos de l'hélice travaillant en dépression par rapport à la face, la pression sur le dos peut, aux régimes élevés, devenir inférieure à la tension de vapeur t_0 de l'eau. Il y a alors apparition de bulles de vapeur, qui, dans leur évolution, provoquent des décollements de la veine liquide et ensuite, en se résorbant brutalement, engendrent de violents marteaux d'eau sur le dos des pales.

L'étude des moyens permettant d'éviter ou de retarder l'apparition de la cavitation, en particulier par tracé approprié de l'hélice, sort du cadre du présent exposé. Une telle étude fait souvent appel à des essais en similitude sur un petit modèle de l'hélice placé dans une enceinte appelée « tunnel de cavitation » qui doit être mise en dépression. La grandeur caractéristique de dimension nulle est, en effet, le rapport $\dfrac{p - t_0}{\frac{1}{2}\rho\,U^2}$ où p est la pression statique au niveau du moyeu de l'hélice, en toute rigueur à l'infini, t_0 la tension de vapeur d'eau, ρ la masse spécifique de l'eau et U la vitesse d'arrivée d'eau.

Toutes choses restant égales par ailleurs, l'apparition de la cavitation est favorisée par la réduction de l'immersion de l'hélice et par l'agitation de la mer.

Lorsqu'il est impossible d'éviter la cavitation, on peut avoir intérêt à faire en sorte que cette cavitation intéresse en permanence la totalité du dos des pales de façon à éviter l'érosion et à réduire les bruits, au besoin en recourant à une ventilation artificielle. Il s'agit alors d'hélices supercavitantes ou superventilées.

2.5. COMPARAISON DES NAVIRES EN MATIÈRE DE PROPULSION

2.5.1. Généralités

On a vu dans ce qui précède, que la puissance nécessaire à la propulsion d'un navire à une vitesse donnée dépendait, à la fois, des dimensions du navire, du tracé de la carène, des caractéristiques de l'hélice et des dispositions architecturales.

Pour choisir le navire le mieux adapté, en matière de propulsion, à un usage déterminé il est nécessaire de pouvoir comparer un navire correspondant à un ensemble de trois valeurs caractéristiques (F, P, V), à savoir *puissance* F (en *chevaux*) (1) nécessaire à ce navire de *déplacement* P (en *tonnes*) pour naviguer à la *vitesse* V (en *nœuds*), à un autre navire correspondant à l'ensemble de valeurs caractéristiques (F', P', V').

Mis à part des éléments très divers et, parfois, relativement subjectifs, tels la robustesse ou la facilité de conduite, la comparaison porte essentiellement sur deux points :

a) *La consommation de combustible* par mille marin parcouru, qui conditionne le coût de fonctionnement de l'appareil moteur et le volume des soutes à combustible à prévoir pour assurer une distance franchissable déterminée.

b) *La puissance nécessaire* à la propulsion qui conditionne directement d'une part le coût d'investissement et, d'autre part, le poids et le volume partiels à réserver, dans le déplacement et le volume d'ensemble du navire, pour permettre l'installation de l'appareil moteur.

2.5.2. Consommation de combustible

Le service rendu par le navire peut être caractérisé ici par le transport du poids P (en tonnes), correspondant au déplacement du navire (2), sur une distance d en milles marins. Si ce transport est effectué à la vitesse V (en nœuds) il nécessite une durée t (en heures) telle que : $d = Vt$.

---

(1) 1 cheval = 0,736 kilowatt.

(2) La charge utile n'est, évidemment, qu'une fraction de ce déplacement.

Le service rendu est donc : $P.d = P.V.t.$

L'appareil moteur de puissance F (en chevaux) (1) est caractérisé notamment par sa consommation de combustible c, exprimée généralement en grammes de combustible par cheval-heure. (1).

Le coût du service rendu $P.d$ est donc $F.c.t.\ 10^{-6}$ en tonnes de combustible.

On peut donc définir une consommation de combustible par tonne transportée sur un mille marin qui est :

$$\frac{F.c.t.\ 10^{-6}}{P.d} = \frac{F}{PV}.c.10^{-6} \quad \text{puisque : } Pd = PVt.$$

Le type d'appareil moteur étant supposé choisi, c est fixé; la consommation de combustible par tonne transporté sur un mille marin est donc proportionnelle à $\frac{F}{P.V.}$ qui caractérise bien alors un navire donné en matière de consommation de combustible. $\frac{F}{PV}$ est appelé *coefficient de puissance*.

Comme $F = \frac{R\ V}{\eta_g}$, R étant la résistance de remorquage de la carène et η_g le rendement propulsif global (cf. paragraphe 2.2.4.5.), on peut encore écrire :

$$\frac{F}{P\ V} = \frac{1}{\eta_g}\frac{R}{P}.$$

On a vu que $\frac{R}{P}$, exprimé généralement en kilogramme force de résistance de remorquage par tonne de déplacement, était précisément une grandeur caractéristique d'une famille de carène donnée (cf. paragraphes 2.3.2.3. et 2.3.3.).

On a donc, dans le système d'unités non cohérent utilisé en pratique :

$$\frac{1}{\eta_g}\frac{R\ kg\ \text{force}}{P\text{tonnes force}} = \frac{75\ \text{F chevaux.}\ 3\ 600}{P\text{tonnes.}\ V\text{nœuds.}\ 1\ 852} = 146\ \frac{F\text{chevaux}}{P\text{tonnes.}\ V\text{nœuds}}$$

ou encore

$$\frac{F\ \text{chevaux}}{P\ \text{tonnes.}\ V\ \text{nœuds}} = \frac{6{,}85\ R\ \text{kg}}{\eta_g\ P\ \text{tonnes}}\ 10^{-3} = \frac{6{,}85}{\eta_g} \cdot \frac{R\ \text{tonnes}}{P\ \text{tonnes}}$$

Les tableaux ci-après I, II, III « Comparaison des puissances nécessaires à la propulsion » des pages 131 à 133 et le graphique de la figure 44 donnent, pour différents types de navires les valeurs courantes du rapport $146\ \frac{F}{P\ V}$.

---

(1) 1 cheval = 0,736 kilowatt.

Ces valeurs sont à comparer à celles du paragraphe 2.3.3.4. qui ne font pas intervenir le rendement propulsif global η_g, dont on a déjà indiqué que l'ordre de grandeur était 0,5 (cf. figures 31 et 44).

2.5.3. Puissance nécessaire à la propulsion (coefficients d'utilisation)

2.5.3.1. La puissance F nécessaire à la propulsion d'un navire est fonction

a) d'une part, du milieu dans lequel évolue ce navire et qui est convenablement défini par

- l'accélération de la pesanteur g
- la masse spécifique de l'eau ρ
- la viscosité cinématique de l'eau v

b) d'autre part, du navire lui-même, c'est-à-dire

- du volume de sa carène W
- de sa vitesse V

Comme il s'agit, ici, non plus de comparer des carènes géométriquement semblables mais l'ensemble des navires, nous admettrons, en première approximation, que chacun d'eux est défini, en outre, par sa longueur L.

Dans ces conditions nous avons :

$$F = f(g, \rho, v, V, W, L)$$

c'est-à-dire, par un raisonnement d'analyse dimensionnelle analogue à celui du paragraphe 2.3.2.3. et en choisissant, cette fois, comme grandeurs fondamentales au sens mathématique ρ, L et V :

$$\frac{F}{\rho\, L^2\, V^3} = G\left(\frac{gL}{V^2}, \frac{v}{VL}, \frac{W}{L^3}\right)$$

g et ρ ayant nécessairement la même valeur pratique pour tous les navires considérés, on écrit généralement cette relation sous deux formes classiques qui sont :

soit
$$F = B^2\, V^3\, .\, G_1\left(\frac{V}{\sqrt{L}}, \frac{VL}{v}, \frac{L}{\sqrt[3]{W}}\right),$$

en appelant B^2 la surface du maître couple,

soit
$$F = P^{\frac{2}{3}}\, V^3\, G_2\left(\frac{V}{\sqrt{L}}, \frac{VL}{\nu}, \frac{L}{\sqrt[3]{W}}\right)$$

en remarquant que B^2 est proportionnel à la puissance $\frac{2}{3}$ du déplacement P.

En fait, la fonction G_2 (ou G_1) peut regrouper d'autres facteurs, caractérisés par un nombre généralement sans dimension, autre que le degré de vitesse

$\frac{V}{\sqrt{L}}$, le nombre de Reynolds $\frac{VL}{\nu}$ ou la finesse $\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$ et tels, par exemple, que les différents coefficients de remplissage de la carène, le nombre d'hélices etc.

Dans ce qui suit nous admettrons donc que la puissance F a pour expression :

$$F \simeq K.P^{\frac{2}{3}}. V^3$$

en représentant par K la valeur de la fonction G_2 ainsi généralisée.

A un navire caractérisé par un ensemble de valeur (F, P, V) correspondra donc un coefficient $K = \frac{F}{P^{\frac{2}{3}} V^3}$ et la comparaison de deux navires caractérisés, respectivement, par les valeurs (F, P, V) et (F', P', V') se ramènera à celle des coefficients K et K' correspondants.

2.5.3.2. Les coefficients d'utilisation

2.5.3.2.0. Le coefficient K de la relation $F = K P^{\frac{2}{3}} V^3$ peut être calculé et exploité de différentes manières.

2.5.3.2.1. La Marine Française a utilisé deux coefficients M_0 et M_1 relatifs, respectivement, à la puissance de remorquage F_R et à la puissance d'autopropulsion F et tels que :

$$V = M_0 \sqrt[3]{\frac{F_R}{P^{\frac{2}{3}}}} = M_1 \sqrt[3]{\frac{F}{P^{\frac{2}{3}}}}$$

F_R et F étant mesurés en chevaux, P en tonnes et V en nœuds.

On a donc : $$M_1^3 = \frac{P^{\frac{2}{3}} V^3}{F} = \frac{1}{K} = \eta_g M_0^3,$$

η_g étant le rendement propulsif global.

2.5.3.2.2. Les Britanniques utilisent, pour leur part, le coefficient (C) relatif à la puissance de remorquage et tel que :

$$(C) = 427{,}1 \frac{F_R}{P^{\frac{2}{3}} V^3}$$

avec F_R, P et V mesurés respectivement en chevaux, tonnes et nœuds anglais c'est-à-dire avec des unités de valeur légèrement différente de celle des unités françaises correspondantes

On a alors : $$(C) = \frac{426{,}5}{M_0^3} \simeq 426{,}5\ K.\ \eta_g$$

2.5.3.2.3. Un autre coefficient, que nous noterons D, analogue à (C) mais relatif, cette fois, à la puissance d'autopropulsion F et défini en unités françaises, permet une comparaison plus imagée, et par là même, plus commode, des conditions de propulsion des navires.

Pour un navire caractérisé par l'ensemble de valeurs (F chevaux (1), P tonnes (2), V nœuds), D est la puissance en chevaux qui serait nécessaire à la propulsion d'un navire semblable de déplacement 1 000 tonnes à la vitesse de 10 nœuds dans l'hypothèse où le coefficient K de la relation $F = K P^{\frac{2}{3}} V^3$ serait constant pour des navires semblables, en particulier quel que soit le degré de vitesse $\frac{V}{\sqrt{L}}$. Bien entendu cette hypothèse est inexacte mais elle ne nuit pas à la définition recherchée.

On a donc $$K = \frac{F}{P^{\frac{2}{3}} V^3} = \frac{D}{1\,000^{\frac{2}{3}} 10^3}$$

soit $$\boxed{F \text{ chevaux} = D \text{ chevaux} \left(\frac{P \text{ tonnes}}{1\,000 \text{ tonnes}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{V \text{ nœuds}}{10 \text{ nœuds}}\right)^3}$$

avec $$D \text{ chevaux} = K.\,10^5 = \frac{10^5}{M_1^3} \simeq \frac{235}{\eta_g} (C)$$

Les tableaux ci-après I, II, III « Comparaison des puissances nécessaires à la propulsion » et le graphique de la figure 45 donnent les valeurs courantes de D pour différents types de navires.

En choisissant D en fonction, précisément, du type de navire et du degré de vitesse prévu il est possible d'estimer, à partir de la relation :

$$F_{ch} = D \left(\frac{P}{1\,000}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{V}{10}\right)^3$$

la puissance approximativement nécessaire à un bâtiment de déplacement P tonnes pour atteindre la vitesse V nœuds.

En partant d'un classement des carènes de navires voisin de celui du paragraphe 2.3.5. on obtient ainsi, pour D, les valeurs expérimentales approximatives indiquées page 130.

On doit observer qu'en toute rigueur, D doit être exprimé en unité légale c'est-à-dire en kilowatts, ce qui ne présente, en soi, aucune difficulté (cf. colonne D' du tableau de la page 130). Néanmoins le calcul proprement dit de D, considéré comme une donnée empirique, ne peut pas être effectué dans le système légal d'unités puisque le déplacement des navires, c'est-à-dire le poids du volume d'eau déplacé par leur carène s'exprime toujours en tonnes force, leur vitesse en nœuds et la puissance de leur appareil moteur, le plus souvent encore, en chevaux.

---

(1) 1 cheval = 0,736 Kilowatt
(2) 1 tonne force = 981 décanewtons.

degré de vitesse	types de navires	D chevaux	D' kilowatts
$\frac{V}{\sqrt{L}} < 1{,}2$	navires lents	200 à 250	150 à 190
$1{,}5 < \frac{V}{\sqrt{L}} < 1{,}7$	navires modérément rapides	250 à 400	190 à 300
$1{,}9 < \frac{V}{\sqrt{L}} < 2{,}2$	grands navires rapides	300 à 400	220 à 300
$2{,}4 < \frac{V}{\sqrt{L}} < 3{,}4$	navires très rapides	500 à 650	370 à 480
$\frac{V}{\sqrt{L}}$ de l'ordre de 5	Vedettes, patrouilleurs rapides	800 à 1 200	600 à 900
$1{,}8 < \frac{V}{\sqrt{L}} < 2{,}7$	navires rapides de petite taille ou à $\frac{T}{U^2}$ variable (remorqueurs, dragueurs, chalutiers) (1)	600 à 1 200	450 à 900

(1) Cf. paragraphe 2.4.2.1.

COMPARAISON DES PUISSANCES NÉCESSAIRES A LA PROPULSION
(valeurs approximatives)

I. Navires courants

repère	$\frac{V\text{nœuds}}{\sqrt{L\text{mètres}}}$	*Type de navire*	L flottaison mètres	$\frac{\text{Longueur}}{\text{largeur}}$	$\frac{\text{largeur}}{\text{profondeur de carène}}$	$\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$	$\frac{W}{Llp}$	Déplacement P tonnes	Vitesse V nœuds	Puissance F chevaux	$146\frac{F}{P\,V}$ kg/tonne	D chevaux
A	5,35	Patrouilleur rapide	44	6,3	3,7	7	0,42	250	35,5	14 000	230	795
B	4,68	Patrouilleur rapide	57,5	7,3	3,3	7,2	0,48	520	35,5	22 000	174	760
C	3,79	Croiseur léger	131	10,5	3,1	9	0,52	3 080	43,4	117 400	128	680
D	2,97	Escorteur rapide	95	9,2	3,4	8,3	0,50	1 540	29	20 000	65	620
E	2,69	Frégate	148	9,5	3,4	8,6	0,50	5 250	32,6	60 000	51	575
F	2,69	Aviso	98	8,5	3,4	8,1	0,47	1 810	26,6	17 000	51,5	605
G	2,67	Croiseur rapide	172	9,8	3,5	8,5	0,53	8 210	35	102 000	51,9	585
H	2,64	Corvette	129	9,2	3,4	8,2	0,50	3 800	30	43 000	55	650
I	2,42	Croiseur	175	8,8	3,2	8	0,49	10 500	32,1	84 000	36,5	535
J	2,12	Transbordeur (car ferry)	206	7,9	3,9	8	0,49	17 250	30,5	70 000	19,5	370
K	2,07	Porte-avions	238	7,5	4,2	7,9	0,48	27 700	32	112 000	18,5	375
L	2,03	Paquebot	299	9	3,3	8	0,50	53 500	35,2	175 000	13,6	285
M	1,76	Cargo rapide	105	6,6	2,5	5,7	0,57	6 350	18	8 000	10,2	400
N	1,67	Ravitailleur	149	7	2,4	5,7	0,63	17 800	20,4	21 600	8,70	375
O	1,65	Cargo rapide	161,5	6,8	2,9	6	0,62	20 100	20,9	17 400	6,05	260
P	1,61	Porte-conteneurs	203	7	3,1	6,2	0,63	36 000	23	35 900	6,35	270
O	1,61	Paquebot de croisière	169	7,7	2,7	6,2	0,69	20 300	21	25 000	8,55	365
R	1,41	Pétrolier ravitailleur	158	7	2,4	5,8	0,66	21 000	17,7	14 500	5,70	345
S	1,20	Cargo	165,5	6,65	2,5	5,3	0,78	31 900	15,4	9 600	2,85	265
T	1,11	Pétrolier (70 000 t dw)	235	6,8	2,8	5,4	0,79	87 000	17	20 700	2,05	215
U	1,08	Pétrolier (47 000 t dw)	220	6,9	2,7	5,6	0,79	61 500	16	13 400	1,98	210
V	0,93	Pétrolier (165 000 t dw)	295	6,5	2,5	5,1	0,80	194 000	16	30 000	1,41	220
W	0,86	Pétrolier (330 000 t dw)	345	5,9	2,5	4,8	0,85	385 000	16	41 000	0,97	190
X	0,83	Pétrolier (550 000 t dw)	401	6,4	2,2	4,7	0,85	630 000	16,7	64 000	0,89	187

COMPARAISON DES PUISSANCES NÉCESSAIRES A LA PROPULSION
(valeurs approximatives)

II. Navires de petite taille ou à $\frac{T}{U^2}$ variable

Repère	$\frac{V \text{nœuds}}{\sqrt{L \text{mètres}}}$	Type de navire	L flottaison mètres	$\frac{\text{Longueur}}{\text{largeur}}$	$\frac{\text{largeur}}{\text{profondeur de carène}}$	$\frac{L}{\sqrt[3]{W}}$	$\frac{W}{Llp}$	Déplacement P tonnes	Vitesse V nœuds	Puissance F chevaux	$146\frac{F}{P\,V}$ kg/tonne	D chevaux
a	5,93	Vedette de surveillance	12	3,1	3,6	5,1	0,26	13,5	20,5	550	290	1 120
b	3,68	Vedette de sauvetage	14,5	3,6	2,8	5,1	0,29	24	14	540	235	2 370
c	2,69	Aviso	76	7,3	3,4	7,3	0,49	1 180	23,5	12 000	63	820
d	2,61	Transport de personnel	38	5,7	3	6,2	0,42	245	16,1	1 650	61	1 020
e	2,3	Remorqueur	25	3,3	2,5	3,8	0,50	287	11,5	760	33,6	1 150
f	2,2	Dragueur de mine	46,5	5,3	3,6	6	0,50	465	15	1 680	35	830
g	2,19	Remorqueur	47	4,5	2,3	4,4	0,50	1 230	15	4 800	38	1 250
h	2,13	Chalutier	22	3,5	2,2	3,9	0,45	178	10	240	19,7	760
i	2,05	Chalutier	47	4,3	2,4	4,7	0,51	1 025	14	2 000	20,4	715
j	2	Transbordeur (car ferry)	110	6,2	4,2	6,6	0,54	4 650	21	14 900	22,2	580
k	1,99	Transbordeur (car ferry)	113	5,9	5,5	7,1	0,54	4 150	21,2	15 000	25	610
l	1,94	Navire de débarquement	68	5,3	5,6	6,4	0,59	1 230	16	3 600	26,7	765
m	1,9	Transbordeur (car ferry)	113	5,9	4,8	6,7	0,56	4 960	20,2	15 000	22	630
n	1,74	Chalutier	60	6,1	2	5,6	0,40	1 250	13,5	1 870	16,2	660

(valeurs approximatives)

III. Influence de la vitesse pour un navire déterminé

$\frac{V_n}{\sqrt{L_m}}$	Type de navire	L flot. m	$f = \frac{L}{\sqrt[3]{W}}$	$\delta = \frac{W}{Llp}$	Déplacement P tonnes	Vitesse V nœuds	Puissance F chevaux	$146 \times \frac{F}{PV}$ kg/t	D chevaux	Repère
3,79	Croiseur léger	131	9	0,52	3 080	43,4	117 400	128	680	C
2,91	—	—	—	—	3 440	33,3	56 600	72	670	
2,22	—	—	—	—	3 510	25,4	19 300	31,7	510	
2,67	Croiseur rapide	172	8,5	0,53	8 210	35	102 000	51,9	585	G
2,42	—	—	—	—	8 210	31,7	68 500	38,3	525	
2,14	—	—	—	—	8 210	28,1	43 000	27,2	480	
1,8	—	—	—	—	8 210	23,7	25 400	19	470	
2,42	Croiseur	175	8	0,49	10 500	32,1	84 000	36,5	535	I
2,25	—	—	—	—	10 050	29,7	57 500	28	470	
2,08	—	—	—	—	10 050	27,5	42 200	22,1	435	
1,60	—	—	—	—	10 050	21,2	20 100	13,7	455	
2,07	Porte-avions	238	7,9	0,48	27 700	32	112 000	18,5	375	K
1,69	—	—	—	—	30 400	26	63 500	11,7	370	
2,03	Paquebot	299	8	0,50	53 500	35,2	175 000	13,6	285	L
2	—	—	—	—	52 250	34,6	160 000	12,9	275	
1,73	—	—	—	—	50 400	30	107 000	10,4	290	
1,67	Ravitailleur	149	5,7	0,63	17 800	20,4	21 600	8,70	375	N
1,64	—	—	—	—	17 400	20	19 900	8,35	370	
1,51	—	—	—	—	17 400	18,4	11 150	5,07	270	
1,26	—	—	—	—	17 400	15,4	5 800	3,15	235	
2,69	Aviso	76	7,3	0,49	1 180	23,5	12 000	63	820	c
2,52	—	—	—	—	1 250	22	9 600	51	780	
2,2	Dragueur de mines	46,5	6	0,50	465	15	1 680	35	830	f
2,08	—	—	—	—	465	14,2	1 200	26,6	700	
1,91	—	—	—	—	465	13	850	20,5	645	
1,61	—	—	—	—	465	11	500	14,3	625	
1,47	—	—	—	—	465	10	390	12,5	650	

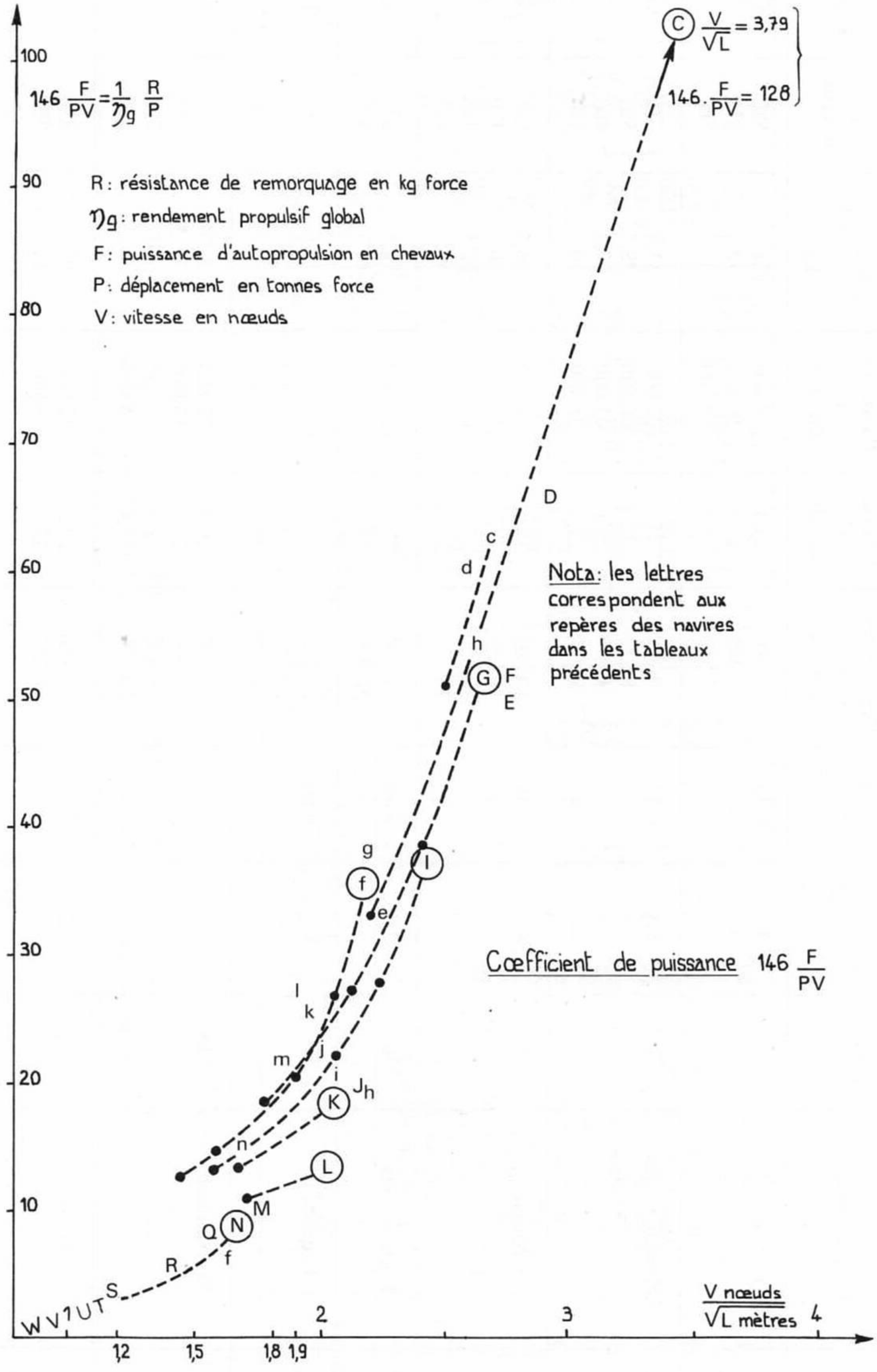

146 F/PV = 1/ηg R/P
R : résistance de remorquage en kg force
ηg : rendement propulsif global
F : puissance d'autopropulsion en chevaux
P : déplacement en tonnes force
V : vitesse en nœuds
C V/√L = 3,79
146 . F/PV = 128
Nota : les lettres correspondent aux repères des navires dans les tableaux précédents
Coefficient de puissance 146 F/PV
V nœuds / √L mètres
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
2
3
4
1,2
1,5
1,8
1,9

FIG. 44

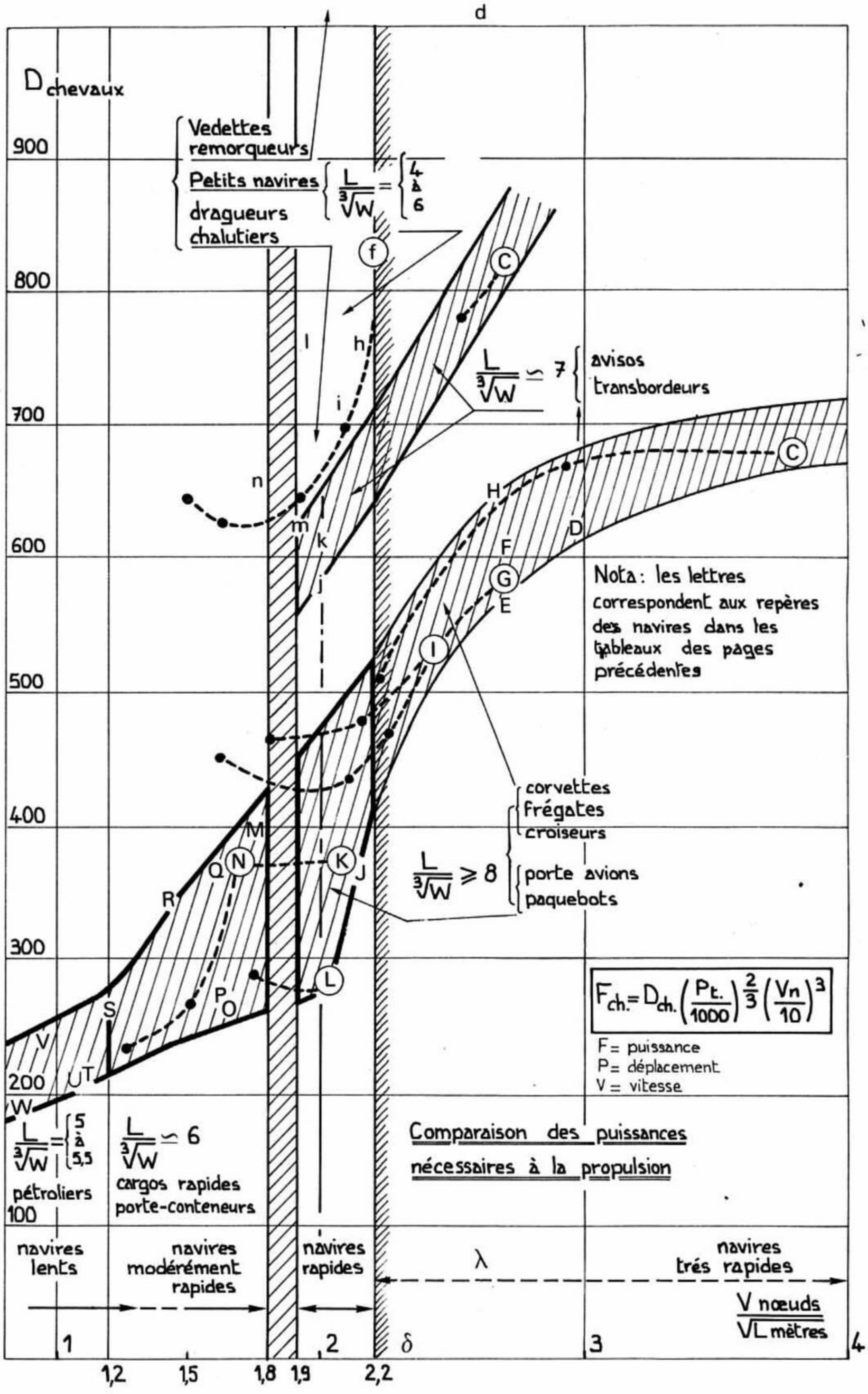

d
D chevaux
900
800
700
600
500
400
300
200
100
Vedettes
remorqueurs
Petits navires
dragueurs
chalutiers
L/∛W = 4 à 6
f
C
l
h
i
n
m
k
j
L/∛W ≃ 7
avisos
transbordeurs
H
D
F
G
E
I
Nota : les lettres correspondent aux repères des navires dans les tableaux des pages précédentes
M
N
K
J
Q
R
L/∛W ≥ 8
corvettes
frégates
croiseurs
porte avions
paquebots
P
O
S
V
UT
W
L/∛W = 5 à 5,5
pétroliers
L/∛W ≃ 6
cargos rapides
porte-conteneurs
$F_{ch.} = D_{ch.} \left(\frac{P_t.}{1000}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{V_n}{10}\right)^3$
F = puissance
P = déplacement
V = vitesse
Comparaison des puissances nécessaires à la propulsion
navires lents
navires modérément rapides
navires rapides
λ
navires très rapides
V nœuds / √L mètres
1
1,2
1,5
1,8
1,9
2
2,2
δ
3
4

FIG. 45

3e partie

LES ÉVOLUTIONS

3.0. GÉNÉRALITÉS

Après avoir examiné, dans la seconde partie de l'exposé, tout ce qui concerne la propulsion directe, à vitesse rectiligne uniforme, du navire flottant en eau calme, sans mouvements de plate-forme, on a regroupé, dans cette troisième partie, l'étude du mouvement du navire flottant toujours en eau calme et sans mouvements de plate-forme mais dont le centre de gravité est animé, cette fois, d'une vitesse horizontale quelconque. C'est ce que nous appellerons ses « évolutions ».

Il s'agit, d'abord, des variations d'allures du navire qui, partant de la situation « stoppé », lance ses machines pour prendre de l'erre, atteint la vitesse de route ordonnée, modifie cette vitesse de route et, finalement, stoppe, soit en laissant sa vitesse s'amortir progressivement, soit, le plus souvent, en lançant ses machines en sens opposé pour s'arrêter plus rapidement. De toutes ces manœuvres, qui supposent, pour l'hélice propulsive, un des modes de fonctionnement particuliers et transitoires indiqués au paragraphe 2.4.3., la plus importante en pratique, pour l'exploitation et la sécurité du navire, est l'arrêt à partir de la vitesse de route normale. En modifiant, ou en inversant, l'échelle des vitesses on peut considérer, d'ailleurs, qu'elle couvre les autres situations. C'est donc ce seul problème de l'arrêt du navire en route libre que nous étudierons dans ce qui suit, au titre des variations d'allures.

Nous examinerons ensuite la marche oblique (1), ou marche avec dérive. C'est, comme on l'a vu au paragraphe 2.1.2.3., la situation normale du navire navigant à la voile. C'est, également, la situation d'un navire à moteur à faible vitesse et soumis à un fort vent traversier. Ce peut être également, comme nous le verrons plus loin, la situation d'un navire remorqué, suivant la position du point de fixation de la remorque.

---

(1) Cf. paragraphe 1.9.

Dans toutes ces situations la vitesse de route du navire par rapport à l'eau a une direction constante inclinée d'un angle également constant, mais non nul, par rapport au plan de symétrie longitudinal du navire.

Reste enfin le cas où la direction de la vitesse du centre de gravité varie constamment tout en restant, bien entendu, horizontale puisque nous nous limitons à l'étude des mouvements du navire de surface. Concrètement, il s'agit alors de la giration (1) du navire en route libre. Mais il peut être également nécessaire, pour un navire, de changer de cap sans déplacement important du centre de gravité, par exemple lors des manœuvres de port. Ce sont ces deux types de mouvement, qui caractérisent ce qu'on appelle généralement les qualités évolutives du navire, que nous étudierons dans un dernier chapitre consacré à la giration.

3.1. L'ARRÊT DU NAVIRE

3.1.1. Equation du mouvement

Dans la situation initiale, le navire est supposé se déplacer en route libre, en marche directe, à la vitesse rectiligne et uniforme V_0 qui est donc parallèle à l'axe Gx, d'origine le centre de gravité G du navire et de direction l'horizontale du plan de symétrie longitudinal de la carène de ce navire. En orientant Gx vers l'avant du navire on supposera $V_0 > 0$ ce qui correspond à la marche avant.

Pour simplifier l'exposé nous admettrons que le navire ne possède qu'une seule hélice.

L'arrêt du navire est obtenu soit en stoppant d'abord les machines et ensuite en inversant le sens de rotation de l'hélice, s'il s'agit d'une hélice ordinaire, soit en annulant puis en inversant le pas de l'hélice s'il s'agit d'une hélice à pales orientables.

Appelons V la valeur algébrique de la projection sur Gx de la vitesse du navire à l'instant t, vitesse que nous supposerons rester parallèle à Gx. Par raison de symétrie, la résultante des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur la carène est alors située dans le plan de symétrie longitudinal de cette carène. Soit $-R_a$ sa projection sur Gx avec $R_a > 0$ (cas de la marche avant).

R_a est égale au produit kR de la valeur numérique de la résistance de remorquage R de la carène nue par un coefficient k qui tient compte non seulement de la majoration pour appendices, relativement faible, mais, également, si les machines sont stoppées, du complément de résistance dû à l'entraînement de l'hélice par sillage (cf. paragraphe 2.4.3.4.) ou aux remous provoqués par cette hélice si elle est bloquée. En toute rigueur il faudrait tenir

---

(1) Cf. chapitre 1.9.

compte aussi des fluctuations de R_a provoquées par le dépassement du navire en décélération par son champ de vagues initial.

En pratique nous admettrons toujours que $R_a = kR$, k étant une constante égale ou supérieure à 1.

Lorsque l'hélice tourne en marche arrière il apparaît, de plus, une poussée dont la projection sur Gx est $-T_a$ avec $T_a > 0$ puisque cette poussée est alors dirigée vers l'arrière (cf. Paragraphe 2.4.3.5.).

Dans ces conditions, si nous appelons M la masse du navire et μ la masse de l'eau entraînée (1) dans le mouvement initial de ce navire, la loi du mouvement d'arrêt du navire vérifie, en projection sur Gx, l'équation :

$$(M + \mu)\frac{dV}{dt} = -kR - T_a$$

qui résulte du théorème fondamental régissant le mouvement du centre de gravité d'un ensemble de points matériels (2).

3.1.2. Arrêt sans renversement de marche

3.1.2.1 Les machines restant stoppées, nous avons $T_a = 0$ tandis que R_a prend une valeur élevée que nous admettrons égale au double de la résistance de remorquage R de la carène nue ($k = 2$) pour les raisons indiquées plus haut. Nous supposerons, d'autre part, que la masse μ de l'eau entraînée est égale à $\frac{M}{10}$ ce qui est une valeur pratique courante.

Le mouvement d'arrêt est alors régi par l'équation établie au paragraphe 3.1.1. qui devient ici :

$$1{,}1\ M\frac{dV}{dt} = -2\ R.$$

3.1.2.2. Nous savons que, lorsqu'un navire de déplacement P avance à la vitesse de route V sous l'action d'une puissance d'autopropulsion F, on a $F = \frac{RV}{\eta_g}$, η_g étant le rendement propulsif global dont la valeur varie relativement peu (cf. paragraphe 2.2.4.5.) et que, d'autre part, $F = K\,P^{\frac{2}{3}}\,V^3$, K étant sensiblement constant sur une plage de vitesse importante pour un navire donné (cf. paragraphe 2.5.3.).

Dans ces conditions il vient $R = K.\eta_g.P^{\frac{2}{3}}.V^2$ et l'équation du mouvement peut s'écrire :

$$\frac{dV}{dt} = -K_1V^2,$$

---

(1) Cf. paragraphe 1.3.3.5.
(2) Cf. paragraphe 1.1.6.

en posant

$$K_1 = \frac{2}{1{,}1} \cdot \frac{P^{\frac{2}{3}}}{M} \cdot K\,\eta_g,$$

soit encore, en appelant W le volume de la carène du navire, ρ la masse spécifique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur, et puisque $P = Mg$ et $M = \rho W$,

$$K_1 = 2 \cdot \frac{g^{\frac{2}{3}}}{1{,}1\ \rho^{\frac{1}{3}}} K.\eta_g \frac{1}{W^{\frac{1}{3}}} = \frac{2\,K_0}{W^{\frac{1}{3}}},$$

ces coefficients K_0 et K_1 gardant une valeur que nous admettrons constante pour un navire donné dans la plage de vitese considérée.

3.1.2.3. Ecrivons cette équation $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -K_1 V^2$ sous la forme

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = -K_1\,V\,\mathrm{d}t$$

et intégrons-la entre l'instant initial $t = 0$ pour lequel la vitesse est V_0 et l'instant t pour lequel V est la vitesse restant au navire et d la distance parcourue par ce même navire depuis l'instant initial. Il vient :

$$\mathrm{Log}\left|\frac{V_0}{V}\right| = K_1.d, \quad \text{soit} \quad V = V_0\,e^{-K_1 d}$$

K_1 étant positif, la vitesse décroît bien lorsque la distance parcourue d augmente mais, avec les hypothèses ci-dessus, elle ne s'annule que pour un parcours de longueur infinie.

3.1.2.4. En réalité la résistance hydrodynamique $-R_a$ ne garde pas la même valeur durant tout le processus de freinage. Si l'hélice est d'abord entraînée par sillage elle s'arrête lorsque le couple induit par la vitesse résiduelle du navire devient trop faible pour vaincre les frottements sur la ligne d'arbres, ce qui entraîne alors un accroissement de la résistance à la marche.

D'autre part, les forces résultant de l'action de la mer et du vent, qui étaient négligeables au départ, prennent de l'importance lorsque la vitesse diminue et peuvent d'ailleurs provoquer un changement de cap.

En définitive le navire ralentit très fortement, puis se met à dériver si aucune autre mesure n'est prise pour l'immobiliser.

3.1.2.5. Mais, malgré son caractère approximatif, la relation $V = V_0\,e^{-K_1 d}$ permet bien, néanmoins, de préciser l'allure du phénomène, surtout au départ.

On voit, en particulier, que la vitesse du navire est réduite de moitié après un parcours de longueur $d = d_{\frac{1}{2}}$ tel que :

$$e^{-K_1 d_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad K_1 d_{\frac{1}{2}} = \mathrm{Log}\,2, \quad \text{ou} \quad d_{\frac{1}{2}} = \frac{0{,}693}{K_1}$$

Puisque nous avons posé, plus haut, $K_1 = \frac{2\,K_0}{W^{\frac{1}{3}}}$, nous pouvons encore écrire :

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{0{,}693}{2\,K_0}\,W^{\frac{1}{3}}$$

et, en rapportant $d_{\frac{1}{2}}$ *à la longueur* L de la flottaison du navire, en tirer :

$$\frac{d_{\frac{1}{2}}}{L} = \frac{0{,}693}{2\,K_0}\,\frac{W^{\frac{1}{3}}}{L} = \frac{0{,}693}{2\,K_0 f}$$

$f = \frac{L}{W^{\frac{1}{3}}}$ étant la finesse de la carène du navire.

On constate donc, d'abord, que la distance $\frac{d_{\frac{1}{2}}}{L}$, exprimée en longueur de flottaison, au bout de laquelle la vitesse du navire est réduite de moitié, est inversement proportionnelle à sa finesse lorsque K_0 reste constant.

3.1.2.6. On peut chercher, également, à estimer $\frac{d_{\frac{1}{2}}}{L}$ pour un navire donné.

Dans l'expression $\frac{d_{\frac{1}{2}}}{L} = \frac{0{,}693}{2\,K_0 f}$ on a, en effet :

$$\mathrm{K_0} = \frac{\mathrm{g}^{\frac{2}{3}}}{1{,}1\,\rho^{\frac{1}{3}}}\;K.\eta_g, \quad \text{avec} \quad K = \frac{F}{P^{\frac{2}{3}}\,V^3}$$

Considérons un navire de déplacement $P = 18\,000$ tonnes, de vitesse $V = 20$ nœuds pour une puissance de l'appareil moteur $F = 22\,000$ chevaux. Supposons que sa longueur soit $L = 150$ mètres, ce qui correspond à une finesse $f = \frac{L}{W^{\frac{1}{3}}} \simeq \frac{L}{P^{\frac{1}{3}}} = 5{,}7$.

Admettons également que son rendement propulsif global soit $\eta_g = 0{,}65$ et effectuons les calculs dans le système légal d'unités. Nous obtenons :

$P = 1{,}76\,.\,10^8$ newtons
$V = 10{,}3$ m/s
$F = 1{,}62\,10^7$ watts

soit $K = \frac{F}{P^{\frac{2}{3}}\,V^3} = 0{,}047$

ce qui donne, avec $g = 9{,}81$ m/s^2 et $\rho \simeq 1\,000$ kg masse/m^3,

$$K_0 = \frac{g^{\frac{2}{3}}}{1{,}1\,\rho^{\frac{1}{3}}}\,K\,\eta_g = 0{,}0128$$

$$\text{et} \quad \frac{d_{\frac{1}{2}}}{L} = \frac{0{,}693}{2\,K_0 f} = 4{,}7$$

En d'autres termes, le navire considéré, supposé lancé à 16 nœuds, devrait par exemple, pour ramener sa vitesse à $\frac{16}{2^3}$ nœuds, soit 2 nœuds, parcourir, après l'arrêt de ses machines, une distance $d_{\frac{1}{8}} = 3\, d_{\frac{1}{2}} \simeq 14\, L = 2\,100$ mètres.

3.1.3. Arrêt d'urgence avec renversement de marche

3.1.3.1. Nous négligeons, en première approximation, le temps nécessaire au renversement de marche proprement dit (inversion du sens de rotation ou du pas de l'hélice) et nous admettons qu'à l'instant initial $t = 0$ la vitesse du navire est V_0 tandis que la poussée de l'hélice prend alors la valeur $-T_a$ (dirigée vers l'arrière) qu'elle gardera jusqu'à l'arrêt du navire.

Par contre, l'hélice étant en fonction, il est logique d'admettre, ici, qu'à l'instant t pour lequel la vitesse du navire est V, la résistance hydrodynamique R_a est sensiblement égale à la distance de remorquage R de la carène à cette même vitesse V.

En supposant, comme au paragraphe 3.1.2., que la masse μ de l'eau entraînée soit sensiblement $\frac{M}{10}$, l'équation du mouvement établie en 3.1.1. devient :

$$1{,}1\, M \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -R - T_a$$

Comme nous avons toujours $R = K\, \eta_g\, P^{\frac{2}{3}}\, V^2$, c'est-à-dire $R = K'\, V^2$, nous pouvons écrire :

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\, K_2\, (V^2 + V_a^2)$$

en posant $$K_2 = \frac{P^{\frac{2}{3}}}{1{,}1\, M} K\, \eta_g = \frac{K_0}{W^{\frac{1}{3}}}$$

(cf. paragraphe 3.1.2.)

et $$T_a = K'\, V_a^2,$$

V_a étant une constante, ayant les dimensions d'une vitesse, dont nous allons chercher à déterminer la valeur ou, tout au moins, l'ordre de grandeur.

3.1.3.2. Si la valeur T_a de la poussée en freinage, dirigée vers l'arrière, avait la même valeur que la poussée en marche avant qui, à la vitesse initiale V_0, équilibrait précisément la résistance de remorquage R_0 à cette même vitesse V_0, on aurait $V_a \simeq V_0$.

En fait, le problème se présente de façon fort différente.

Dans le fonctionnement de l'hélice en freinage, après renversement de marche (cf. paragraphe 2.4.3.5.) le recul effectif réduit est supérieur à 1 et le

rendement d'hélice η_H est normalement plus faible qu'en marche avant, le risque de cavitation est plus élevé et les phénomènes d'interaction hélice-carène sont modifiés, surtout sur un navire à une seule hélice centrale.

L'alimentation en eau de l'hélice se fait mal et il peut d'ailleurs en résulter l'émission périodique de gros tourbillons d'un côté du navire. De plus, le brassage de l'eau étant très énergique, si l'hélice est peu immergée elle en vient à travailler dans un mélange d'eau et d'air de masse spécifique moyenne relativement faible : c'est le phénomène de ventilation qui entraîne une diminution de la poussée.

Aux facteurs précédents, liés au fonctionnement de l'hélice, s'ajoutent les données propres à l'appareil moteur. La puissance qui peut être développée par cet appareil moteur en marche arrière est normalement plus faible qu'en marche avant, soit par construction pour les installations à turbines qui comportent une turbine spéciale de marche arrière, soit, dans, les autres cas, par la nécessité de limiter le couple sur la ligne d'arbres, comme pour le fonctionnement au point fixe (cf. paragraphe 2.4.3.3.).

En définitive, la valeur maximum de la poussée T_a *disponible* en freinage est généralement inférieure à la valeur maximum de la poussée disponible en marche avant, et correspondant à la vitesse maximum du navire, et la valeur maximum de V_a n'est égale qu'à une fraction de cette vitesse maximum.

3.1.3.3. Revenant à l'équation du mouvement : $\frac{dV}{dt} = -K_2 (V^2 + V_a^2)$ nous pouvons la mettre sous forme :

$$\frac{2\,V\,dV}{V^2 + V_a^2} = -2\,K_2\,V\,dt$$

et l'intégrer entre l'instant initial $t = 0$ pour lequel la vitesse est V_0 et l'instant t pour lequel la vitesse est V et la distance parcourue depuis l'instant initial est d. Nous obtenons alors :

$$\text{Log} \left| \frac{V_0^2 + V_a^2}{V^2 + V_a^2} \right| = 2\,K_2 d$$

La distance d'arrêt d_0 correspond à $V = 0$, soit, en passant des logarithmes népériens aux logarithmes vulgaires :

$$d_0 = \frac{1}{0{,}868\,K_2} \log \left| 1 + \frac{V_0^2}{V_a^2} \right|$$

ou encore, en appelant R_0 la résistance de remorquage correspondant à la vitesse initiale V_0 et telle, par conséquent, que : $R_0 = K'\,V_0^2$

$$d_0 = \frac{1}{0{,}868\,K_2} \log \left| 1 + \frac{R_0}{T_a} \right|$$

3.1.3.4. Nous allons maintenant chercher à estimer d_0 pour le navire déjà considéré au paragraphe 3.1.2.6.

Nous avons posé plus haut $K_2 = \frac{K_0}{W^{\frac{1}{3}}}$ (cf. paragraphe 3.1.3.1.).

Il vient donc :

$$\frac{d_0}{L} = \frac{1}{0{,}868} \quad \frac{W^{\frac{1}{3}}}{L} \cdot \quad \frac{1}{K_0} \log \left| 1 + \frac{R_0}{T_a} \right| = \frac{1}{0{,}868} \cdot \quad \frac{1}{fK_0} \log \left| 1 + \frac{R_0}{T_a} \right|$$

L et f étant toujours, respectivement, la longueur de la flottaison et la finesse $\frac{L}{W^{\frac{1}{3}}} = 5{,}7$ du navire en cause.

K_0 gardant la valeur déjà calculée au paragraphe 3.1.2., soit : $K_0 = 0{,}0128$, on obtient :

$$\frac{d_0}{L} \simeq 16 \log \left| 1 + \frac{R_0}{T_a} \right| = 16 \log \left| 1 + \frac{V_0^2}{V_a^2} \right|.$$

On voit que la distance d'arrêt d_0 sera d'autant plus courte que la vitesse initiale V_0 en marche avant sera plus faible relativement à V_a et par conséquent à la vitesse maximum du navire.

En admettant que $V_0 = V_a$ et, par conséquent, $T_a = R_0$ on aurait :

$$\frac{d_0}{L} \simeq 16 \log 2 \simeq 4{,}8$$

3.1.3.5. Ce résultat, qui n'a qu'une valeur approximative, est à rapprocher d'une règle de manœuvre connue suivant laquelle, lorsqu'il est possible de lancer les machines en arrière à leur vitesse angulaire initiale en marche avant, on arrête un navire sur une distance égale à trois fois sa longueur.

On a alors généralement en effet $T_a > R_0$ et $V_a > V_0$ (cf. paragraphe 2.4.3.5.).

Une telle possibilité n'existe généralement que sur un navire de guerre naviguant à sa vitesse de croisière mais ne peut concerner un navire faisant route à une vitesse proche de son allure maximum.

La distance d'arrêt d'un grand pétrolier sera par exemple de 12 à 15 L c'est-à-dire de plus de 3 000 mètres.

Pendant cette phase d'arrêt avec renversement de marche, et lorsqu'il s'agit d'un navire à une seule ligne d'arbres, le gouvernail est très mal alimenté en eau et devient inefficace. La trajectoire du navire ne peut plus alors être contrôlée. On a été ainsi amené, pour des raisons de sécurité, à étudier, pour les grands pétroliers, des dispositifs de freinage supplémentaires constitués par exemple par des volets escamotables et susceptibles de ramener la distance d'arrêt à des valeurs acceptables ($d_0 = 5\,L$ environ) par accroissement de la résistance hydrodynamique R_a.

3.2. LA MARCHE OBLIQUE

3.2.1. Définition du mouvement

Soit toujours Gx l'axe horizontal du plan de symétrie longitudinal de la carène qui a pour origine le centre de gravité G du navire et qui est orienté vers l'avant. Nous supposons que le navire fait route, par mer calme et sans mouvement de plate-forme, avec une vitesse V horizontale, de direction et d'intensité constantes. Nous appelons alors δ l'angle, supposé constant, de V avec Gx. Dans la marche directe ou normale nous avions $\delta = 0$. Ici, dans la marche oblique ou avec dérive, nous avons par hypothèse $\delta \neq 0$. L'angle δ est appelé *angle de dérive*.

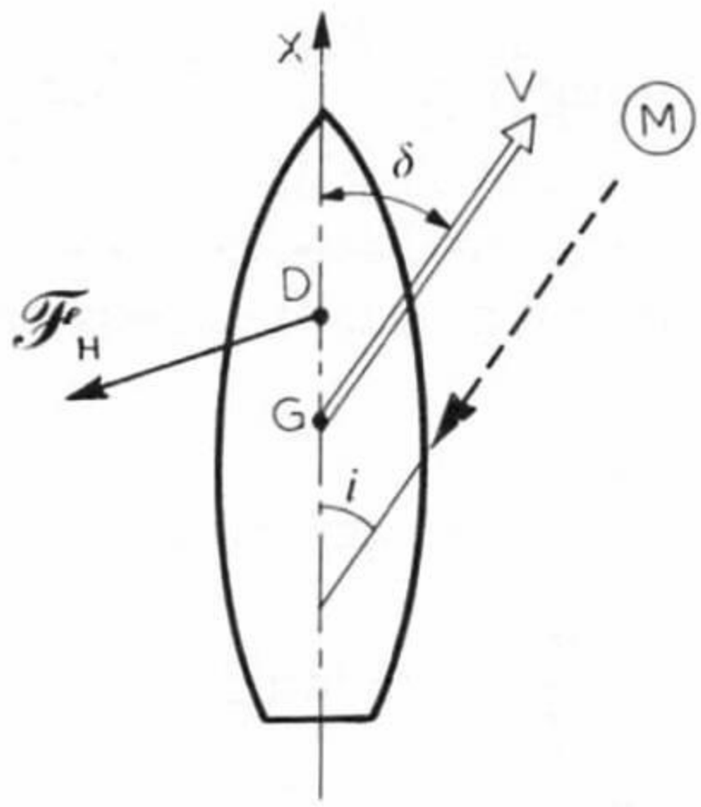


FIG. 46

Dans ce mouvement avec $\delta \neq 0$, la vitesse relative des particules d'eau (M) qui arrivent sur la carène fait avec cette carène un angle d'incidence i qui, si la carène était réduite à son plan de symétrie longitudinal supposé vertical, serait précisément tel que $i = \delta$.

La carène se comporte alors comme une aile portante, étudiée au paragraphe 2.1.2.2., et la résultante $\mathscr{F}_H$ des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur cette carène comporte une composante normale à la vitesse V d'importance telle qu'en définitive $\mathscr{F}_H$ a une direction assez peu inclinée sur la normale à l'axe longitudinal Gx.

Cette résultante $\mathscr{F}_H$ est appliquée en un point D du plan de symétrie longitudinal du navire qui est appelé *centre de dérive*. Dans le cas le plus général, D n'a aucune raison d'être situé sur l'axe Gx. Il peut être au-dessus ou au-dessous de cet axe mais, le plus souvent, il est en-dessous de Gx.

De même, le point A du plan de symétrie longitudinal du navire où est appliquée la force propulsive F qui provoque la marche oblique n'est généralement pas situé, non plus, sur Gx. Il sera situé, souvent, au-dessus de G, en particulier dans le cas de la navigation à voiles. Dans ces conditions le navire

subit un couple inclinant et son plan de symétrie longitudinal ne reste pas vertical.

Pour simplifier l'exposé nous négligerons cette inclinaison dans tout ce qui suit, ou, plus précisément, nous assimilerons les points A et D à leur projection verticale sur l'axe Gx (cf. figure 47).

3.2.2. Courbes de dérive

Supposons que nous remorquions (1) un navire à l'aide d'une remorque fixée en un point A de l'axe Gx. Si l'orientation de cette remorque et la traction F qu'elle exerce sur le navire sont constantes le navire va avancer avec une vitesse V et un angle de dérive δ tels que, à l'équilibre correspondant à une vitesse uniforme, la résultante $\mathscr{F}_H$ des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur la carène soit égale en valeur numérique mais directement opposée à F (1). En d'autres termes :

— le centre de dérive D est confondu avec A (en projection verticale sur Gx),

— F et $\mathscr{F}_H$ ont même direction mais sont de sens opposé,

— enfin $\mathscr{F}_H = F$.

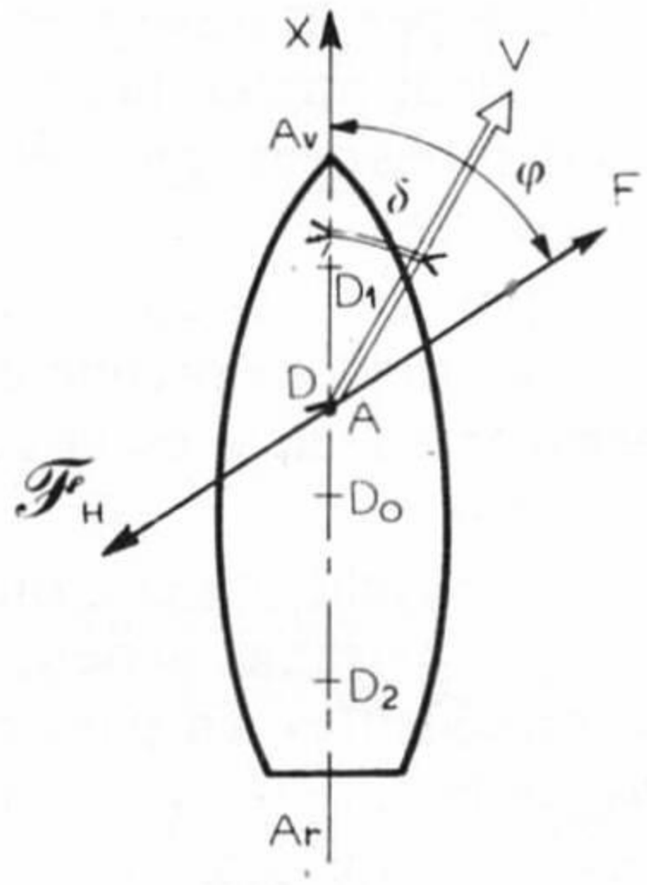


FIG. 47

Etudions maintenant le *remorquage* du navire ci-dessus *à vitesse V, constante en valeur numérique,* en faisant varier, sur Gx, la position du point de fixation A de la remorque supposée de longueur infinie et d'orientation constante dans l'espace (cf. figure 47).

Lorsque A est en A_v, à l'extrême avant du navire, on conçoit que celui-ci se déplace avec une vitesse V orientée, comme Gx, parallèlement à la remorque

(1) Cf. chapitre 1.9.

avec un angle de dérive $\delta = 0$, la résultante des forces hydrodynamiques $\mathscr{F}_H$ étant, par raison de symétrie, également parallèle à l'axe Gx.

On aboutit à une conclusion analogue lorsque A est en Ar, à l'extrême arrière du navire, remorqué alors en marche arrière.

Revenant au remorquage par l'avant, faisons reculer progressivement le point A sur Gx, à partir de sa position initiale Av. L'axe Gx et la vitesse V restent d'abord parallèles à la remorque jusqu'à ce que A arrive en un certain point D_1 à partir duquel, si A continue à reculer, on constate que l'axe Gx fait un angle φ avec la direction constante de la remorque tandis qu'un angle de dérive $\delta \neq 0$ apparaît entre la vitesse V du navire et son axe Gx. On a alors $\delta < \varphi$.

Le point D_1 ainsi défini (par sa projection verticale sur Gx) est appelé *centre de dérive initial avant* (ou principal).

On constate également que la traction F que doit exercer la remorque pour faire avancer le navire à la vitesse constante V croît lorsque A franchit le point D_1.

Continuons à faire reculer A. Les angles φ et δ et la traction F continuent à croître, toujours avec $\delta < \varphi$, jusqu'au moment où A arrive en un point D_0 pour lequel $\varphi = \delta = \frac{\pi}{2}$.

Le navire est alors remorqué par le travers et si l'on voulait conserver à la vitesse de ce navire la même valeur numérique V il faudrait que la remorque exerce une traction F considérablement plus élevée qu'en marche avant (plusieurs dizaines de fois supérieure).

Le point D_0 ainsi défini (par sa projection verticale sur Gx) est appelé *centre de dérive transversal*. Il se situe, en première approximation, au centre de surface du contour apparent transversal de la carène. Cette surface, d'aire Σ est appelée parfois *plan de dérive*.

Si, pour un remorquage en marche arrière, on faisait avancer le point A à partir de sa position Ar, à l'extrême arrière du navire, on ferait des constatations analogues aux précédentes, en passant par un point D_2, appelé *centre de dérive initial arrière* de propriétés symétriques de celles de D_1, pour aboutir au même centre de dérive transversal D_0.

Traçons sur un plan horizontal *lié au navire*, et contenant l'axe Gx, les positions successives de la remorque lorsque le point A recule sur Gx de Av à Ar. L'enveloppe de ces droites est la *courbe de dérive principale*. Cette courbe est symétrique par rapport à l'axe Gx puisque le navire peut prendre un cap situé d'un côté ou de l'autre de la remorque lorsque le point A arrive en D_1. Elle comporte donc deux points de rebroussement situés en D_1 et D_2 ainsi que deux autres points de rebroussement analogues situés sur la perpendiculaire à Gx menée par D_0 (cf. figure 48).

A une position quelconque du point A, située entre D_1 et D_2, correspond donc une direction de la remorque confondue avec la tangente à la courbe de dérive principale menée par A et, par conséquent, une direction de la traction de remorquage F exercée sur le navire, qui est directement opposée à la

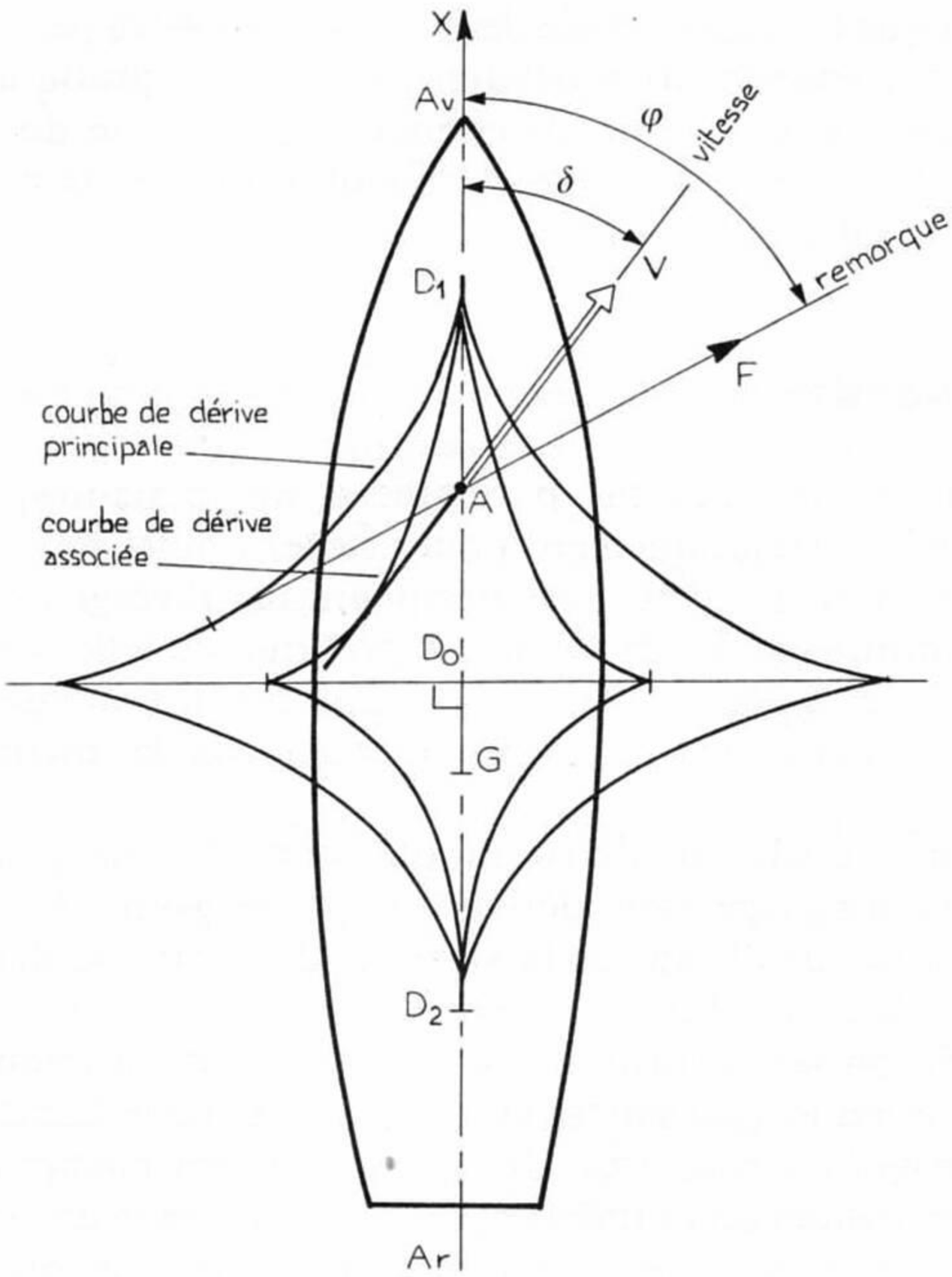


FIG. 48

résultante $\mathscr{F}_H$ des forces hydrodynamiques. Mais à ce même point A correspond également une direction définie de la vitesse de route V du navire, caractérisée par un angle de dérive δ.

Lorsque A recule sur Gx de Av à Ar nous pouvons donc, comme nous l'avons fait pour les positions de la remorque, tracer la direction de la vitesse correspondant à chaque position de A.

L'enveloppe de ces directions constitue *la courbe de dérive associée* qui, comme la courbe de dérive principale, et pour les mêmes raisons, est symétrique par rapport à Gx et comporte deux points de rebroussement situés en D_1 et D_2 sur Gx et deux autres points de rebroussement situés également sur la perpendiculaire à Gx menée par D_0, mais moins écartés que pour la courbe de dérive principale puisque $\delta < \varphi$.

Si on fait varier maintenant la valeur numérique de la vitesse de remorquage V, ou encore, dans certaines limites, l'assiette du navire, on constate que les courbes de dérive définies ci-dessus gardent sensiblement la même allure. On peut enregistrer cependant un certain déplacement de leurs points de rebroussement.

On conçoit que la connaissance des courbes de dérive permette de résoudre le problème de la marche oblique d'un navire. En pratique, il est surtout important, comme on va le voir, de connaître la position du centre de dérive principal avant à la vitesse de route et de remorquage et la position du centre de dérive transversal à faible vitesse.

3.2.3. Remorquage d'un navire

3.2.3.1. Sauf dans quelques cas particuliers, où le remorquage en marche oblique est utilisé systématiquement pour écarter l'objet remorqué de la route suivie par le navire remorqueur (cas des panneaux divergents d'un chalut par exemple), le remorquage dit *en flèche* est pratiqué de telle sorte que le navire remorqué avance sans dérive. Dans ces conditions, il présente la résistance de remorquage minimum et suit approximativement la même route que le remorqueur.

La forme des courbes de dérive montre immédiatement qu'une condition nécessaire du remorquage sans dérive est que le point A de fixation de la remorque soit situé sur l'avant de la verticale du centre de dérive initial avant D_1.

Cette condition serait suffisante si la longueur de la remorque était nulle.

En réalité la remorque est toujours longue dans le cas d'un remorquage classique. Cette grande longueur (200 à 300 m), qui lui permet d'ailleurs de former une « chaînette» accentuée, apporte de l'élasticité lors des variations de la vitesse relative du remorqué par rapport au remorqueur, toujours à craindre, spécialement par mauvais temps, et réduit les risques de rupture de la remorque.

Dans ces conditions, si le navire remorqué amorce un déplacement latéral fortuit, il apparaît immédiatement une composante de la résistance de remorquage perpendiculaire au plan de symétrie longitudinal de la carène dont la valeur est fonction de l'angle de dérive ainsi atteint. Comme le remorqueur peut alors être considéré comme situé à l'infini, compte tenu de la grande longueur de la remorque, la traction de cette remorque reste d'abord orientée dans la même direction, voisine du cap du remorqué. Il en résulte que le navire remorqué pourra faire une embardée importante avant d'être rappelé par la remorque. La stabilité du remorquage est alors fonction de la stabilité propre du navire remorqué en route rectiligne. Elle est améliorée par l'utilisation appropriée de sa barre.

On peut remarquer que la situation d'un navire mouillé sur une seule ancre et situé debout au courant présente certaines analogies avec celle d'un navire remorqué en flèche.

3.2.3.2. On peut chercher enfin à connaître approximativement l'effort F à exercer pour remorquer un navire à la vitesse V.

Appelons $\mathscr{P}$ la puissance nécessaire à ce même navire pour se déplacer à cette même vitesse V, en autopropulsion, et R la résistance de remorquage de sa carène supposée nue, toujours à la vitesse V.

On sait que l'on a $\mathscr{P} = \dfrac{R\ V}{\eta\ g}$, η_g étant le rendement propulsif global du navire (cf. paragraphe 2.2.4.5.). Il vient donc :

$$R = \frac{\mathscr{P}\ \eta_g}{V}$$

Pour un navire dont la carène est intacte et dont l'hélice est bloquée, on peut admettre que, lors d'un remorquage sans à-coups, on a $F \simeq 2\ R$ ce qui donne, approximativement, si $\eta_g = 0{,}65$:

$$\mathrm{F}_{\text{tonnes force}}\ (1) \simeq 0{,}2\ \frac{\mathscr{P}\ \text{chevaux}}{V\ \text{nœuds}}.$$

Il s'agit là, seulement, d'un ordre de grandeur et il convient de noter que le degré de charge dans la remorque peut dépasser notablement la valeur calculée à partir de l'effort de remorquage F si la mise en tension de cette remorque s'effectue brutalement.

3.2.4. Dérive sous vent de travers d'un navire se déplaçant à faible vitesse

On admet que l'action d'un vent de travers sur les œuvres mortes d'un navire peut être représentée par une force f orientée dans la direction du vent et appliquée au centre de surface E du contour apparent transversal de ces œuvres mortes. E est appelé *centre de fardage* (*ou de voilure*) et se trouve situé dans la région médiane des navires de silhouette courante.

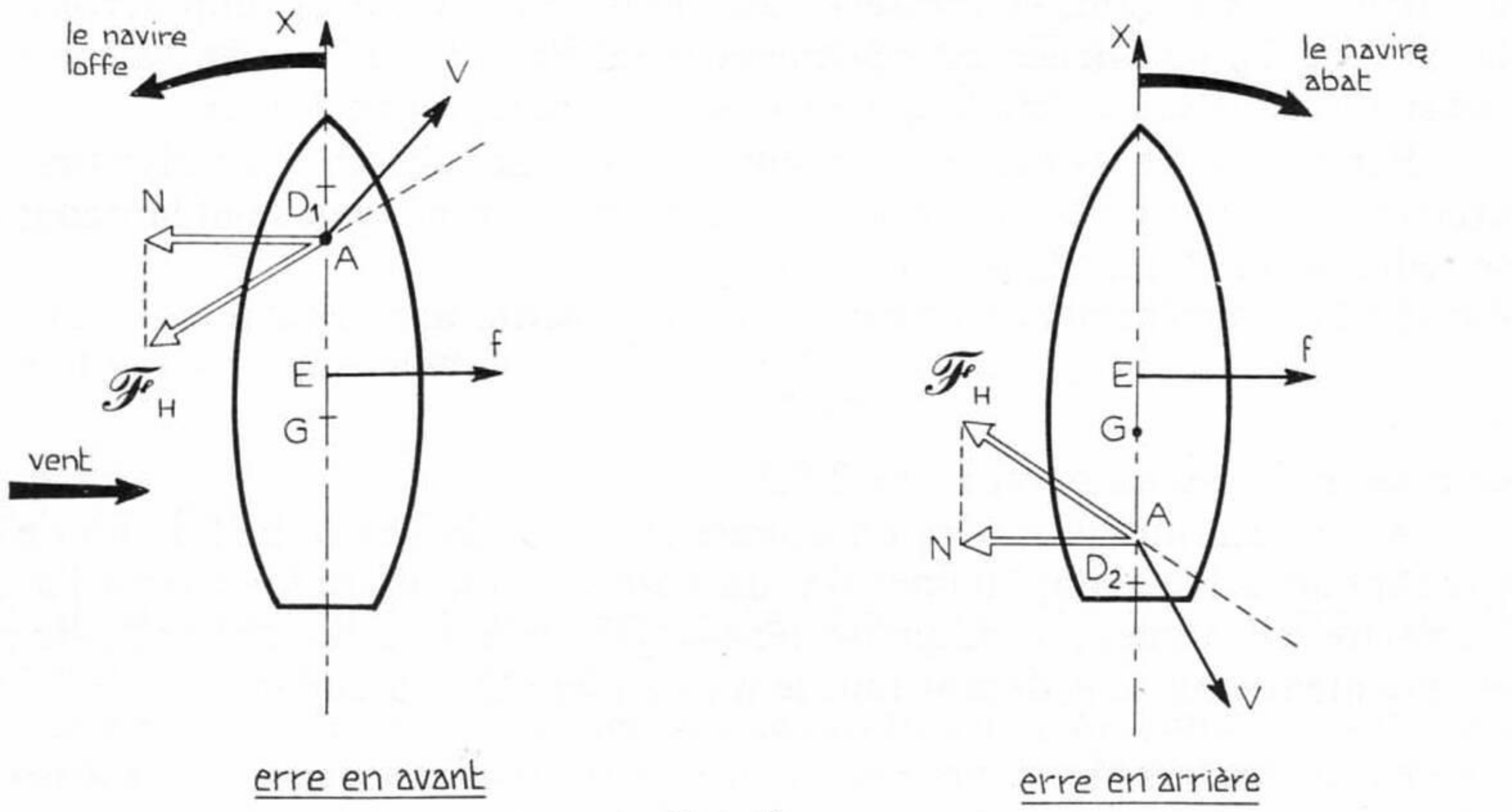


FIG. 49

(1) 1 tonne force = 981 décanewtons.

Quand le navire ayant un peu d'erre en avant commence à dériver sous l'action du vent de travers le point d'application A de la résistance à la marche oblique $\mathscr{F}_H$ se situe en arrière de D_1 mais, néanmoins, dans la région avant du navire. Cette résistance comportant une composante N perpendiculaire à l'axe longitudinal Gx du navire est orientée à l'opposé de la dérive, donc du vent, elle forme, avec la force f appliquée E, un couple qui tend à faire remonter le navire dans le vent c'est-à-dire à le faire loffer.

Si, au contraire, le navire a un peu d'erre en arrière, un raisonnement analogue montre que c'est l'arrière du navire qui tend à venir dans le vent : le navire abat.

Pour un même navire et à erre égale, la tendance à l'abattée en culant est plus énergique que la tendance à l'auloffée avec de l'erre en avant.

3.3. LA GIRATION

3.3.1. Définition de la giration en route libre (1)

On part d'une situation dans laquelle le navire est supposé se déplacer en route libre, en marche directe, à la vitesse rectiligne et uniforme V_0, sans mouvement de plate-forme et barre à zéro c'est-à-dire avec le safran (2) du gouvernail maintenu dans l'axe du navire.

Dans ces conditions, Gx étant toujours l'axe horizontal d'origine le centre de gravité G du navire, situé dans le plan de symétrie longitudinal de la carène et orienté vers l'avant, la vitesse V_0 est parallèle à Gx. Nous supposerons que la poussée T_0 de l'hélice est également parallèle à Gx et que sa valeur reste constante dans toute l'étude qui va suivre (cf. paragraphe 2.0.2.).

Par raison de symétrie, la résultante $\mathscr{F}_H$ des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur la carène, et que nous supposerons également horizontale, se réduit à une force R_0 parallèle à Gx.

Le mouvement *initial* du navire est alors défini par l'équation :

$$R_0 + T_0 = 0,$$

comme on l'a vu au paragraphe 2.0.3.

A l'instant initial, $t = 0$, on oriente le safran du gouvernail d'un angle α par rapport à l'axe longitudinal Gx, du bord où l'on désire faire venir l'avant du navire. On admet que α, qui ne dépasse jamais une valeur de l'ordre de 30°, est maintenu constant durant tout le mouvement qui va suivre.

---

(1) Cf. chapitre 1.9.

(2) On rappelle que le safran du gouvernail est le plan mince orientable situé à l'arrière de la carène et constituant la partie active de ce gouvernail.

On constate alors que le navire, après une légère embardée du bord opposé à l'orientation du safran, amorce un changement de cap du côté de l'orientation du safran. Ce changement de cap se poursuit à vitesse angulaire constante tandis que la vitesse du navire se stabilise à une valeur V inférieure à V_0 d'environ 15 à 20 % et que le centre de gravité G décrit une trajectoire circulaire (cf. figure 50).

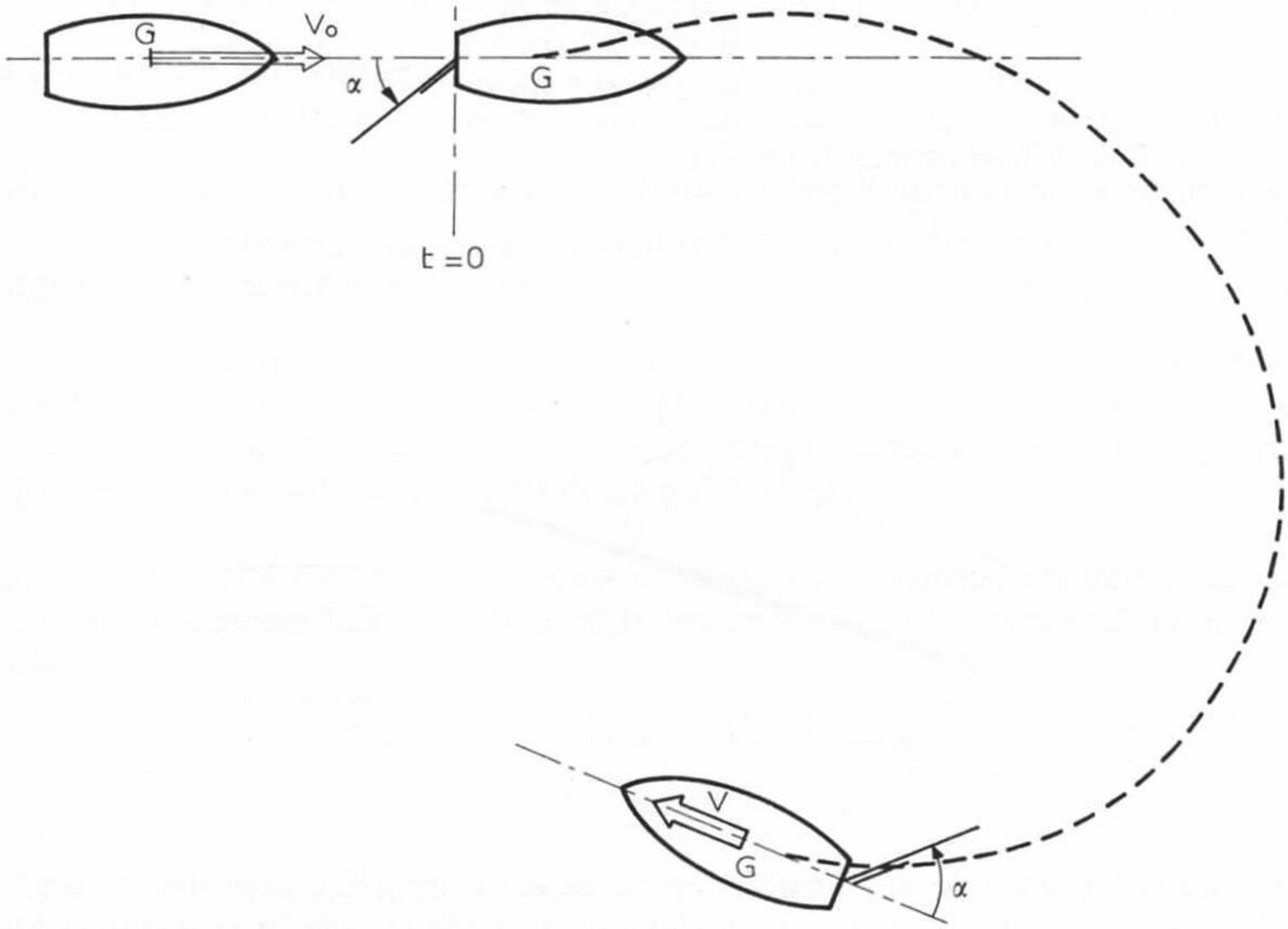


FIG. 50

Le mouvement ainsi défini constitue ce qu'on appelle *la giration en route libre* et nous allons maintenant l'étudier plus en détail.

3.3.2. Les formules de Joessel

3.3.2.1. Il nous faut d'abord connaître les forces induites par l'orientation du safran du gouvernail à l'angle α.

Si nous assimilons, en premier lieu, ce safran à un plan mince rectangulaire et vertical, de longueur horizontale l et de hauteur h, placé dans un courant d'eau de vitesse relative horizontale et uniforme V, inclinée de l'angle i par rapport au plan mince, nous entrons dans le domaine des expériences de Joessel.

Un tel plan mince est alors assimilable à une aile portante travaillant avec une incidence i. On sait (cf. paragraphe 2.1.2.2) que la résultante des forces

hydrodynamiques exercées par le courant d'eau sur le plan mince est sensiblement perpendiculaire à ce plan.

En appelant N la composante de cette force effectivement perpendiculaire au plan mince et A son point d'application situé à une distance d, mesurée horizontalement, du bord d'attaque, c'est-à-dire de l'arête du plan mince située du côté de l'arrivée de l'eau, les formules établies par Joessel donnent :

$$\begin{cases} N = \dfrac{K\,S\,V^2 \sin i}{0{,}2 + 0{,}3 \sin i} \\ d = (0{,}2 + 0{,}3 \sin i)\, l \end{cases}$$

pour $\begin{cases} N \text{ en kilogrammes force (1)} \\ K = \text{constante} \simeq 41 \\ S = lh \text{ en m}^2,\ h \text{ étant la hauteur de la plaque verticale} \\ V : \text{en m/s} \end{cases}$

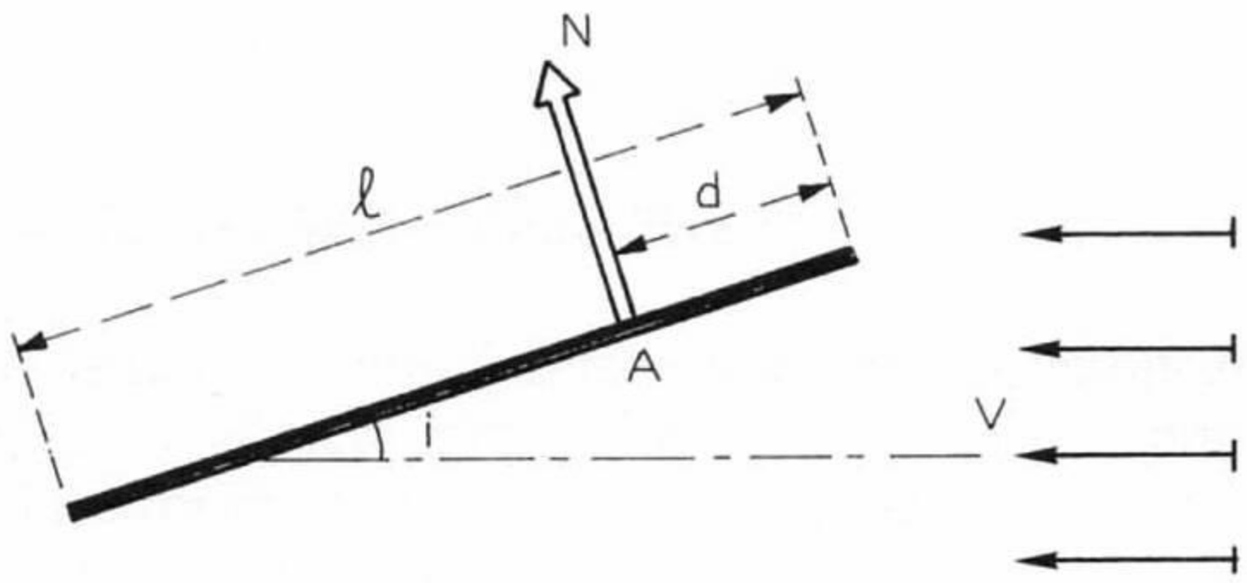


FIG. 51

La validité (2) de ces formules empiriques est limitée au cas des vitesses V relativement faibles et, surtout, des angles d'incidence i suffisamment faibles pour que l'écoulement de l'eau autour de la plaque s'effectue sans décollement au dos du plan mince.

3.3.2.2. En général le safran du gouvernail n'est pas constitué par une simple tôle assimilable à un plan mince mais par une structure relativement épaisse et bien profilée.

Des essais effectués, en soufflerie, sur des modèles de telles structures mettent précisément en évidence l'apparition d'un décollement de l'écoulement du fluide à partir d'une certaine incidence critique i_0.

Pour $i < i_0$, les formules de Joessel restent pratiquement applicables à de telles structures profilées en prenant pour la constante K une valeur de l'ordre de 25 à 30.

---

(1) C'est-à-dire pratiquement en décanewtons.

(2) Ces formules résultent d'expériences effectuées dans le courant de la Loire, à Indret, vers 1871.

Quand l'angle i dépasse l'incidence critique i_0, on remarque que N chute brusquement pour se stabiliser ensuite à une certaine valeur, quel que soit i. De même la distance d se stabilise rapidement à environ 0,4 l.

On constate, d'une part, que l'accroissement de l'épaisseur de la structure profilée constituant le safran, jusqu'à environ $\frac{l}{5}$, accroît la valeur de i_0 et que, d'autre part, cette valeur de i_0 croît quand le rapport $\frac{h}{l}$, appelé « allongement de la structure », diminue.

L'incidence critique i_0 passera ainsi par exemple de la valeur $i_0 = 15°$ pour $\frac{h}{l} = 5$, c'est-à-dire pour un safran de grande hauteur relativement à sa longueur, à la valeur $i_0 = 35°$ pour $\frac{h}{l} = 0{,}8$.

Lors de l'utilisation du gouvernail on limitera donc l'angle α d'orientation du safran par rapport au plan de symétrie longitudinal de la carène à une valeur voisine de l'incidence critique. La valeur maximum de cet angle ne dépassera jamais 35° compte tenu de ce qui précède.

3.3.2.3. En définitive, pour un angle d'incidence i exprimé en degrés et de valeur suffisamment faible, on pourra admettre mais, *à titre d'ordre de grandeur seulement, que :*

$$N_{\text{kg force}}\,(1) \simeq 2.S_{m^2} \,.\, (V_{m/s})^2 .\, i_{degrés}$$

$$d \simeq 0{,}25\, l$$

3.3.2.4. Cependant, en toute rigueur, l'action du safran du gouvernail ne peut pas être étudiée isolément, sans tenir compte de la carène du navire, puisque l'écoulement relatif de l'eau autour de l'ensemble (carène plus safran) est un unique phénomène, influencé également, d'ailleurs, par le fonctionnement de l'hélice propulsive. Une étude précise de la giration d'un navire nécessite donc, en pratique, des essais sur un petit modèle de ce navire effectués dans un bassin d'essai de giration.

3.3.3. Le mouvement de giration (2)

3.3.3.1. Pour une étude sommaire nous admettrons néanmoins que l'orientation du safran à l'« angle de barre » α fait apparaître une force N bien individualisée et appliquée à ce safran, en A, normalement à son plan de symétrie propre (cf. figure 52).

---

(1) C'est-à-dire pratiquement en décanewtons.
(2) Cf. paragraphe 1.9.4.

Il en résulte une composante $N \cos \alpha$ normale au plan de symétrie longitudinal de la carène du navire qui a pour effet d'incliner ce plan de symétrie d'un angle δ par rapport à la tangente à la trajectoire du centre de gravité G de ce navire comme le montre la figure ci-dessous.

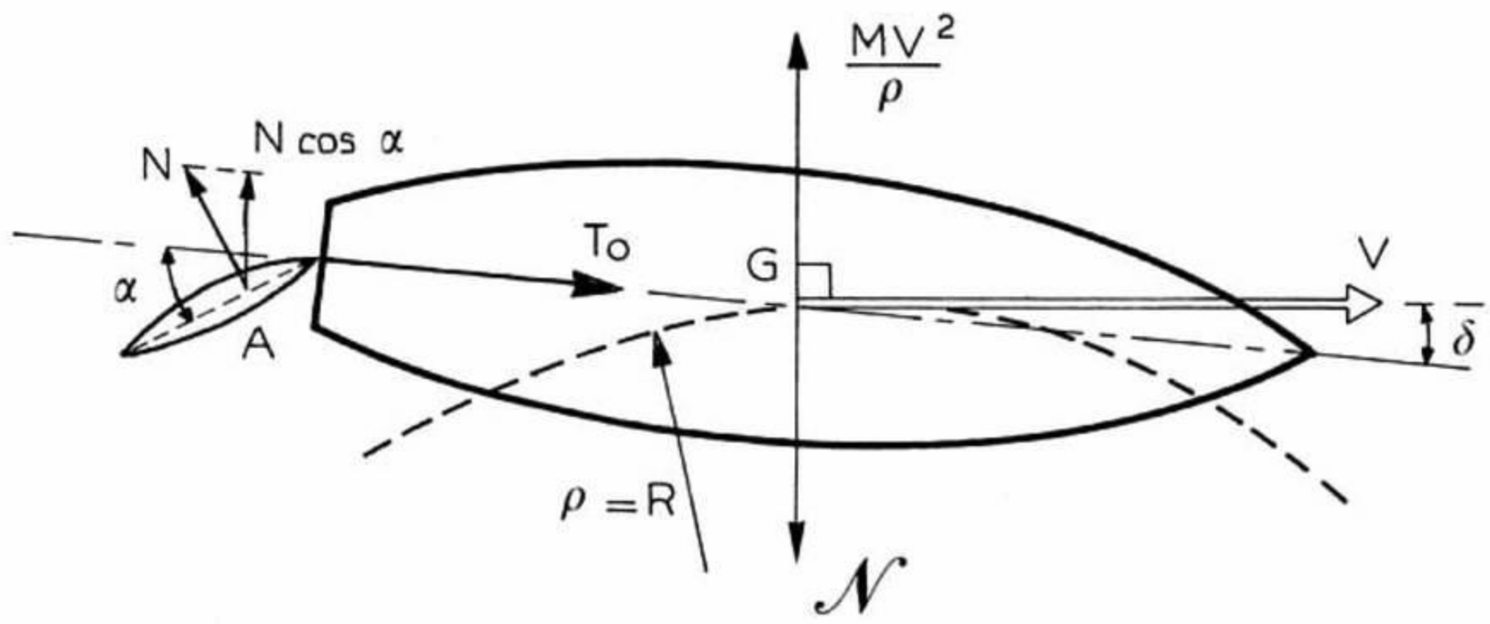


FIG. 52

Cet angle δ a le caractère d'un angle de dérive (cf. paragraphe 3.2.1.) qui provoque l'apparition d'une composante $\mathcal{N}$, normale à la vitesse V du centre de gravité, de la résultante en G des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur la carène (cf. paragraphe 2.1.2.2.).

Cette composante $\mathcal{N}$ a pour effet d'incurver la trajectoire du centre de gravité G. Il en résulte l'apparition d'une force centrifuge appliquée en G qui s'oppose à $\mathcal{N}$ et dont la valeur est $\frac{M\ V^2}{\rho}$, en appelant M la masse du navire et ρ le rayon de courbure de la trajectoire de G.

Si l'orientation α du safran est maintenue constante, l'angle d'incidence i des particules liquides rencontrant ce safran passe de la valeur $i = \alpha$ à, approximativement, $i = \alpha - \delta$ au cours du mouvement de giration.

Si, par ailleurs, la poussée de l'hélice garde la valeur constante T_0, un équilibre s'établit assez rapidement. La vitesse V et l'angle de dérive δ se stabilisent et le rayon de courbure ρ de la trajectoire de G prend une valeur également constante, $\rho = R$, qui est *le rayon de giration permanente* du navire dans les conditions considérées. Le centre de gravité G décrit alors une trajectoire circulaire.

3.3.3.2. Sauf cas particuliers exceptionnels, on ne cherche pas à imposer au navire une telle trajectoire circulaire mais, simplement, un changement de cap. L'orientation α du safran est alors ramenée à 0 en temps utile, c'est-à-dire, compte tenu du délai nécessaire pour manœuvrer le safran et de l'inertie d'ensemble du phénomène, un peu avant que le nouveau cap ordonné ne soit atteint. Seule l'expérience permet de fixer le moment à partir duquel il convient de provoquer le retour du safran dans l'axe du navire.

L'utilisation de la barre est également nécessaire, en général, pour faire route à cap constant. En effet lorsque le navire est en route rectiligne à vitesse uniforme et barre à zéro, il peut subir des perturbations extérieures passagères

dues, essentiellement, aux irrégularités de la mer. En termes de mécanique, le navire est dit en route stable s'il a tendance à reprendre de lui-même une route rectiligne à vitesse uniforme après disparition de la perturbation extérieure. Il faut remarquer toutefois qu'il n'existe aucune raison physique (hormis l'action éventuelle d'un vent régulier) pour qu'un tel navire en route stable repère de lui même son cap initial et le retrouve après perturbation. Pour faire route à cap moyen constant force est donc d'utiliser la barre, compte tenu des indications du compas. En termes pratiques, la stabilité de route sera d'autant meilleure qu'il sera possible de maintenir le navire à un cap déterminé, dans une situation donnée, avec une fréquence plus faible d'orientation de la barre. Il faut noter qu'on n'utilise alors que de petits angles de barre (en général $\alpha = 5$ à $10°$ seulement).

D'une façon générale les navires longs et fins, comportant un plan de dérive développé à l'arrière ou placés en forte différence de tirant d'eau ($t_{AR} > t_{AV}$) auront une meilleure stabilité de route que les navires gros et courts. En contre partie on verra plus loin que leurs qualités évolutives seront moins bonnes et que leur rayon de giration sera plus élevé.

3.3.4. Trajectoire réelle du centre de gravité. Qualités évolutives

3.3.4.1. A partir de l'instant $t = 0$ où l'on provoque l'orientation du safran du gouvernail il faut un certain temps pour que ce safran prenne l'orientation ordonnée α car les vitesses courantes d'orientation sont de l'ordre de 2 degrés/seconde pour les bâtiments de commerce et de 4 degrés/seconde pour les bâtiments de guerre.

Il faut ensuite un certain délai pour que le nouveau régime d'écoulement s'établisse autour du safran orienté à l'angle α, surtout si ce safran est placé directement contre l'arrière de la carène.

Enfin l'angle δ de dérive en giration ne s'établit que progressivement par suite de l'inertie du navire. Il peut atteindre $10°$ sur un bâtiment de guerre rapide.

Dans ces conditions la phase d'entrée en giration n'est pas négligeable. Elle dure pratiquement jusqu'à ce que le cap ait varié d'environ $90°$. Aussi, bien que la caractéristique essentielle des *qualités évolutives* d'un navire soit le rayon de giration permanente R défini ci-dessus, d'autres caractéristiques sont également à considérer comme indiqué sur la figure 53.

Si le changement de cap a pour but d'éviter un obstacle, on voit également sur la figure en cause que l'arrière du navire décrit un cercle de diamètre supérieur à celui décrit par le centre de gravité.

Enfin si, du centre 0 du cercle de giration permanente, on abaisse la perpendiculaire sur l'axe longitudinal Gx du navire, on constate que la vitesse du pied I de cette perpendiculaire est orientée suivant Gx. I est appelé le *point*

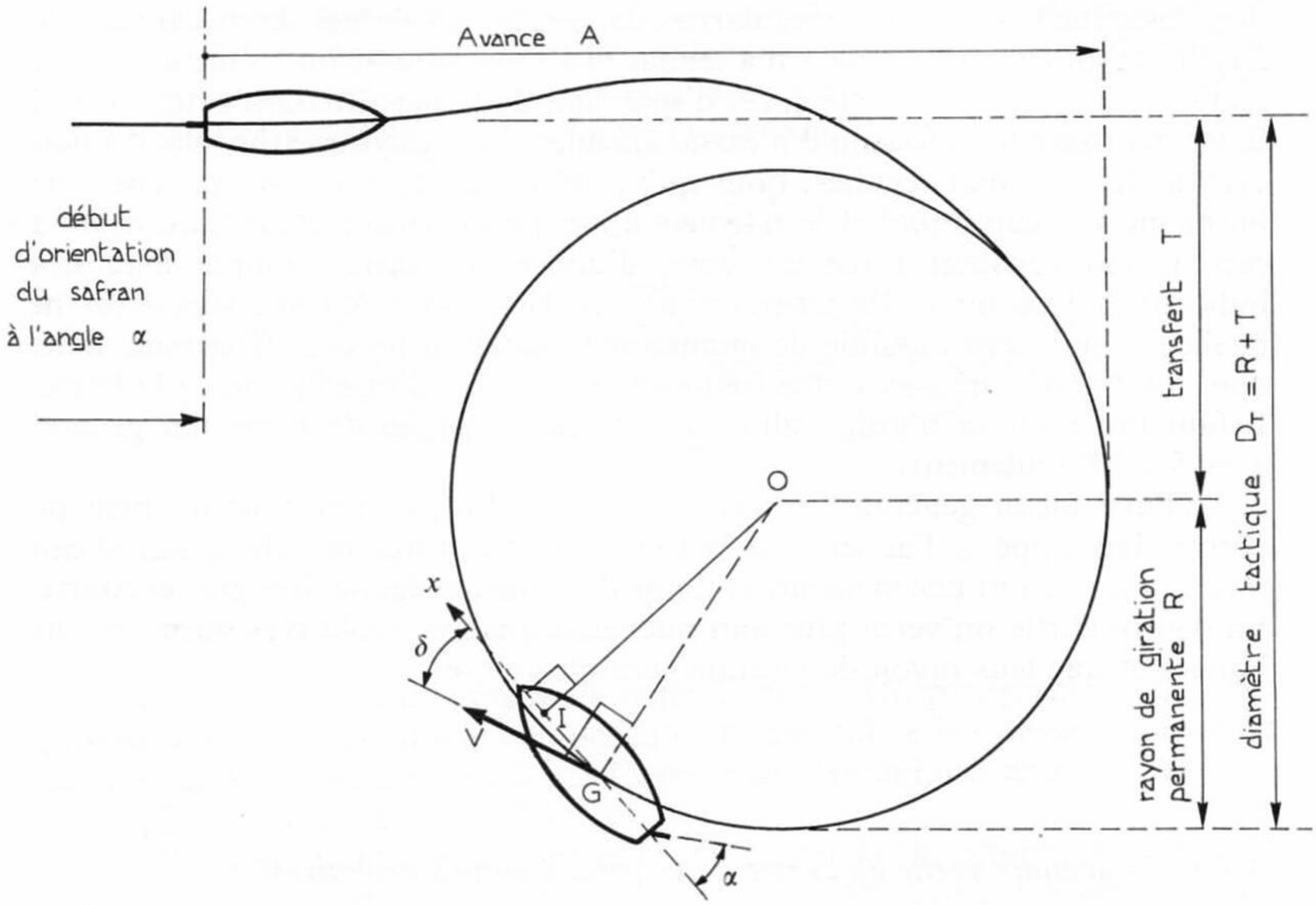


FIG. 53

giratoire. L'observation précise de la route suivie par le navire y est grandement facilitée. Le point giratoire est généralement situé dans le quart avant du navire.

3.3.4.2. Le rayon de giration permanente R diminue quand l'angle de barre α augmente jusqu'à une certaine valeur qui est de l'ordre de 30 à 35° pour les navires courants. Au-delà de cette valeur, qui correspond généralement à la venue sur butée du gouvernail, il y aurait diminution d'efficacité comme on l'a vu au paragraphe 3.3.2.

R diminue également quand le module de stabilité transversale

$$Mg\ (r - a)$$

diminue c'est-à-dire quand, à valeurs données de α et de V, la gîte provoquée par la giration augmente. En effet (cf. paragraphe 3.3.3.) la composante $\mathcal{N}$ des forces hydrodynamiques exercées par l'eau sur la carène est appliquée au centre de dérive D (cf. paragraphe 3.2.1.) tandis que la force centrifuge $\frac{M\ V^2}{R}$ est appliquée au centre de gravité G du navire. Comme G est généralement situé à une certaine hauteur h au dessus de D, le navire prend une gîte θ vers

l'extérieur de la trajectoire en giration (pour G situé au-dessus de D) dont la valeur est telle que :

$$\operatorname{tg}\theta \simeq \frac{M\,V^2}{R} \cdot \frac{h}{Mg\,(r-a)} = \frac{V^2\,.\,h}{gR\,(r-a)}$$

en négligeant la force N agissant sur le safran du gouvernail et l'angle δ de dérive en giration. Cette gite θ peut prendre des valeurs importantes à grande vitesse.

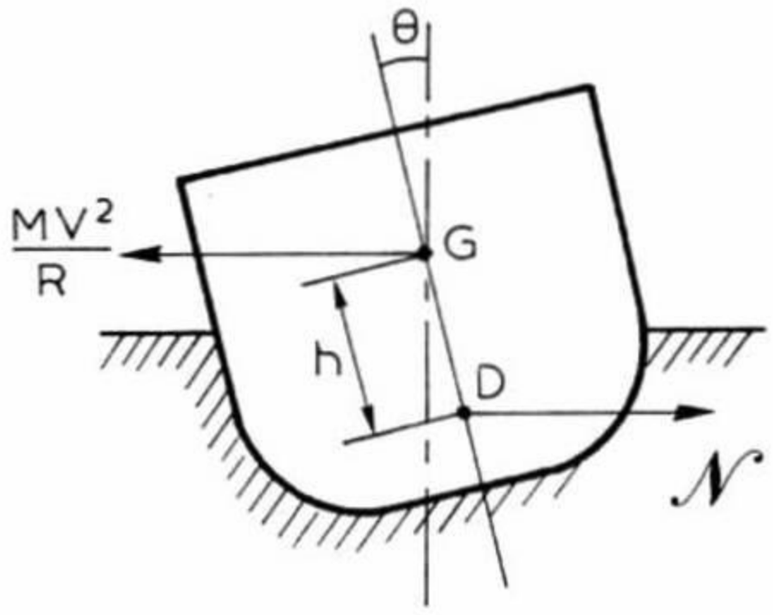


FIG. 54

On s'impose normalement de ne jamais dépasser une gîte de 10°, exceptionnellement 15°, en giration et cette condition, avec d'autres, peut constituer un critère de stabilité important pour les navires très rapides et doués de qualités évolutives élevées.

Le rayon de giration permanente R varie également, mais dans une mesure relativement faible, avec la vitesse de route V. A déplacement donné R est aussi fonction de la surface Σ du plan de dérive du navire (cf. paragraphe 3.2.2.) et de la forme des contours avant et arrière de ce plan de dérive. Normalement, un navire gros et court tourne mieux qu'un navire long et fin.

Enfin R est directement conditionné par les caractéristiques du safran du gouvernail et, en premier lieu, par le rapport $\frac{S}{\Sigma}$ de la surface S de ce safran à la surface Σ du plan de dérive. La valeur $\frac{S}{\Sigma}$ varie de 1 à 2 % (navire de commerce) jusqu'à 4 ou 5 % (navires de guerre rapides, remorqueurs) et même 6 à 7 % (pour certaines embarcations).

Pour une valeur donnée de $\frac{S}{\Sigma}$ un safran placé immédiatement derrière l'hélice (cas général des navires à une seule ligne d'arbres) sera plus efficace qu'un safran axial sur un navire à deux lignes d'arbres latérales en raison de l'accroissement de la vitesse d'arrivée d'eau au safran qui est dû à l'action de l'hélice. Pour la même raison, le safran du gouvernail placé à l'arrière de la carène est plus efficace en marche avant qu'en marche arrière pour la même vitesse du navire en valeur absolue.

En définitive on caractérise souvent les qualités évolutives d'un navire par la valeur du rapport $\frac{R}{L}$ du rayon de giration permanente de ce navire dans des conditions déterminées (déplacement, assiette, angle de barre, vitesse) à sa longueur de flottaison.

A l'angle de barre maximum, $\frac{R}{L}$ varie approximativement entre 1,5 et 3 selon les types de navire. Ces valeurs ne sont valables, cependant, qu'en eau suffisamment profonde. Si la profondeur du plan d'eau n'est pas nettement supérieure au tirant d'eau du navire, on enregistre un accroissement sensible du rayon de giration pour un angle de barre et une vitesse donnés.

3.3.5. Dispositions usuelles concernant le gouvernail

Le *safran* qui est, comme on l'a vu, la partie active du gouvernail, se présente comme une sorte de plan mince vertical, orientable autour d'un axe vertical, appelé *mèche* du gouvernail, qui sort à l'arrière de la coque par un tube de guidage, dit *manchon de jaumière* muni d'un presse-étoupe d'étanchéité.

Le safran peut être suspendu à la coque par l'intermédiaire de sa mèche qui repose alors sur une *butée* disposée au-dessus du manchon de jaumière. Il peut également prendre appui à sa partie inférieure au moyen d'un axe appelé *aiguillot* qui tourillonne dans un *fémelot* porté par le talon d'étambot. Dans une solution intermédiaire, appelée « safran à aileron », l'aiguillot est situé à mi-hauteur du safran et le fémelot est fixé sur une crosse en saillie sur l'étambot. Ces différentes dispositions, qui comportent des variantes, sont représentées sur les schémas de principe donnés par la figure 55.

L'orientation du safran est commandée mécaniquement par un *appareil à gouverner* qui est toujours muni d'une ou de plusieurs manœuvres de secours, la solution de secours ultime étant, généralement, la manœuvre à bras.

La définition de l'appareil à gouverner normal est fonction de la vitesse d'orientation imposée pour le safran et du couple d'orientation à transmettre par la mèche. Bien entendu, les dispositifs de secours ont des performances nettement plus limitées.

Les formules de Joessel indiquées au paragraphe 3.3.2. permettent, précisément, d'estimer le couple d'orientation pour une vitesse de route V du navire et une orientation α du safran, puisqu'elles donnent la valeur N de l'effort hydrodynamique normal au safran et la distance horizontale d du point d'application de N en arrière de l'arête avant du safran.

Si l'axe de la mèche du gouvernail est sensiblement cette arête avant, le couple d'orientation est $\mathscr{C} = N.d$ et le gouvernail est dit *non compensé*.

On peut réduire ce couple d'orientation à $\mathscr{C} = N\,(d - d')$ en plaçant l'axe de la mèche à la distance d' de l'arête avant. Le gouvernail est alors *compensé* et on appelle *rapport de compensation* le rapport de la surface du

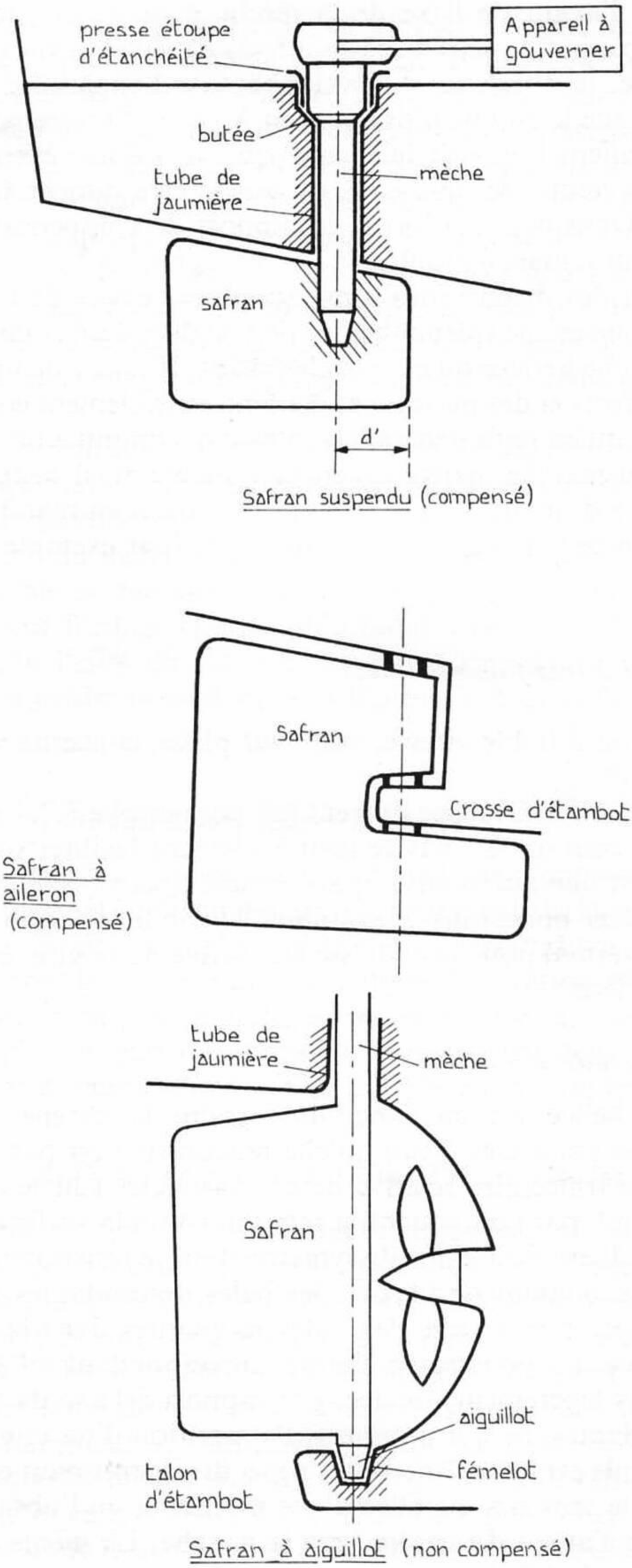

presse étoupe d'étanchéité
Appareil à gouverner
butée
tube de jaumière
mèche
safran
d'
Safran suspendu (compensé)
Safran
Crosse d'étambot
Safran à aileron (compensé)
tube de jaumière
mèche
Safran
aiguillot
talon d'étambot
fémelot
Safran à aiguillot (non compensé)

FIG. 55

safran située sur l'avant de l'axe de la mèche à sa surface totale. Une telle disposition peut permettre de réduire les efforts en jeu et, à vitesse d'orientation du safran donnée, la puissance à développer par l'appareil à gouverner. On impose toutefois que le couple d'orientation $N\ (d\ -\ d')$ reste positif en marche avant quels que soient V et α de telle sorte que, lors d'une éventuelle avarie de barre, le safran revienne de lui-même, ou puisse être ramené facilement, dans l'axe du navire. Dans ces conditions, le rapport de compensation ne dépasse donc pratiquement jamais 0,2 à 0,3 (cf. paragraphe 3.3.2.).

Compte tenu des dispositions ainsi adoptées en vue de la marche avant on aboutit, pour une même valeur absolue de V et de α, à un couple d'orientation plus élevé en marche arrière qu'en marche avant. Il est évidemment nécessaire d'aboutir à des efforts et des puissances maxima sensiblement équivalentes dans les deux cas. Bien qu'en règle générale la vitesse maximum à prendre en compte soit plus faible en marche arrière qu'en marche avant, il peut être nécessaire de limiter l'angle α d'orientation maximum du safran en marche arrière à une valeur inférieure à celle retenue en marche avant (par exemple 25°).

3.3.6. La giration à très faible vitesse

3.3.6.1. La giration à faible vitesse, voire sur place, concerne spécialement les manœuvres de port.

On a déjà signalé l'influence du vent (cf. paragraphe 3.2.4.) à laquelle peut s'ajouter celle du courant. Le navire peut également faciliter son évolution sur place en mouillant une ancre ou en passant une amarre à quai, mais, dans ce qui suit, nous nous bornerons à examiner le mode d'action particulier des hélices et du gouvernail pour une vitesse très faible du navire, en marche avant ou en marche arrière.

3.3.6.2. L'effet de pas de l'hélice

Lorsqu'une hélice est en fonction derrière la carène d'un navire la vitesse relative des particules d'eau qu'elle rencontre n'est pas rigoureusement horizontale car la trajectoire relative de ces particules suit le contour général de la carène et tend, par conséquent, à remonter vers la surface dans la région arrière du navire. Il en résulte une dissymétrie dans le fonctionnement des pales montantes et descendantes de l'hélice, les pales descendantes travaillant avec une incidence supérieure à celle des pales montantes dans le mouvement de rotation de l'hélice. La poussée résultante, correspondant à l'action de toutes les pales, est alors légèrement décalée, par rapport à l'axe de l'hélice, du côté des pales descendantes, ce qui provoque l'apparition d'un couple de giration. Le sens de ce couple est tel qu'une hélice pas à droite tournant en marche avant c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre si on l'observe de l'arrière, tend à faire venir l'avant du navire vers la gauche. La même hélice tournant en marche arrière, c'est-à-dire en sens inverse, ferait au contraire venir l'avant vers la droite.

A ce premier phénomène peut s'en ajouter un second, qui agit dans le même sens que le premier comme on le vérifie aisément : si l'hélice est peu immergée relativement à son diamètre, les pales en position haute travaillent dans un fluide moins dense que les pales en position basse par suite d'un effet général de ventilation qui engendre une émulsion d'air au voisinage de la surface. Il en résulte que la composante tangentielle de l'effort exercé par le fluide en un point d'une pale, qui est dirigée à l'opposé de la vitesse tangentielle de ce point, est plus faible sur la pale en position haute que sur la pale en position basse, ce qui crée également un couple de giration dans le sens indiqué plus haut. A la limite, ce second phénomène devient encore plus évident lorsque l'hélice n'est que partiellement immergée comme c'est fréquemment le cas pour un cargo lège.

En définitive, tout se passe donc, pour le couple de giration décrit ci-dessus, comme si l'hélice était remplacée par une roue fictive portant sur le fond et provoquant, par sa rotation dans le même sens que l'hélice, un déplacement latéral de l'arrière du navire par rapport à son avant : c'est *l'effet de pas,* qui est surtout sensible en marche avant à faible vitesse ou en marche arrière et qui est utilisé pour faciliter la giration à faible vitesse.

Bien entendu l'effet de pas n'est apparent que si une seule hélice est en fonction ou si, le navire possédant deux lignes d'arbres, celles-ci tournent dans le même sens.

3.3.6.3. Effet d'excentrement des hélices latérales

Sur un navire à deux lignes d'arbres dont l'une d'entre elles seulement est en marche, il apparaît évidemment un excentrement de la poussée de l'hélice en fonction par rapport au plan de symétrie longitudinal du navire et par conséquent un couple de giration. Ce couple de giration est encore accru si l'une des hélices tourne en marche avant et l'autre en marche arrière. Par contre, le couple de giration s'annule lorsque les deux hélices tournent simultanément et à même allure soit en marche avant soit en marche arrière.

3.3.6.4. Addition de l'effet de pas et de l'effet d'excentrement des hélices

On voit facilement, à l'aide de la figure 56, que sur un navire à deux lignes d'arbres, si l'hélice babord est « pas à gauche » et l'hélice tribord « pas à droite », on peut, en manœuvre à faible vitesse, obtenir le couple de giration maximum en mettant une ligne d'arbres en avant et l'autre en arrière puisque l'effet de pas et l'effet d'excentrement des hélices cumulent alors leurs effets. De telles hélices sont dites « supradivergentes » en marche avant et cette disposition est habituelle sur les navires munis de deux hélices à pales fixes. Par contre, lorsque les hélices sont à pales orientables, le renversement du sens de marche s'obtient en modifiant l'orientation des pales et en laissant les lignes d'arbres tourner dans le même sens. L'expérience montre alors que se sont les hélices « supraconvergentes » qui procurent le meilleur couple de giration à faible vitesse.

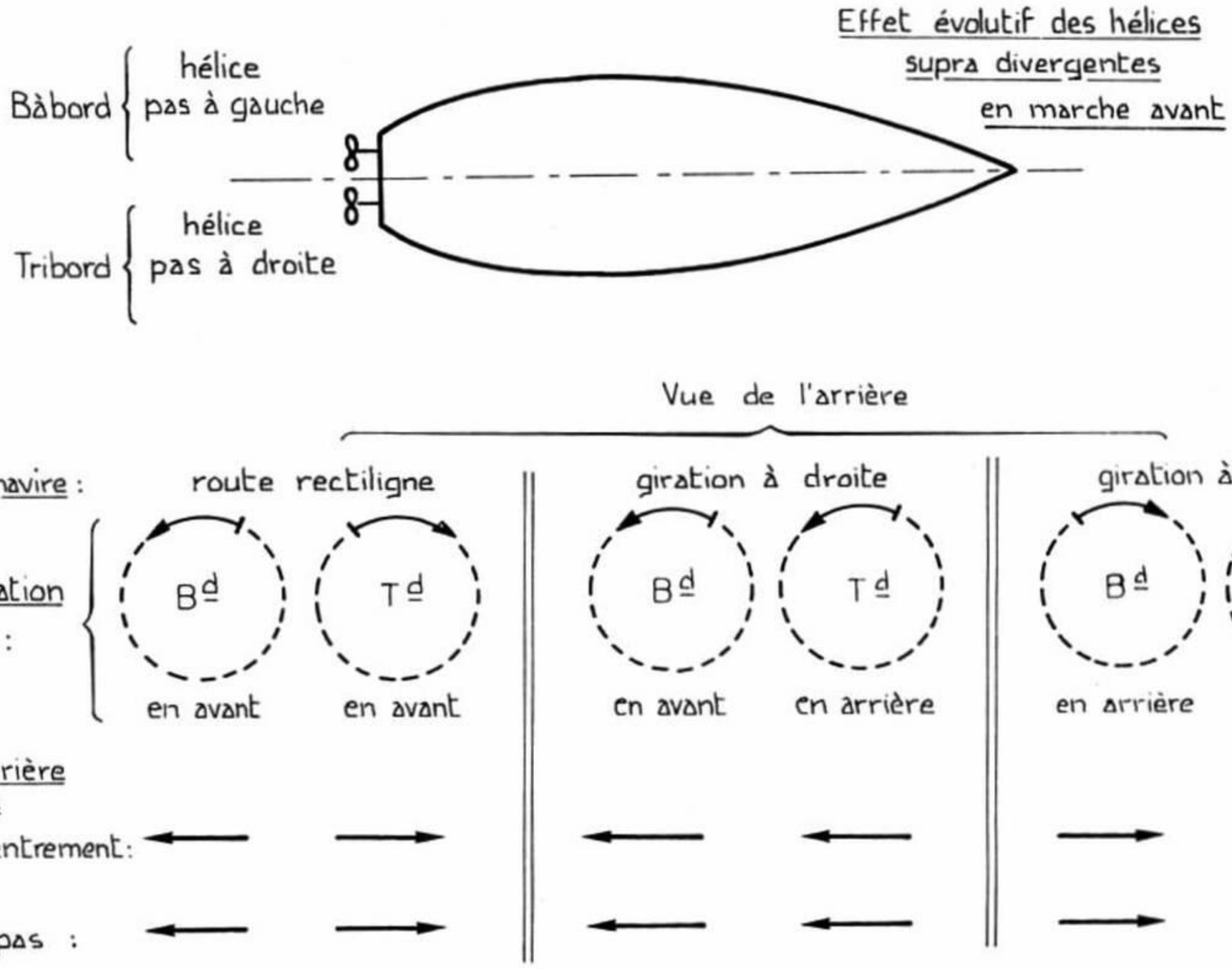


FIG. 56

3.3.6.5. Action du gouvernail à faible vitesse

On a vu que la force exercée par l'eau perpendiculairement au safran était fonction de la vitesse relative des particules d'eau et de leur incidence par rapport à ce safran.

Quand le navire est stoppé, ou n'a que très peu d'erre, la valeur de cette force est, en fait, fonction de la position du safran par rapport à l'hélice : s'il s'agit d'un navire à deux hélices latérales et à safran axial, l'action du gouvernail est toujours nulle lorsque le navire est sans erre.

Par contre, lorsque le safran est placé immédiatement derrière l'hélice, ce qui est normalement réalisé sur un navire à une ligne d'arbres centrale, le gouvernail devient efficace dès que l'hélice tourne en marche avant, la vitesse relative de l'eau autour du safran devenant importante avant même que la navire ait pris de l'erre en avant. Mais, si l'hélice tourne en marche arrière, elle s'alimente en eau dans un angle très ouvert sur l'arrière et la rejette sur l'avant, à l'opposé du safran, dont l'action est donc pratiquement nulle tant que le navire n'a pas pris d'erre en arrière.

En tout état de cause, même avec de l'erre, un safran placé à l'arrière reste moins efficace en marche arrière qu'en marche avant.

3.3.6.6. La giration sur place à l'aide du gouvernail et de l'hélice

En l'absence de vent et de courant, les navires très manœuvrants à une seule hélice, tels que les remorqueurs et les embarcations, peuvent modifier leur

cap de 180° pratiquement sur place par de courts fonctionnements successifs en marche avant et en marche arrière après avoir orienté le safran du gouvernail à l'angle maximum du bord préférentiel, c'est-à-dire du bord qui correspond au sens de giration dû à l'effet de pas de l'hélice en marche arrière.

Avec une hélice « pas à droite », par exemple, la barre sera mise « toute à droite ». Un fonctionnement des machines à une allure suffisante en marche avant, mais de courte durée, provoquera l'apparition d'une force transversale importante sur le safran qui fera venir l'avant sur la droite sans donner une erre en avant appréciable en raison de l'inertie du navire. C'est ce qu'on appelle « un coup de fouet ». Ensuite, un court fonctionnement en marche arrière n'aura aucun effet sensible sur l'erre du navire, ni, comme on l'a vu, sur le gouvernail mais accentuera l'abattée de l'avant sur la droite en raison de « l'effet de pas de l'hélice » et ainsi de suite, l'effet prédominant étant l'action du gouvernail en marche avant et l'effet de pas en marche arrière.

Si le navire est peu manœuvrant, il pourra être nécessaire de lui laisser prendre un peu d'erre en avant puis en arrière en inversant l'angle de barre au moment opportun.

Avec une hélice « pas à gauche », ce qui est souvent le cas pour les embarcations, on opèrera de la même manière mais en mettant cette fois la barre « toute à gauche » et en faisant venir l'avant vers la gauche.

3.3.7. Dispositifs spéciaux facilitant les évolutions

3.3.7.1. Pour faciliter la giration à faible vitesse on peut installer *un gouvernail actif* (type Pleuger par exemple) comportant une hélice auxiliaire solidaire du safran et dont l'axe de rotation (et par conséquent la poussée) est horizontal et parallèle à ce safran. Un tel gouvernail est donc efficace avec ou sans erre. Pour obtenir la meilleure efficacité sans erre il faut pouvoir, dans cette situation, orienter le gouvernail à un angle α supérieur à la valeur maximum habituelle de 35° et voisin, si possible, de 90°.

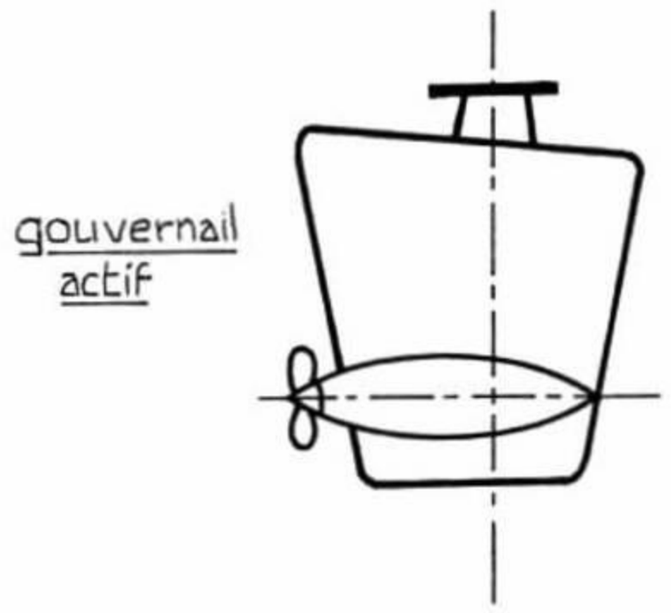


FIG. 57

3.3.7.2. Sur les navires qui évoluent beaucoup en marche arrière, tels, par exemple, que les navires transbordeurs (ou « car-ferries ») on installe parfois

un *gouvernail d'étrave* comportant un safran disposé à l'avant du navire. On a déjà indiqué qu'un tel safran est alors plus efficace avec de l'erre en arrière que le safran normal disposé à l'arrière de la carène.

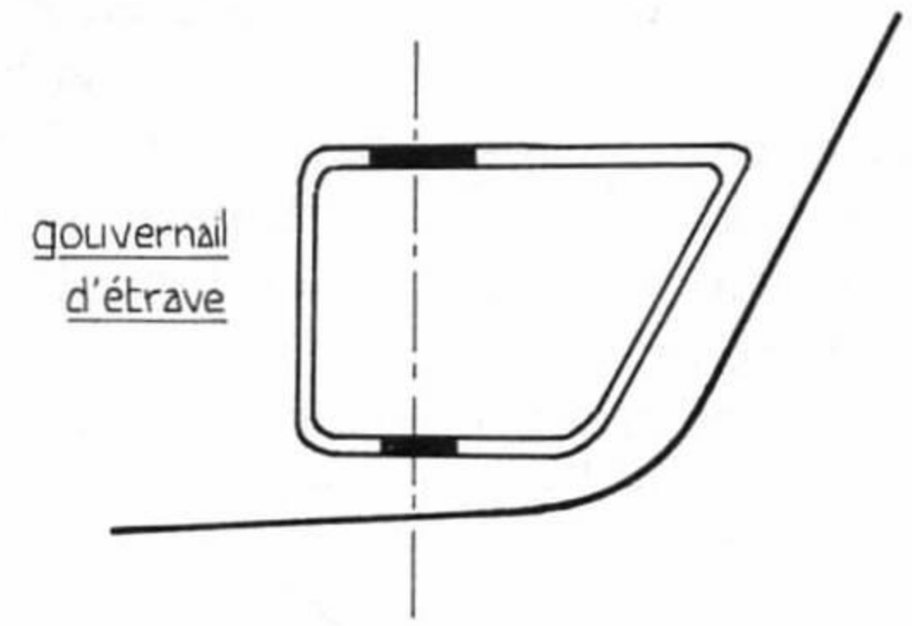


FIG. 58

3.3.7.3. On peut également utiliser une hélice à axe de rotation toujours horizontal mais orienté perpendiculairement au plan de symétrie longitudinal du navire. Un tel *propulseur transversal* peut être placé à l'avant du navire (propulseur d'étrave) ou, encore, à l'arrière. Il est généralement plus efficace que le gouvernail d'étrave et facilite, de plus, les évolutions sans erre, les accostages en particulier. Par contre, les orifices latéraux ainsi créés dans la carène augmentent un peu sa résistance d'appendices (cf. paragraphe 2.3.6.).

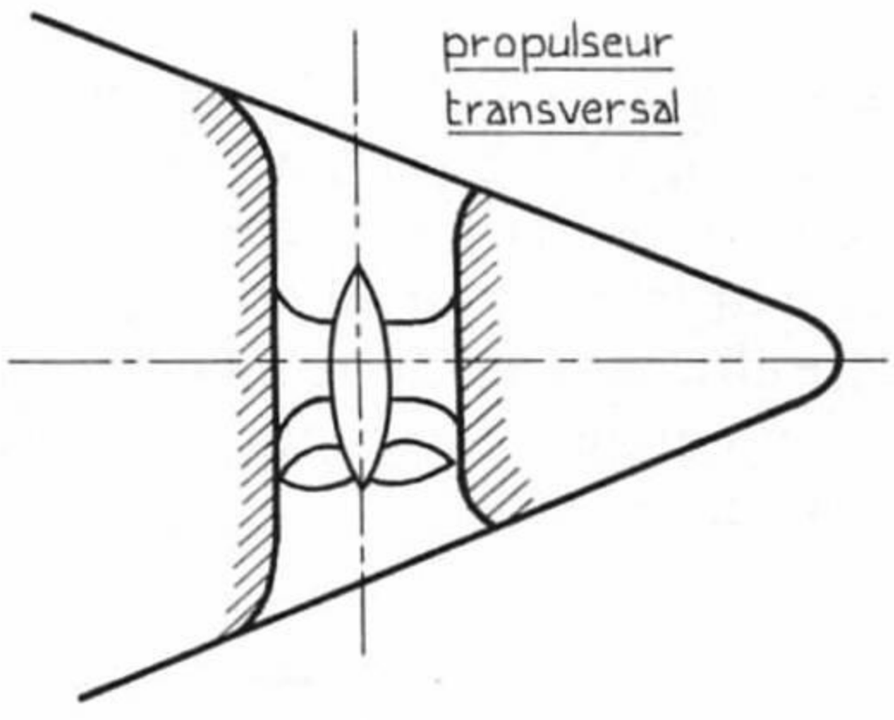
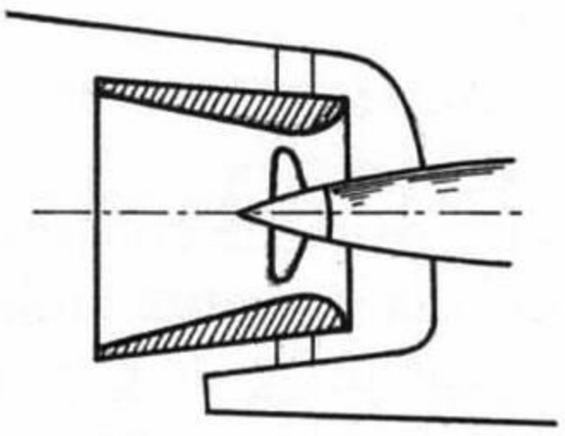


FIG. 59

3.3.7.4. Enfin on a déjà indiqué (cf. paragraphe 2.1.3.1.) l'existence de dispositifs particuliers d'autopropulsion utilisables également pour faciliter les évolutions du navire.

Il s'agit d'abord d'une tuyère (du type Kort par exemple), à axe horizontal, disposée autour de l'hélice propulsive. Une telle tuyère peut être fixe. Elle a alors pour objet d'améliorer les conditions de fonctionnement de cette hélice et, dans une certaine mesure, sa protection mécanique, et le navire utilise alors un gouvernail à safran classique situé à l'arrière de l'ensemble hélice plus tuyère. Mais la tuyère peut également être montée sur une mèche d'orientation à axe vertical. Il s'agit, cette fois, d'une *tuyère orientable* susceptible de dévier le

courant d'eau rejeté par l'hélice, et de jouer, de cette manière, le rôle de gouvernail. De telles tuyères, fixes ou orientables, sont montées parfois sur des remorqueurs ou des navires de pêche.



Tuyère orientable

FIG. 60

Une disposition encore plus radicale consiste à placer autour de l'hélice des *déflecteurs mobiles* (du type Kitchen par exemple) permettant d'orienter et même d'inverser le flux d'eau rejeté par l'hélice.

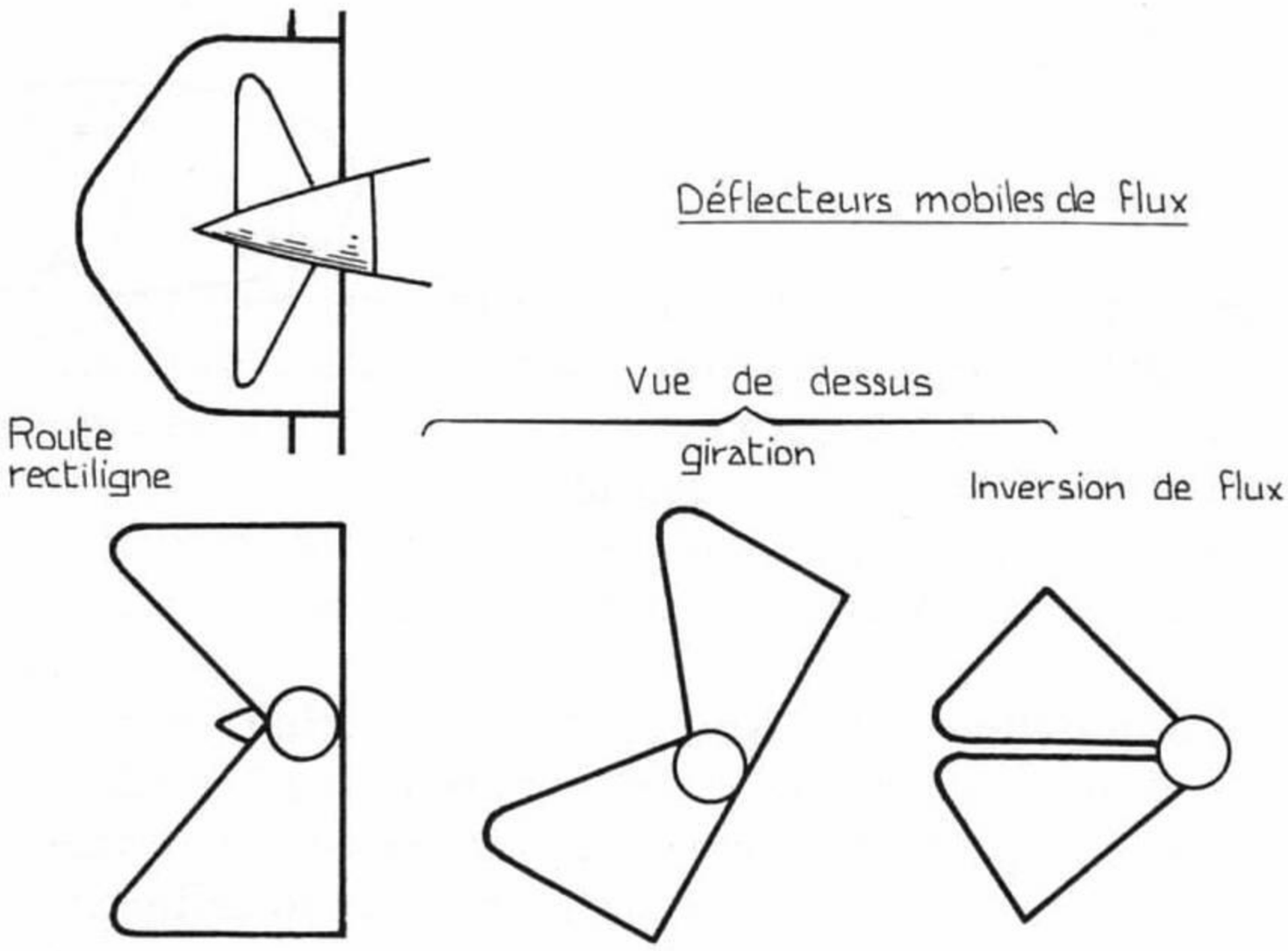


FIG. 61

Notons que le système de déflecteur mobile de flux peut être utilisé également pour la propulsion par jet d'eau ou « hydrojet ».

Le second dispositif d'autopropulsion susceptible de permettre également les évolutions du navire est le *propulseur cycloïdal* (type *Voith - Schneider*) que l'on peut considérer d'une certaine façon, comme un ensemble de godilles mécaniques. Il s'agit, comme on l'a déjà indiqué, d'un disque à axe de rotation vertical et qui est muni de pales à axes de rotation également verticaux et dont l'orientation est conjuguée avec la rotation d'ensemble du disque de telle sorte

que la poussée résultante puisse être orientée suivant une direction horizontale quelconque, choisie à volonté depuis la passerelle.

On conçoit qu'un tel propulseur, capable d'une puissance pouvant atteindre jusqu'à quelques milliers de chevaux et installé, par exemple, en deux exemplaires, l'un à l'avant et l'autre à l'arrière, puisse conférer à un navire des qualités évolutives exceptionnelles, en contre partie d'une complication plus grande de l'installation.

Les propulseurs cycloïdaux peuvent constituer, soit le seul dispositif de propulsion sur des navires spéciaux de petite taille, soit un dispositif d'appoint utilisé lors des manœuvres sur une unité de plus grandes dimensions.

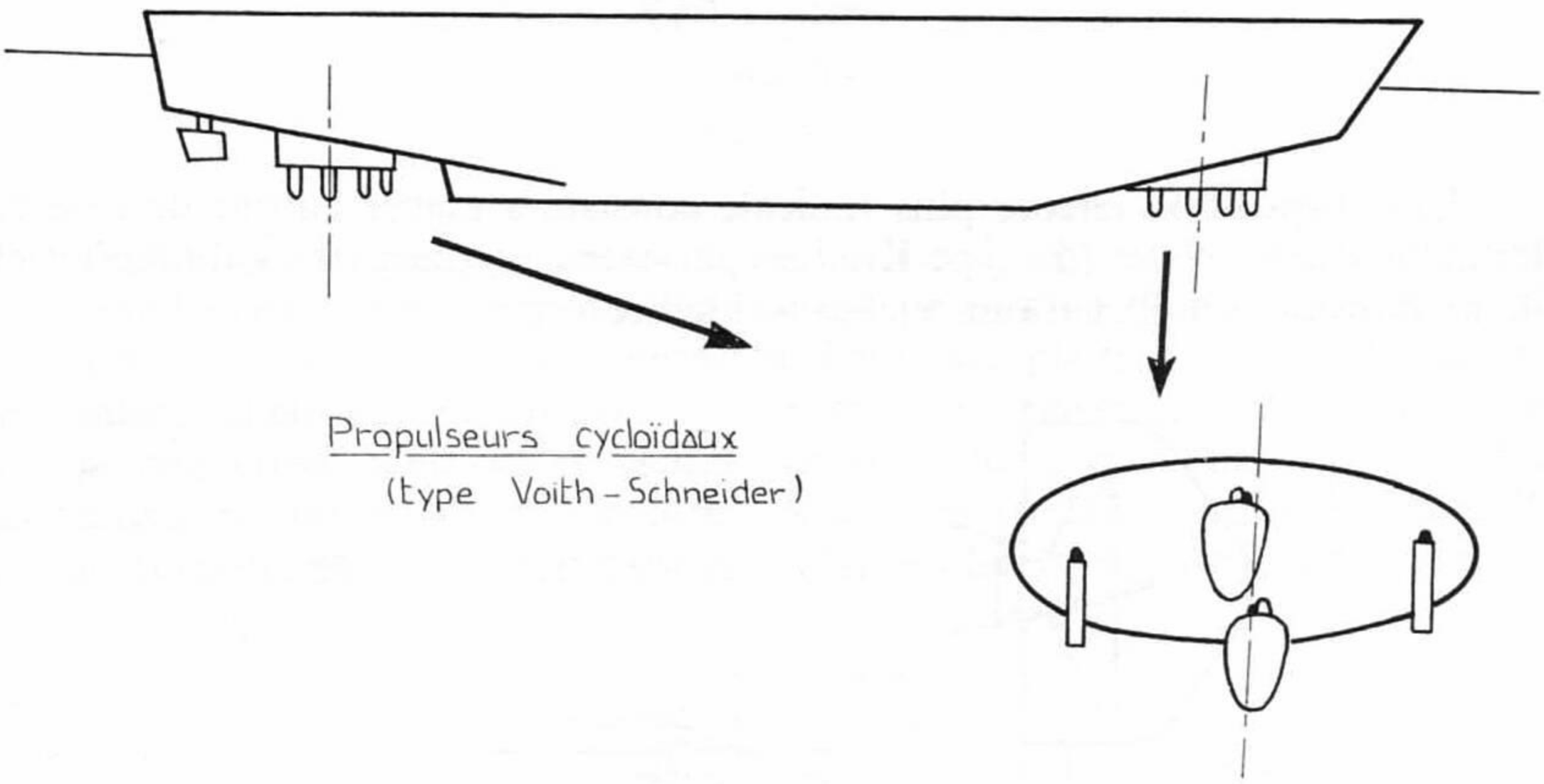


FIG. 62

4e partie

ROULIS, TANGAGE ET PILONNEMENT

4.0. GÉNÉRALITÉS

De tous les mouvements élémentaires qui constituent le mouvement de plate-forme du navire, c'est-à-dire son mouvement d'oscillation autour de sa position moyenne lorsqu'il est stoppé ou en route libre à vitesse uniforme, le roulis et le tangage sont les plus caractéristiques mais, également, les plus importants, aussi bien par leurs conséquences pratiques que par l'intérêt de leur étude théorique en vue de l'étude plus générale du comportement du navire sur la mer réelle.

Nous étudierons d'abord le *roulis pur* qui est l'oscillation du navire autour d'un axe longitudinal Gx d'origine le centre de gravité G du navire, situé dans le plan de symétrie zGx de ce navire, supposé horizontal et de direction fixe dans l'espace et, enfin, orienté vers l'avant.

Après avoir examiné le cas idéal du roulis dit « en eau calme » — cas exceptionnel mais d'importance théorique considérable — puis rappelé les propriétés de la houle régulière, nous étudierons les mouvements du navire placé sur une houle « de travers » c'est-à-dire dont les génératrices des ondulations sont parallèles à l'axe d'oscillation Gx. Nous examinerons enfin, sommairement, les principaux dispositifs destinés à réduire l'importance du roulis.

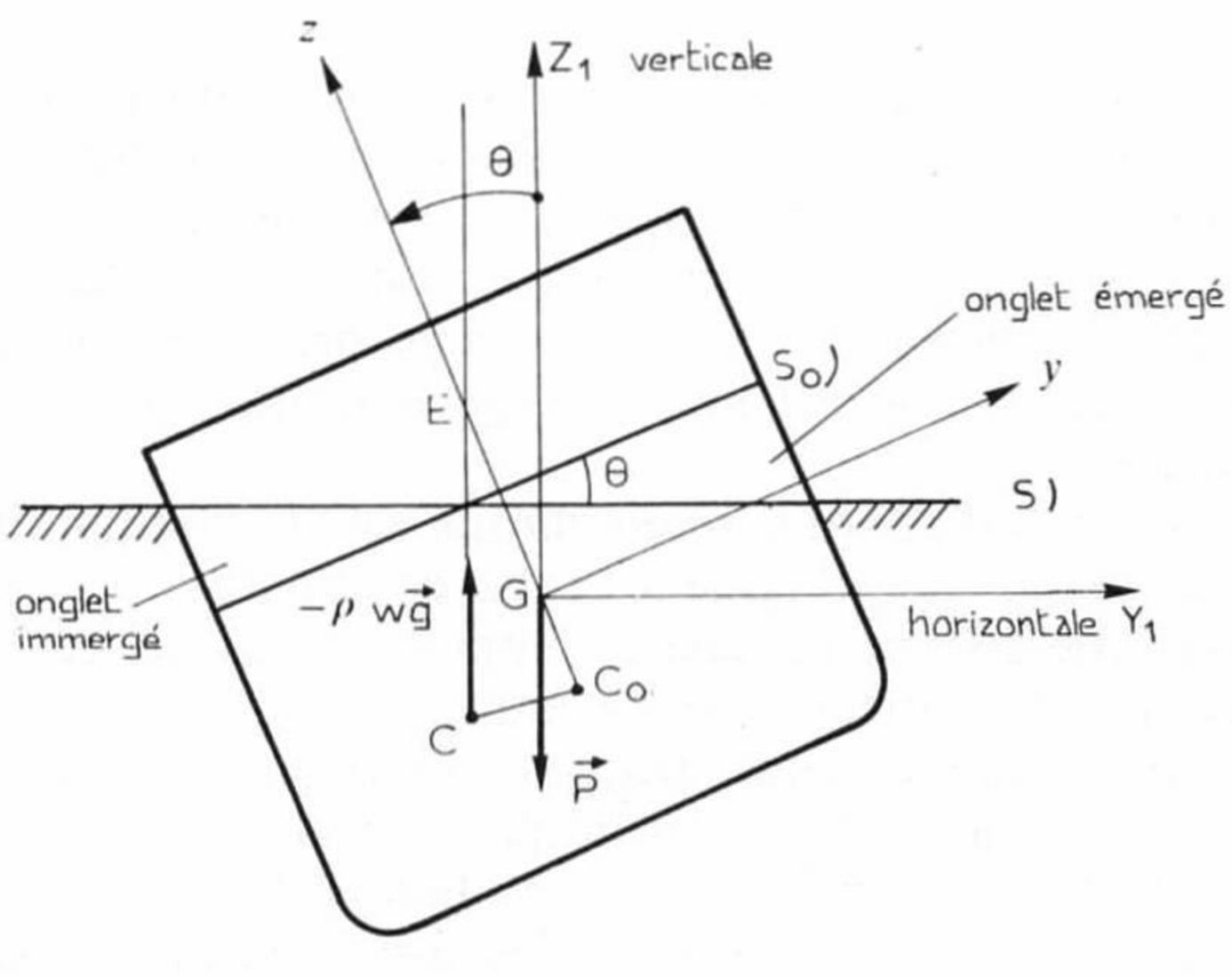
L'étude du *tangage* sera abordée de la même façon, l'axe d'oscillation étant cette fois l'axe transversal Gy perpendiculaire au plan de symétrie zGx du navire et la houle étant supposée venir de l'avant ou de l'arrière de telle sorte que les génératrices des ondulations soient parallèles à Gy. Nous aurons alors à tenir compte de la vitesse de route du navire et nous constaterons que, si

l'équation du mouvement est bien du même type que celle du roulis, elle conduit cependant à des conclusions différentes en raison de la valeur des paramètres qui régissent le tangage. L'existence d'une vitesse de route parallèle à la vitesse de propagation de la houle nous amènera alors à examiner sommairement l'oscillation verticale du centre de gravité, qui constitue le *pilonnement*.

4.1. LE ROULIS DIT « EN EAU CALME »

4.1.1. Hypothèses

4.1.1.1. On suppose le navire stoppé en équilibre initial en situation droite et en eau calme. On lui applique un couple inclinant M qui le place dans une nouvelle position d'équilibre après une inclinaison d'un angle θ_0 autour de l'axe longitudinal Gx défini précédemment. Si on supprime brusquement le couple M on constate que le navire exécute, sensiblement autour de l'axe Gx, une série d'oscillations amorties de part et d'autre de la position d'équilibre initiale. Un tel mouvement est appelé *roulis en eau calme*.



L'axe Gx confondu avec GX_1 est perpendiculaire au plan de figure qui est le plan yGz confondu avec le plan Y_1GZ_1 par hypothèse.

FIG. 63

G est le centre de gravité du navire et zGx son plan de symétrie longitudinal, avec, en situation droite, Gz vertical et Gx horizontal. Nous supposerons dans

tout ce qui suit que le plan transversal $y\ G\ z$, avec Gy horizontal en situation droite, est également plan de symétrie de la carène (1) (2).

Nous admettrons de plus que, lors du roulis en eau calme, l'axe Gx reste horizontal et confondu avec l'axe GX_1 d'orientation fixe (2).

Dans la situation initiale, correspondant à la flottaison droite S_0), le poids du navire est $\vec{P}$ appliqué en G et la poussée d'Archimède — $\rho\ W\vec{g}$ appliquée au centre de carène C_0, si ρ est la masse spécifique de l'eau, W le volume de la carène et $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur. L'équilibre initial est défini par la relation $\vec{P} - \rho W\vec{g} = 0$ et C_0 est alors sur Gz, confondu avec la verticale GZ_1 par hypothèse.

Quand le navire s'incline de l'angle θ autour de Gx, la nouvelle flottaison S) délimite une carène dont nous admettons que le volume W n'a pas changé, parce que le poids $\vec{P}$ du navire est constant, et dont le centre de carène C reste situé dans le plan $y\ G\ z$ par raison de symétrie. Si nous appelons E le point métacentrique, c'est-à-dire l'intersection avec Gz de la nouvelle ligne d'action de la poussée $-\ \rho\ W\vec{g}$ appliquée en C, nous voyons que l'inclinaison θ fait apparaître un *couple de redressement*, donc de signe opposé à θ, qui est parallèle à la direction Gx puisque le poids $\vec{P}$ reste appliqué en G et tel que $\vec{P} - \rho\ W\vec{g} = 0$.

Ce couple de redressement a pour valeur algébrique :

$$-\ P.GE.\ \sin\theta$$

en appelant P la valeur numérique, ou module, du poids $\vec{P}$ et GE la valeur algébrique du segment orienté $\overrightarrow{GE}$ sur l'axe Gz (Cf. fig. 63).

4.1.1.2. Avant de passer à l'étude de la loi du mouvement d'oscillation autour de Gx il est utile d'examiner les conséquences sur le mouvement de G de l'hypothèse faite ci-dessus suivant laquelle W reste constant durant ces oscillations.

Si $\vec{P} - \rho\ W\vec{g} = 0$ la résultante des forces appliquées au navire est nulle et le centre de gravité G reste donc immobile.

Mais, les inclinaisons étant isocarènes, nous savons, par la statique du navire, que toutes les flottaisons S) admettent pour enveloppe la courbe (F) dont le centre de courbure relatif à la flottaison droite S_0) est le métacentre différentiel m' (3) du navire en situation droite. C'est donc que, pour de petits angles d'inclinaison, le navire oscille autour d'un axe passant par m' qui, bien que généralement voisin de G, en est cependant distinct.

On aboutit donc à une contradiction.

---

(1) Lorsqu'elle existe réellement, une telle carène est alors appelée carène amphidrome.
(2) Cf. paragraphe 1.8.4.
(3) Relatif à l'axe d'inclinaison Gx.

En réalité rien ne permet d'affirmer actuellement que les oscillations restent rigoureusement isocarènes. D'autre part, l'eau calme en situation initiale ne reste pas calme durant les oscillations du navire. Le problème réel est donc plus complexe et, en toute rigueur, il devrait être abordé comme indiqué, notamment, aux chapitres 1.4, 1.7 et 1.8 et au paragraphe 1.3.3.5.

En pratique, cependant, lorsque l'eau est calme en situation initiale, les mouvements de G sont suffisamment faibles pour que nous puissions les négliger. Nous pouvons également considérer les inclinaisons comme isocarènes.

Il importe toutefois de noter que l'équation du mouvement du navire autour de Gx, telle que nous allons l'écrire, résulte du fait que G est centre de gravité du navire et que Gx est supposé rester parallèle à une direction fixe dans l'espace mais que cette équation garde la même forme si G n'est pas immobile (1). Cette remarque est importante pour l'étude ultérieure du roulis sur houle.

4.1.2. Loi du mouvement d'oscillation en milieu calme et non résistant

4.1.2.1. On suppose que le roulis en eau calme n'est freiné ni par la viscosité ni par l'agitation de l'eau entourant la carène. Le mouvement d'oscillation du navire autour de Gx est assimilable alors à celui d'un pendule composé et il obéit à l'équation :

$$A.\theta'' + P.GE \,.\, \sin\theta = 0$$

en appelant (2) A le moment d'inertie du navire par rapport à l'axe Gx et $\theta'' = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ la dérivée seconde par rapport au temps t de l'angle $\theta = f(t)$.

Cette relation $\theta = f(t)$ est précisément la loi du mouvement qu'il s'agit de déterminer.

4.1.2.2. Oscillations de faible amplitude

Lorsque θ reste faible nous pouvons remplacer sin θ par θ et $P.GE$ par le module de stabilité initial du navire $P(r - a)$ (cf. Statique du navire). L'équation du mouvement devient alors

$$A.\theta'' + P(r - a) \,.\, \theta = 0$$

que nous écrivons

$$\theta'' + \omega^2 \,.\, \theta = 0$$

---

(1) Cf. paragraphe 1.1.7.3 et 1.8.4.3.

(2) Cf. chapitre 1.8.

en posant

$$\boxed{\omega^2 = \frac{P\,(r - a)}{A}.}$$

On sait que la solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\theta = k.\cos\,(\omega t + \alpha)$$

Si à l'instant initial, $t = 0$, on a $\theta' = 0$ qui donne $\alpha = 0$, et $\theta = \theta_0$, d'où $k = \theta_0$, la loi du mouvement s'écrit :

$$\boxed{\theta = \theta_0 \cos \omega t}$$

Quelles que soient ces conditions initiales, si θ_0 est faible, disons $\theta_0 \leqslant 10°$, il s'agit d'une oscillation périodique dont la période est :

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{A}{P(r - a)}}}$$

Cette période est indépendante de l'amplitude θ_0 des oscillations.

4.1.2.3. Oscillations d'amplitude importante

On ne peut plus assimiler GE à une constante $(r - a)$ et sin θ à θ.

r étant le rayon de courbure de la courbe (C) en C_0 (cf. Statique du navire et paragraphe 1.1.4 ci-dessus) on a : $GE = r - a + k_2\,\theta^2 + \ldots$

De même, en développant sin θ en série :

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} + \ldots$$

En se limitant aux termes en θ^3, l'équation du mouvement devient :

$$\theta'' + \omega^2\,.\,\theta + K_3\,\theta^3 = 0,$$

K_3 étant une constante et toujours avec $\omega^2 = \dfrac{P\,(r - a)}{A}$.

On montre alors que la période est fonction de l'amplitude θ_0. Toutefois cette période est, en général, peu différente de celle des oscillations de faible amplitude : $T = 2\,\pi \sqrt{\dfrac{A}{P\,(r - a)}}$

4.1.3. Loi du mouvement d'oscillation en milieu calme mais résistant

4.1.3.1. Dans l'équation du mouvement, un couple de freinage s'ajoute au couple de redressement — $P.GE$ sin θ.

On admet que ce couple de freinage est fonction de la vitesse angulaire $\frac{d\theta}{dt} = \theta'$. Il est nécessairement opposé à θ'.

Nous pouvons l'exprimer également par un développement suivant les puissances croissantes de θ' et l'écrire :

$$- B_1 \,.\, \theta' \mp B_2 \, \theta'^2$$

en nous limitant au terme en θ'^2 . B_1 et B_2 seront alors des constantes positives et nous prendrons le signe $-$ devant $B_2 \,.\, \theta'^2$ quand θ' sera positif et inversement.

Pour un navire stoppé l'expérience montre que le terme de freinage, ou d'amortissement, en θ'^2 est prépondérant sur le terme en θ', mais quand le navire est en marche, le terme en θ' prend de l'importance, en même temps d'ailleurs que l'amortissement (cf. notamment paragraphe 4.5.3).

Dans ce qui suit nous nous bornerons donc à considérer le cas le plus simple où le couple de freinage est de la forme $- B_1 \,.\, \theta'$. Cette approximation s'avère suffisante en pratique et n'a pas d'influence sensible sur la période calculée pour le mouvement.

4.1.3.2. Le roulis en eau calme vérifie alors l'équation (1) :

$$A\,\theta'' + B_1 \,.\, \theta' + P.GE \sin\theta = 0$$

que nous pouvons écrire, en nous limitant aux faibles amplitudes :

$$\boxed{\theta'' + 2b\theta' + \omega^2 \,.\, \theta = 0}$$

avec $\omega^2 = \dfrac{P\,(r - a)}{A}$ et $2b = \dfrac{B_1}{A}$

En posant $\theta = C.e^{rt}$, on obtient l'équation caractéristique :

$$r^2 + 2br + \omega^2 = 0$$

pour laquelle, *dans le cas du roulis,* le discriminant $b^2 - \omega^2$ est pratiquement toujours négatif en raison de la faible valeur du coefficient b caractérisant l'amortissement. Elle admet donc deux racines imaginaires :

$$- b \pm i\,K,$$

en posant

$$K^2 = \omega^2 - b^2$$

Dans ces conditions l'équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$\theta'' + 2\,b\,\theta' + \omega^2.\,\theta = 0$$

a pour solution : $\theta = e^{-bt}\,(C_1.\cos Kt + C_2.\sin Kt)$

---

(1) Cf. paragraphe 1.8.5.

Comme

$$\theta' = -be^{-bt}(C_1 . \cos Kt + C_2 \sin Kt) + e^{-bt}(-KC_1 . \sin Kt + KC_2 \cos Kt)$$

les conditions initiales $\theta' = 0$ et $\theta = \theta_0$ pour $t = 0$ donnent :

$$-b.C_1 + K.C_2 = 0, \quad \text{soit } C_2 = \frac{b}{K} . C_1, \quad \text{avec } \theta' = 0$$

$$C_1 = \theta_0 \quad \text{avec } \theta = \theta_0$$

d'où la loi du mouvement

$$\boxed{\theta = \theta_0 . e^{-bt}\left(\cos Kt + \frac{b}{K} \sin Kt\right)}$$

qui donne

$$\theta' = -\theta_0 . e^{-bt}\left(\frac{b^2}{K} + K\right) . \sin Kt$$

après simplification.

4.1.3.3. L'angle d'inclinaison θ passe par un maximum, en valeur absolue, pour $\theta' = 0$, c'est-à-dire $Kt = k\pi$, k étant un nombre entier éventuellement nul. Il s'agit donc d'un *mouvement pseudo-périodique* dont la pseudo-période T' est telle que $KT' = 2\pi$, c'est-à-dire égale à

$$T' = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - b^2}},$$

donc constante. Le mouvement n'est pas, en effet, périodique au sens rigoureux du terme puisque deux angles d'inclinaison maximum successifs d'un même bord sont dans le rapport $\dfrac{\theta m + 1}{\theta m} = e^{-bT'}$ et non pas égaux.

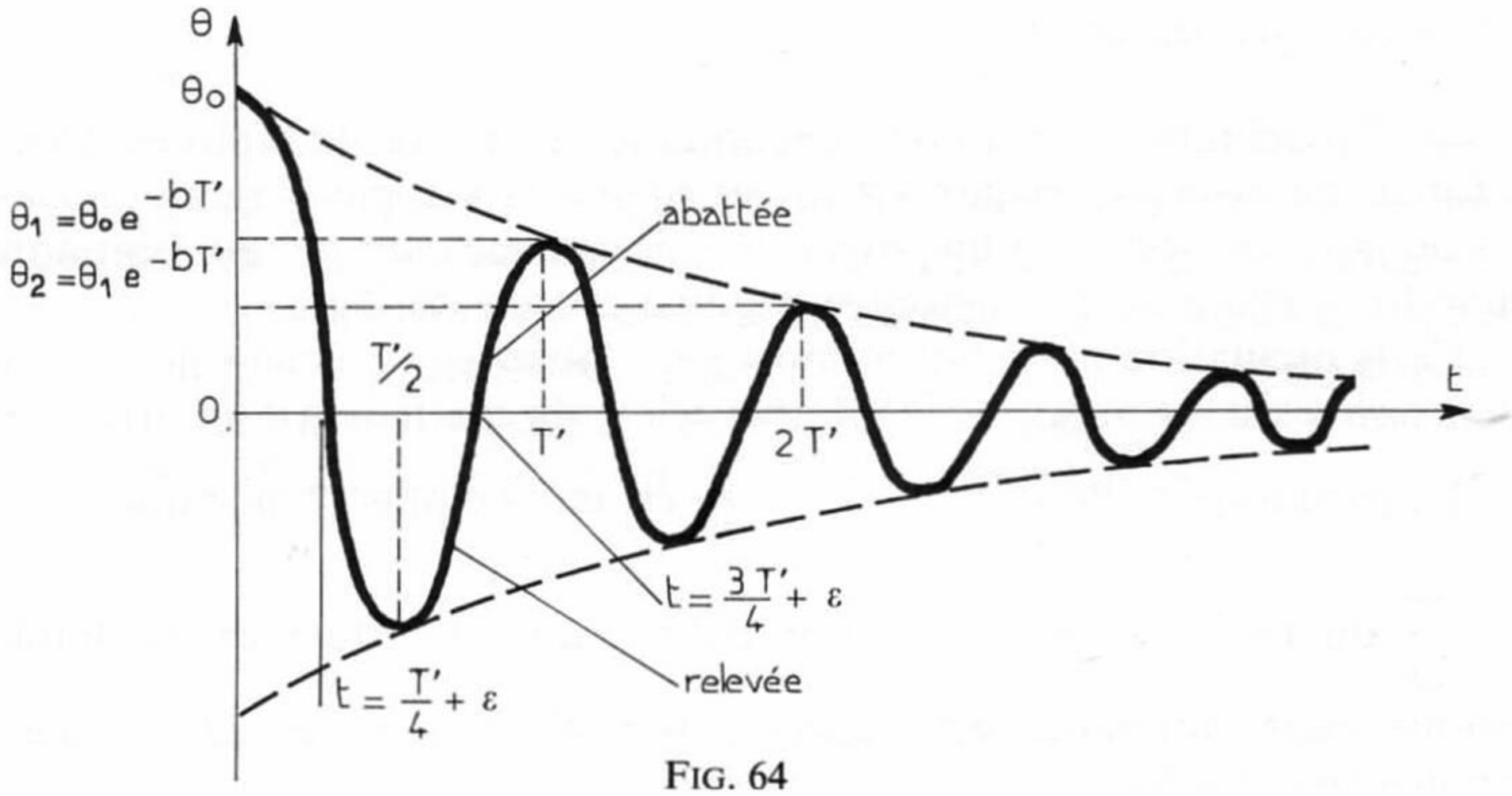


FIG. 64

Le navire est droit pour $\theta = 0$, c'est-à-dire $\cos Kt + \frac{b}{K} \sin Kt = 0$ ou $\text{tg}\, Kt = -\frac{K}{b}$, ce qui correspond à $Kt = (2k + 1)\frac{\pi}{2} + \varepsilon$, avec ε positif mais petit puisque K est grand par rapport à b.

On a donc

$$Kt = k\pi + \frac{\pi}{2} + \varepsilon$$

soit, puisque $T' = \frac{2\pi}{K}$,

$$t = k\frac{T'}{2} + \frac{T'}{4} + \frac{\varepsilon}{K}$$

On voit donc à nouveau apparaître la pseudo-période T'. On constate cependant que les instants pour lesquels $\theta = 0$ ne sont pas situés exactement au milieu de l'intervalle de temps $\left(t_k = k\frac{T'}{2}, t_{k+1} = (k + 1)\frac{T'}{2}\right)$ qui sépare le passage à deux inclinaisons maximum de sens contraires successives mais au-delà de cet instant milieu

$$k\frac{T'}{2} + \frac{T'}{4}$$

de la quantité $\frac{\varepsilon}{K}$. Le navire met donc plus de temps pour passer de l'inclinaison maximum d'un bord ou de l'autre à la position droite que de la position droite à l'inclinaison maximum d'un bord ou de l'autre. On dit que *les relevées sont plus longues que les abattées.*

4.1.3.4. En définitive, lorsqu'on tient compte du fait que le roulis est freiné par les forces de viscosité et par les forces mises en jeu par l'agitation de l'eau environnante on aboutit à une *oscillation périodique amortie*, qui finit donc par s'éteindre si elle n'est pas réexcitée par une cause extérieure.

Cette oscillation périodique amortie est toutefois assez voisine du roulis en milieu non résistant en raison de la faible valeur du coefficient d'amortissement b.

La pseudo-période $T' = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - b^2}}$ est un peu plus grande que la période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ du roulis en milieu non résistant mais la différence est faible. En pratique cette différence est masquée par d'autres phénomènes que nous examinerons plus loin.

4.1.4. Résultats expérimentaux. Période propre de roulis

4.1.4.1. Il est maintenant nécessaire de comparer les résultats théoriques établis ci-dessus avec les données de l'expérience.

Sur un navire déterminé, pour lequel on a mesuré le module de stabilité transversal $P(r - a)$ et calculé le moment d'inertie A par rapport à l'axe longitudinal Gx, on provoque un roulis en eau calme par des déplacements alternatifs convenables de l'équipage d'un bord à l'autre du navire. Quand l'amplitude du roulis atteint une certaine valeur et, en général, se stabilise, on rassemble l'équipage dans l'axe du navire et on procède au relevé d'une série d'oscillations (amplitudes et durées). On constate qu'il s'agit bien d'un régime d'oscillations amorties dont la pseudo-période T_P est constante et pour lequel on peut déterminer la loi et le coefficient d'amortissement.

La pseudo-période mesurée T_P est un peu supérieure à T' et, par conséquent, à la période $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{A}{P\,(r - a)}}$ calculée ci-dessus, en général de l'ordre de 5 à 10 %. Cette majoration provient du fait que le mouvement d'oscillation intéresse, non seulement le navire, mais, également, une certaine quantité d'eau qui l'entoure et qui constitue l'*eau entraînée* (1).

4.1.4.2. L'intérêt de l'étude théorique et expérimentale du roulis en eau calme est de montrer l'existence d'une période de roulis caractéristique du navire dans un état de chargement déterminé et que l'on appelle *période propre de roulis* T_P.

Chaque fois que l'équilibre transversal du navire sera perturbé par une cause extérieure de *courte durée* le navire se mettra ensuite à rouler à sa période propre T_P jusqu'à ce que ces oscillations se soient amorties. C'est *le roulis propre*.

La valeur de la période propre est sensiblement :

$$T_P = 2\,\pi \sqrt{\frac{A'}{P\,(r - a)}}$$

en tenant compte dans A' de l'eau entraînée, estimée, soit en fonction d'une mesure de T_P, soit à partir de résultats concernant des navires peu différents.

En général, sur tout navire neuf, on mesure T_P pour un état de chargement déterminé. D'autres mesures de T_P effectuées, dans la même situation, tout au long de la vie du navire, permettent ensuite, à défaut d'expérience de stabilité, de contrôler l'évolution en service de la valeur de $(r - a)$.

Quand l'état de chargement d'un navire varie, la relation

$$T_P = 2\pi \sqrt{\frac{A'}{P\,(r - a)}}$$

---

(1) Cf. paragraphe 1.3.3.5.

permet également d'estimer, au moins de façon qualitative, la variation de la période propre de roulis. En appelant $M = \frac{P}{g}$ la masse du navire et k son rayon de giration d'inertie par rapport à Gx tel que $A' = Mk^2$, on obtient en effet, $T_P = 2\pi \sqrt{\frac{k^2}{g(r - a)}}$. En disposant une cargaison loin de Gx, par exemple en abord, ce qui augmente k, ou en hauteur, ce qui diminue $(r - a)$, on augmentera la période de roulis. Inversement l'abaissement du centre de gravité diminuera la période T_P, essentiellement par l'accroissement correspondant de $(r - a)$ qui est prépondérant.

4.1.4.3. La calcul direct de A est long et nécessite de toutes façons une connaissance précise de la disposition des masses à bord du navire. On se contente donc, généralement, d'une estimation de A, qui pourra également tenir compte de l'influence de l'eau entraînée et donner A', en assimilant le navire à un parallélépipède rectangle homogène de même masse M, de même largeur l et de hauteur 2α, α étant la hauteur du centre de gravité G au-dessus de la ligne d'eau OH ou, en pratique, du dessous de quille.

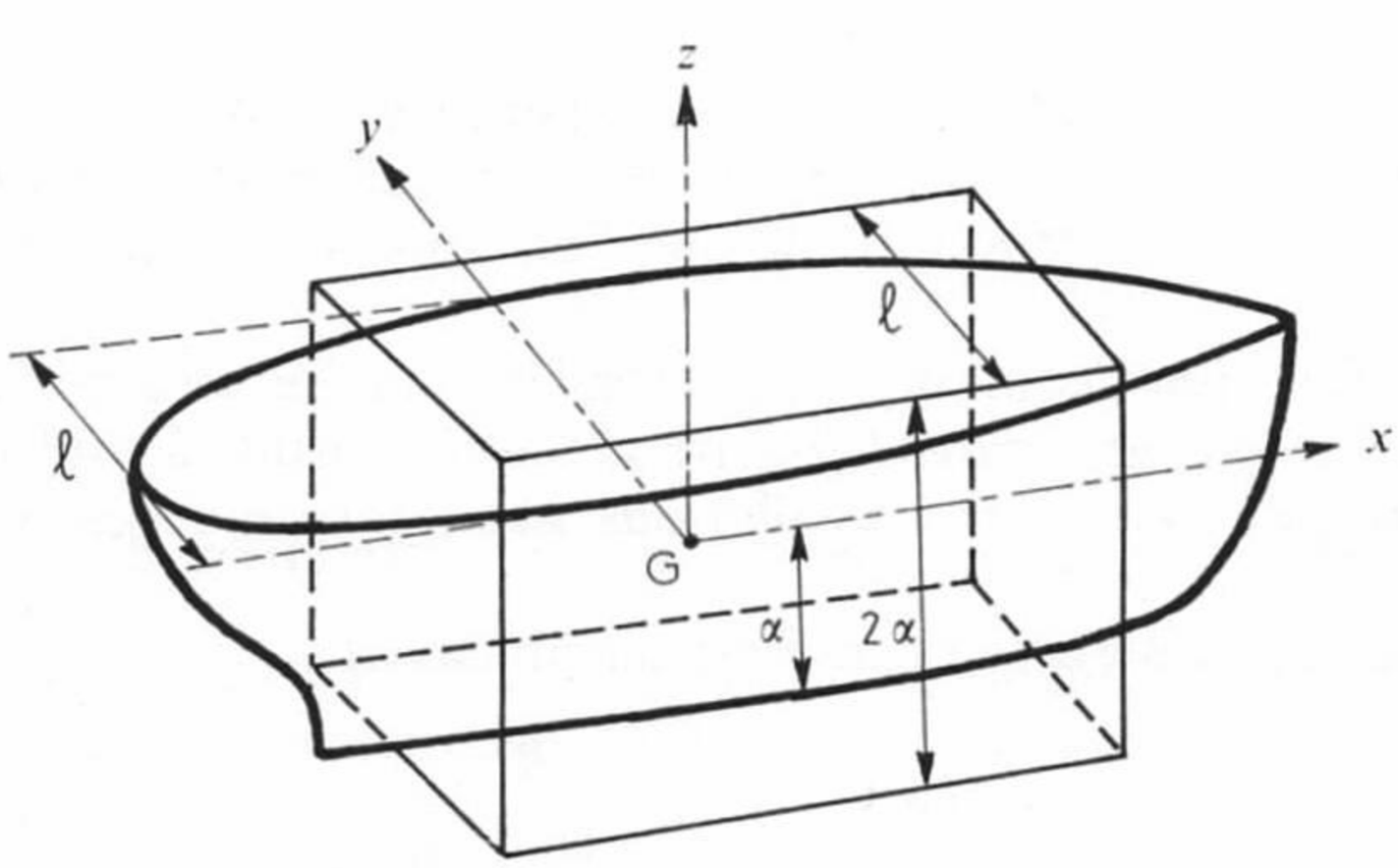


FIG. 65

On sait qu'on a alors : $A = \frac{M}{12}(l^2 + 4\alpha^2)$.

Comme $P = Mg$, on obtient $T_P \simeq 2\pi \sqrt{\frac{M(l^2 + 4\alpha^2)}{12\,Mg(r - a)}}$, c'est-à-dire, en mesurant T_P en secondes et l, α et $(r - a)$ en mètres :

$$\boxed{T_P \simeq 0{,}58 \sqrt{\frac{1^2 + 4\alpha^2}{(r - a)}}}$$

C'est la *formule de Doyère* que l'on exprime parfois de façon différente en donnant la fréquence propre de roulis

$$F_P = \frac{1}{T_P} \simeq 1{,}72 \sqrt{\frac{(r - a)}{l^2 + 4\,\alpha^2}}$$

On peut encore transformer la formule de Doyère en remarquant que, pour les navires classiques, le rapport $\frac{\alpha}{p}$ de la hauteur α du centre de gravité au-dessus de la quille à la profondeur de carène p, ou tirant d'eau moyen, reste compris, en *situation normale*, entre 0,8 et 1,3, tandis que le rapport $\frac{l}{p}$ de la largeur à p peut varier entre 2 et 5,5, mais qu'à une valeur élevée de $\frac{\alpha}{p}$ correspondra généralement une valeur élevée de $\frac{l}{p}$ et, inversement, comme cela se conçoit aisément, pour une raison de stabilité. On aboutit ainsi, fréquemment, à une valeur du rapport $\frac{\alpha}{l}$ de l'ordre de 0,4. En prenant $\frac{\alpha}{l} = 0{,}41$, la formule de Doyère devient

$$T_P \simeq 0{,}75 \,.\, \frac{l}{\sqrt{r - a}}$$

toujours avec T_P en secondes et l et $(r - a)$ en mètres.

Il convient de souligner que la période propre de roulis estimée à l'aide de cette dernière relation n'est qu'*approximative* et qu'elle ne s'applique qu'aux navires placés dans leur *situation de chargement normale*. On peut néanmoins en déduire des informations fort intéressantes.

4.1.4.4. On constate d'abord que, pour un navire donné, la période propre varie sensiblement comme l'inverse de $\sqrt{r - a}$, donc de la stabilité. Autrement dit, plus un navire devient stable plus sa période propre de roulis diminue et inversement.

On sait d'autre part que la valeur de $(r - a)$ varie relativement peu lorsqu'on passe du plus petit navire au plus grand. En effet la gîte devient gênante à peu près pour la même valeur θ_1 quelle que soit la taille du navire. D'autre part les moments inclinants perturbateurs M de type courant (influence du déplacement de la totalité des passagers, de l'action du vent, du désarrimage de la charge mobile maximum, etc.) varient dans le même sens que le déplacement P; supposons-les proportionnels à P. On a alors

$$\mathrm{M} = kP = P\,(r - a) \sin \theta_1$$

d'où la tendance à avoir $(r - a) = \frac{k}{\sin \theta_1}$ = constante, du moins en première approximation.

En pratique ($r - a$), de l'ordre de grandeur du mètre, variera entre 0,5 et 2,5 mètres et la valeur la plus faible ne correspondra pas nécessairement aux navires de plus petite taille.

Dans ces conditions la période propre de roulis T_P variera, sinon proportionnellement à l, du moins dans le même sens que la largeur du navire et, en gros, que sa taille.

T_P mesurée en secondes sera donc, souvent, voisine de 0,7 l, l étant la largeur mesurée en mètres, mais il ne s'agira plus, alors, que d'un simple ordre de grandeur pour le navire supposé en situation normale.

4.2. LA HOULE RÉGULIÈRE THÉORIQUE

4.2.1. La houle régulière

4.2.1.1. La description mathématique de l'état de la mer réelle est abordée dans la cinquième partie du présent exposé, qui est consacrée à la tenue à la mer des navires. Cette description s'appuyant sur les propriétés de la houle régulière, il est nécessaire, de toutes façons, de rappeler d'abord les principaux résultats de l'étude d'une telle houle. Ces résultats seront d'ailleurs utilisés dans les prochains chapitres relatifs au roulis et au tangage sur houle régulière.

4.2.1.2. Après la chute d'un vent ayant soufflé suffisamment longtemps sur une étendue importante d'eau libre, on constate souvent que l'agitation de la mer se présente sous la forme d'une suite d'ondulations cylindriques relativement régulières se propageant à vitesse constante dans une direction perpendiculaire aux génératrices horizontales des ondulations. C'est cette ondulation qui constitue ce qu'on appelle la *houle régulière* dont les caractéristiques sont les suivantes :

Le *creux* ou *hauteur H* de la houle est la dénivellation mesurée entre les crêtes et les creux successifs.

La *longueur d'onde L* est la distance entre deux crêtes successives mesurée perpendiculairement aux génératrices des ondulations.

La *période T* est le temps qui sépare le passage de deux crêtes successives au même point supposé fixe.

Enfin la *célérité*, C, est la vitesse moyenne de propagation des ondulations telle que

$$C = \frac{L}{T}$$

La houle étant supposée régulière nous admettrons que H, L, T et, par conséquent C, sont des constantes.

4.2.1.3. Pour déterminer les mouvements du navire provoqués par la houle on va s'efforcer de trouver une définition mathématique du mouvement des particules d'eau qui engendre une houle régulière. Il existe différents *modèles mathématiques de houle*, chacun plus ou moins adapté au problème étudié. Pour ce qui nous concerne, nous nous limiterons au modèle classique de Gerstner relatif à la houle trochoïdale.

4.2.2. La houle trochoïdale

4.2.2.1. Profil

On rappelle d'abord qu'une trochoïde est la courbe engendrée dans un plan *V*) par le point *P* du rayon *OA* d'un cercle situé dans ce plan *V*), de centre *O*, et qui se déplace en roulant sur une droite *D*) du même plan *V*).

Le cercle de rayon $OA = R$ et de centre *O* est appelé « cercle de roulement » tandis que le cercle de centre *O* et de rayon $OP = r$ est le « cercle générateur ». A un instant *t* donné le cercle de roulement est tangent en *I* à la droite *D*). Par définition du roulement, la vitesse du point *I* du cercle à l'instant considéré, mesurée par rapport à la droite *D*) est nulle et *I* est le centre instantané de rotation correspondant à cet instant *t*. Nous appellerons β l'angle du rayon *OA* sur lequel est situé le point générateur *P* avec le rayon *OI* à l'instant considéré.

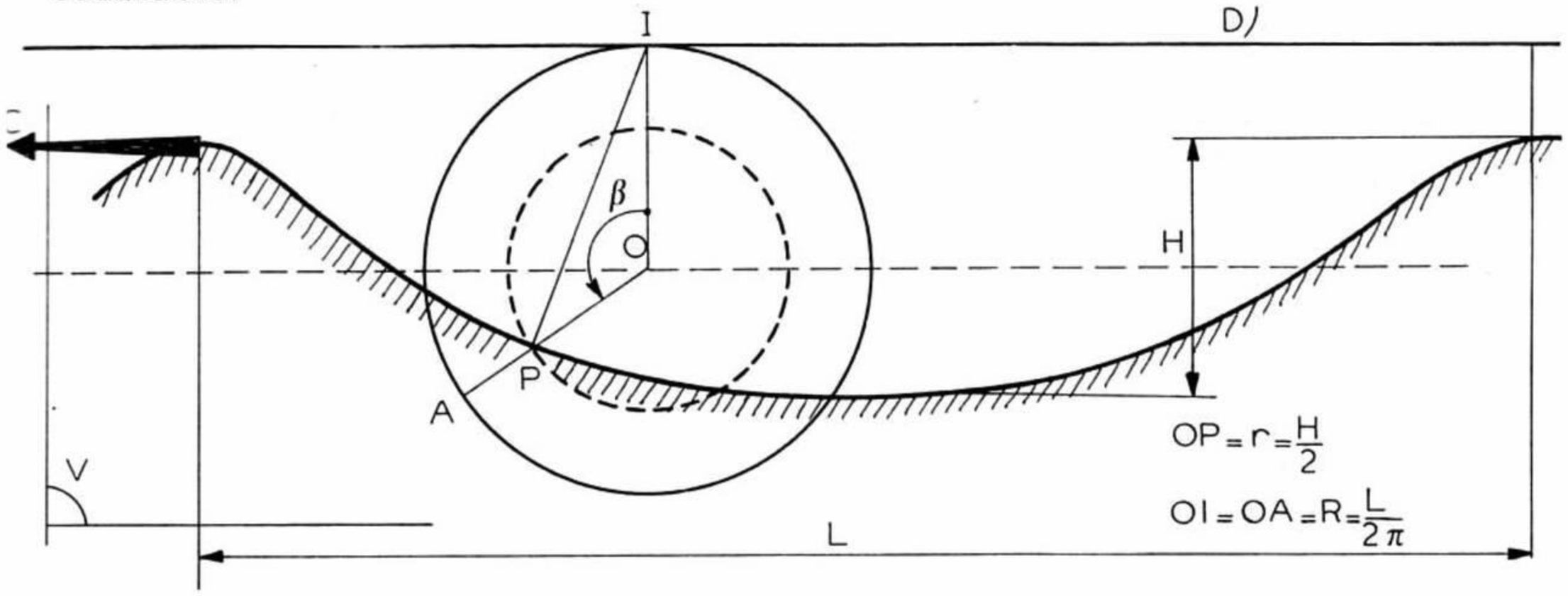


FIG. 66

En prenant comme plan *V*) un plan vertical perpendiculaire aux génératrices des ondulations de la houle, on assimile le profil de la surface de la mer sur ce plan à une trochoïde engendrée par un cercle générateur de rayon $r = \frac{H}{2}$ et un cercle de roulement de rayon *R* tel que $2\pi R = L$, soit : $R = \frac{L}{2\pi}$.

Comme on constate que les particules liquides de surface restent en surface et ne participent pas au mouvement d'ensemble des ondulations et, également,

qu'un corps flottant de petites dimensions semble décrire une orbite circulaire dans le plan V), le centre de cette orbite étant fixe dans l'espace, on est conduit à admettre que le mouvement d'une particule liquide de la surface de la mer peut être assimilé à celui du point P d'un cercle générateur dont le centre O est supposé fixe dans l'espace tandis que la trochoïde, solidaire du plan V), se déplace avec une vitesse horizontale parallèle au plan V) et égale à la célérité C. Toute se passe alors, dans le plan V), comme si ce plan était fixe et que le centre O du cercle générateur se déplaçait, dans ce même plan, à la vitesse horizontale $-C$. Le point P décrira la trochoïde de surface si la vitesse angulaire ω du rayon OA est telle qu'il y ait effectivement roulement en I quand le centre O se déplace à la vitesse $-C$, c'est-à-dire si, ω étant supposé constant, on a :

$$\boxed{\omega R = C} \quad \text{et} \quad \boxed{\beta = \omega t}$$

4.2.2.2. Condition de continuité

Pour que cette hypothèse soit acceptable il faut, de plus, que dans une zone de la mer limitée, à un instant donné t, à une ondulation de longueur d'onde L et à une largeur bien déterminée l, mesurée parallèlement aux génératrices des ondulations, le volume d'eau demeure constant entre la trochoïde de surface et le fond de la mer, puisque l'eau est en première approximation incompressible. C'est la *condition de continuité*.

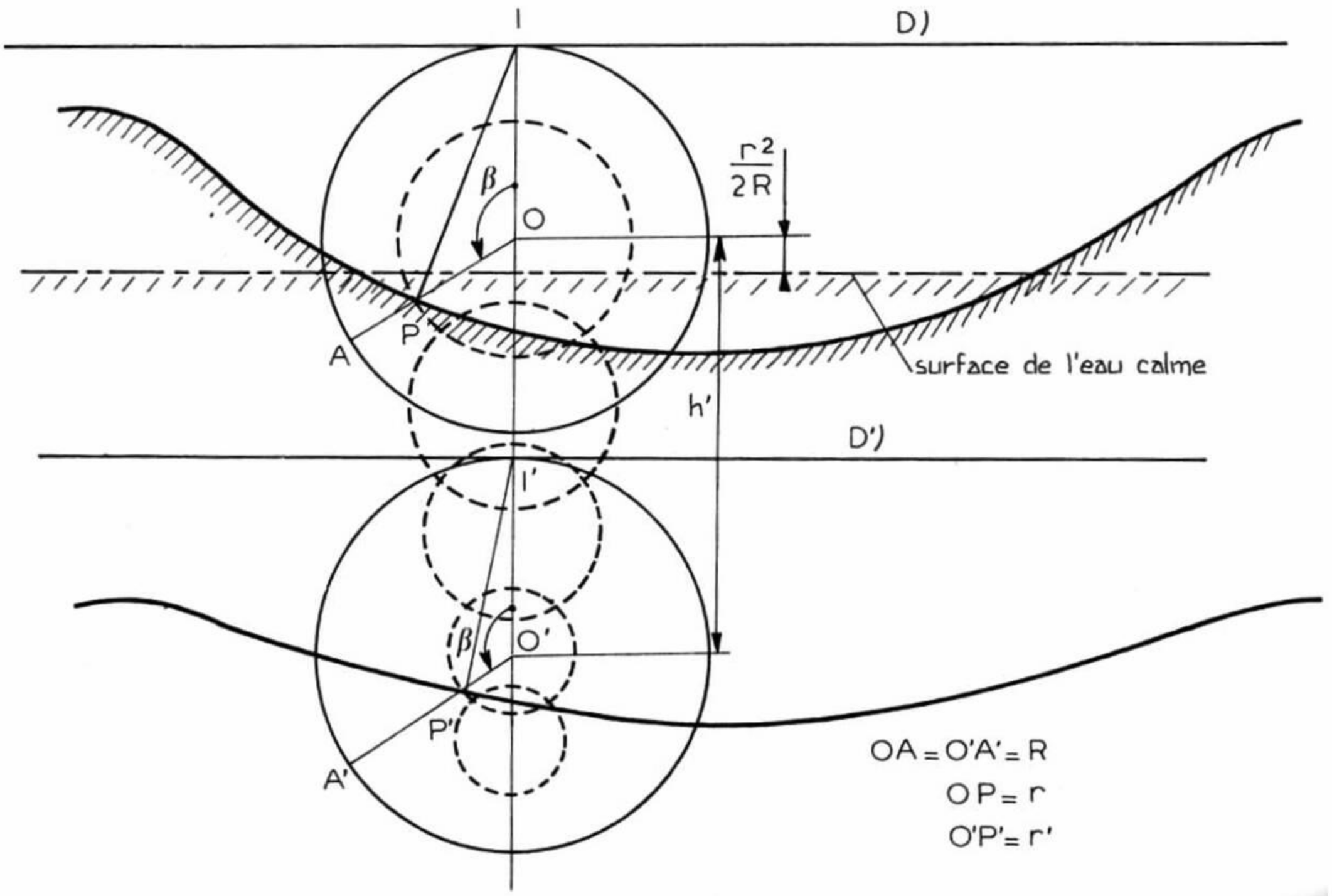


FIG. 67

Le mouvement constaté en surface suggère que les particules fluides situées au repos sur une même verticale pourraient décrire, après l'établissement de la houle trochoïdale, des cercles situés dans le même plan vertical V), la phase c'est-à-dire l'angle β défini ci-dessus, étant identique pour toutes ces particules.

La particule confondue avec le point P' décrira donc un cercle générateur de centre O' et de rayon $O'P' = r'$. Appelons h' la distance verticale du centre O' au centre O du cercle générateur de surface.

Si les rayons OP et $O'P'$ sont en phase, donc parallèles, c'est qu'on peut associer à chacun d'eux un cercle de roulement de rayon $OA = O'A' = R$.

Dans le plan V) se déplaçant à la vitesse horizontale C, parallèle à ce plan, le point P' va donc décrire une trochoïde analogue à celle du point P en surface mais, en toute logique, plus aplatie puisqu'elle devra se réduire à une droite horizontale quand O' sera choisi au niveau du fond. Nous appellerons subtrochoïde la trochoïde ainsi décrite par P'.

En écrivant la condition de continuité, c'est-à-dire, par exemple que deux subtrochoïdes voisines délimitent une tranche de fluide contenant toujours les mêmes particules, on obtient la relation :

$$r' = r\, e^{-\frac{h'}{R}}$$

Cette relation montre que le modèle de la houle trochoïdale n'est valable qu'en profondeur infinie, de telle sorte que l'on ait bien $r' = 0$ au niveau du fond. En pratique ce modèle est acceptable pour des profondeurs de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la houle.

Par un raisonnement analogue à celui qui permet de calculer r' on montre que le plan horizontal contenant tous les centres O des cercles générateurs de surface est surélevé de $\frac{r^2}{2R}$ par rapport à la surface de l'eau supposée calme.

On établit également que, non seulement la trochoïde de surface, mais, également, toutes les subtrochoïdes sont des surfaces d'égale pression, compte tenu du mouvement orbital des particules liquides.

Enfin I', point de tangence du cercle de roulement de centre O' avec la droite de roulement D') qui lui est associée est centre instantané de rotation du mouvement de P' par rapport au plan V). Dans ces conditions la normale à la subtrochoïde en P' est la direction $P'I'$.

4.2.2.3. Equilibre dynamique des particules liquides

Considérons une particule d'eau de masse m concentrée au point P'. Son mouvement par rapport à des axes fixes est le mouvement orbital de vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$ qui a été défini ci-dessus.

L'accélération γ de cette particule est donc dirigée de P' vers O' et elle a pour valeur (1) $\omega^2\, r'$.

---

(1) Cf. paragraphe 1.9.3.

Les forces agissant sur la particule en cause sont

$\begin{cases} \text{son poids } m\vec{g} \\ \text{la force dite « de surface » } \vec{F}_s \text{ exercée par les particules qui l'entourent.} \end{cases}$

Compte tenu de la relation fondamentale de la dynamique du point matériel (2) nous avons donc

$$m\vec{\gamma} = m\vec{g} + \vec{F}_s$$

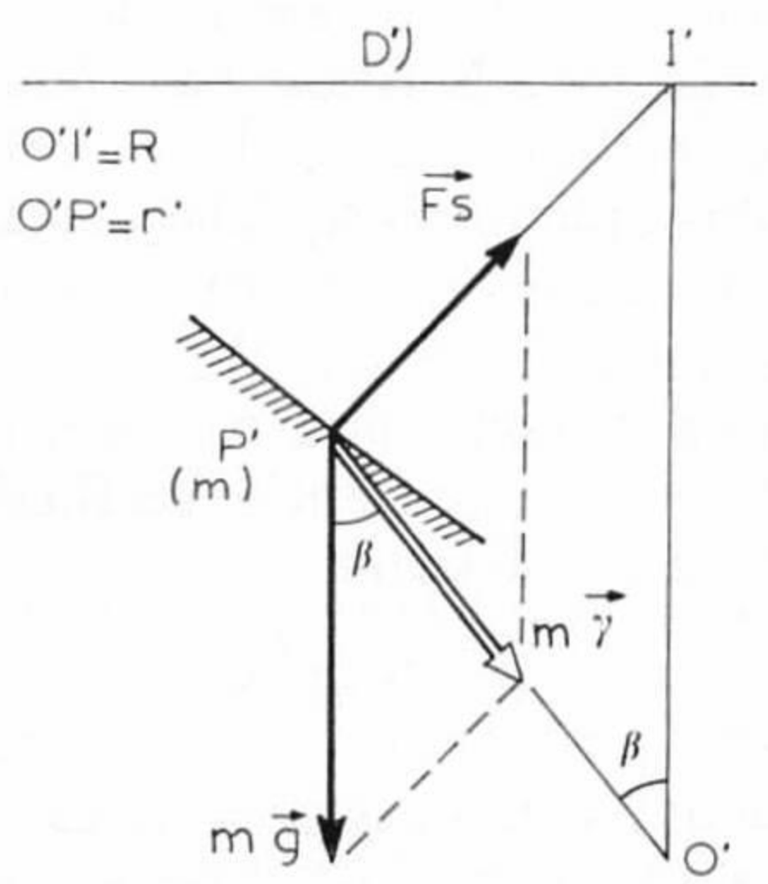


FIG. 68

Sans que nous en donnions ici la démonstration rigoureuse nous pouvons considérer que la subtrochoïde sur laquelle est situé P', qui est une surface d'égale pression, est équivalente à une surface de niveau et que $\vec{F}_s$ lui est normale. *$\vec{F}_s$ est donc orienté suivant P' I'*

Dans ces conditions le triangle des forces et accélération défini par la relation $m\vec{\gamma} = m\vec{g} + \vec{F}_s$ est semblable au triangle P' O' I'.

On a donc $\dfrac{mg}{R} = \dfrac{m\omega^2 r'}{r'}$

C'est-à-dire : $\boxed{\omega^2 = \dfrac{g}{R}}$

Comme $\omega R = C$, il vient : $\boxed{C^2 = gR}$ soit, puisque

$$C = \frac{L}{T} \text{ et } R = \frac{L}{2\pi}, \qquad \boxed{T = \sqrt{\frac{2\pi L}{g}}}$$

(2) Cf. paragraphe 1.1.5.

C'est la relation fondamentale qui relie la longueur L à la période T de la houle trochoïdale. Une houle de longueur d'onde $L = 55$ m aura ainsi une période d'environ 6 secondes tandis qu'une longue houle de $L = 220$ m aura une période de près de 12 secondes.

4.2.2.4. Poids apparent et poussée hydrodynamique sur houle

4.2.2.4.1. Pour la particule liquide de masse m concentrée au point P', que nous avons considérée ci-dessus, la relation d'équilibre dynamique peut s'écrire

$$m\vec{g} - m\vec{\gamma} + \vec{F_s} = 0$$

On peut donc dire que la force $\vec{F_s}$, exercée par les particules liquides qui entourent P', équilibre la force $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$

$-\vec{F_s} = m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ est le *poids apparent* de la particule en cause dans son mouvement propre qui est celui de P' par rapport à des axes fixes.

Dans ces conditions la direction $P'I'$ est appelée la *verticale apparente* au point P'.

4.2.2.4.2. Considérons maintenant un même ensemble de particules liquides, telles que P'_i de masse m_i, contenues dans une enveloppe E), qui pourra, d'ailleurs, se déformer dans le mouvement orbital dû à la houle.

On peut définir le centre de gravité C de cet ensemble de particules et on sait que, B étant un point quelconque de l'espace, on peut écrire (1) :

$$\overrightarrow{BC} \cdot \sum_i m_i = \sum_i m_i \cdot \overrightarrow{BP'_i}$$

Chacun des points P'_i décrivant une orbite de centre O'_i nous pouvons poser :

$$\overrightarrow{BP'_i} = \overrightarrow{BO'_i} + \overrightarrow{O'_iP'_i},$$

c'est-à-dire :

$$\overrightarrow{BC} \cdot \sum_i m_i = \sum_i m_i \overrightarrow{BO'_i} + \sum_i m_i \overrightarrow{O'_iP'_i}$$

et définir un point O'_c qui sera le centre de gravité des points tels que O'_i supposés affectés de la masse m_i en écrivant :

$$\overrightarrow{BO'_c} \cdot \sum_i m_i = \sum_i m_i \overrightarrow{BO'_i}.$$

O'_c est fixe dans l'espace comme chacun des points O'_i pour une houle déterminée.

Nous posons $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO'_c} + \overrightarrow{O'_c C}$ et nous obtenons alors :

$$\overrightarrow{O'_c C} \cdot \sum_i m_i = \sum_i m_i \overrightarrow{O'_i P'_i}$$

---

(1) Cf. paragraphe 1.1.3.

Comme chacun des vecteurs $\overrightarrow{O'_i P_i}$ a une longueur r'_i constante et tourne à la vitesse angulaire constante ω en conservant toujours le même déphasage, (ou orientation) par rapport aux autres vecteurs $\overrightarrow{O'_i P_i}$, qui sont tous situés, également, dans un plan vertical parallèle à V), le vecteur $\overrightarrow{O'_c C}$ possède nécessairement les mêmes propriétés.

Le centre de gravité C de l'ensemble des points P_i situés à l'intérieur de l'enveloppe E) décrit donc également une orbite circulaire située dans un plan vertical parallèle à V), à la vitesse angulaire constante ω et le centre de cette orbite est O'_c.

4.2.2.4.3. Supposons maintenant que l'enveloppe E) soit de dimensions suffisamment petites par rapport aux caractéristiques de la houle pour que nous puissions considérer que E) ne se déforme pas au cours du mouvement orbital.

La masse m_i d'une particule liquide de volume dv_i entourant P_i est

$$m_i = \rho . dv_i,$$

ρ étant la masse spécifique, constante, de l'eau.

Le centre de gravité C de l'ensemble des particules P_i est alors le centre de volume de l'enveloppe E).

Appelons W le volume délimité par E) et $\vec{\gamma_c}$ l'accélération du centre de volume C dans son mouvement orbital défini ci-dessus. Le *poids apparent* du volume d'eau (1) délimité par E) est alors $\rho W (\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ appliqué au centre de volume C où la direction de la *verticale apparente* est celle du vecteur $\rho W (\vec{g} - \vec{\gamma_c})$.

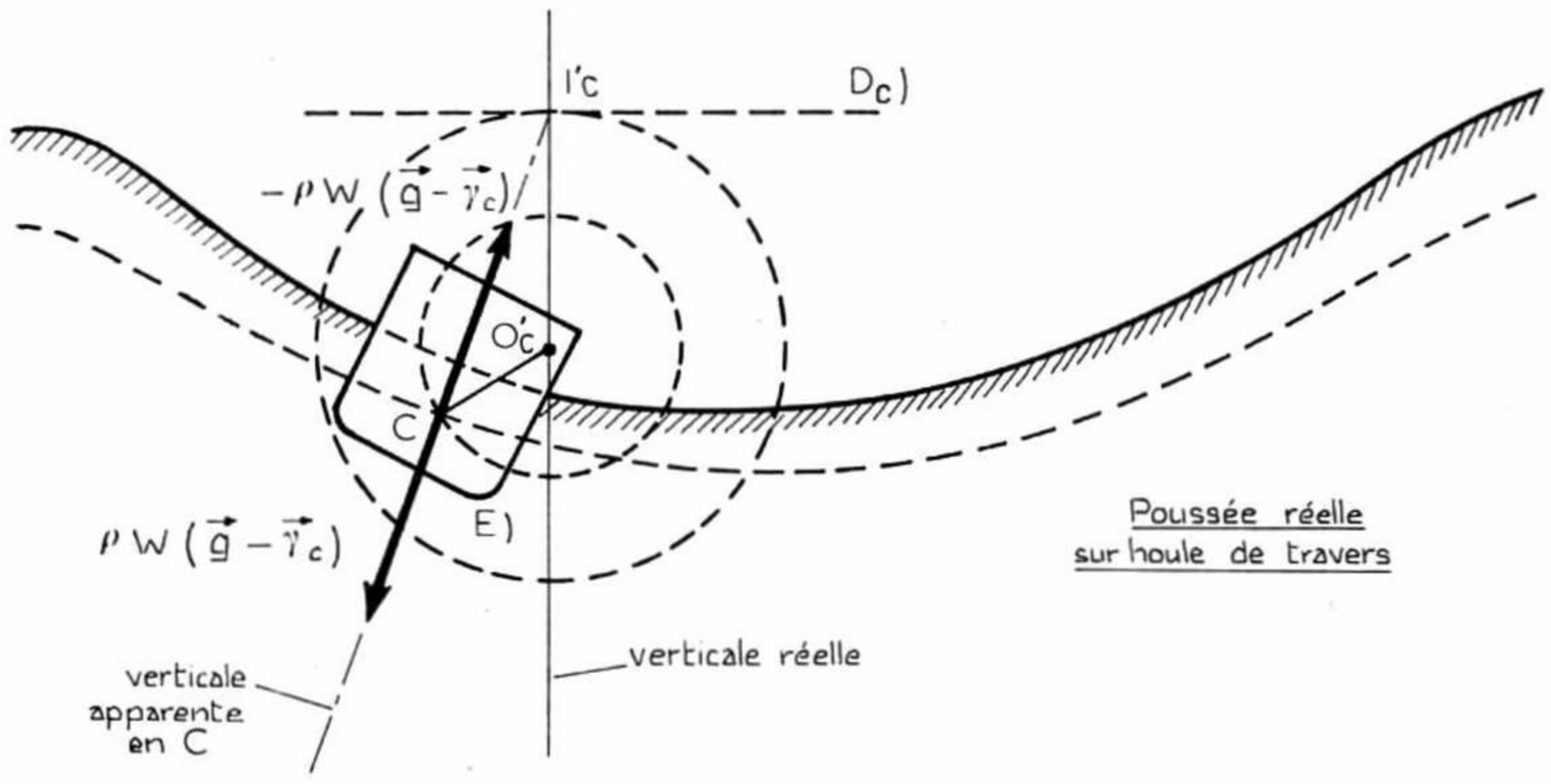


FIG. 69

(1) Cf. paragraphe 1.3.3.4.

Si on suppose l'eau contenue dans *E*) remplacée par la carène d'un navire flottant sur la houle on en déduit une expression généralisée du principe d'Archimède (1) :

Le navire subit, de la part de l'eau en mouvement, une poussée hydrodynamique $-\rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ *appliquée au centre de carène C qui décrit, à la vitesse angulaire constante* ω, *une orbite circulaire située dans un plan vertical perpendiculaire aux génératrices des ondulations de la houle, dans les mêmes conditions que les particules d'eau agitées par la houle.*

4.2.2.4.4. Le centre de carène *C* étant situé à une certaine profondeur sous la flottaison, le rayon de son orbite sera, comme on l'a vu plus haut, un peu inférieure au rayon des orbites des particules de surface.

Pour une profondeur $h = 5$ mètres, qui correspondra approximativement à un tirant d'eau de l'ordre de 10 mètres et une houle régulière de longueur d'onde $L = 150$ m correspondant à un cercle de roulement de rayon

$$R = \frac{L}{2\pi} = 24 \text{ mètres environ,}$$

le rapport du rayon r_c de l'orbite de *C* au rayon *r* de l'orbite de surface sera :

$$\frac{r_c}{r} = e^{-\frac{h}{R}} = e^{-\frac{5}{24}} = 0{,}81 \text{ environ.}$$

L'étude des conditions d'agitation en surface donnera donc une indication par excès de l'importance du mouvement du centre de carène.

4.2.2.5. Poids apparent à la surface d'une houle régulière

4.2.2.5.1. La particule liquide *P* située sur la trochoïde de surface de la houle décrit, par rapport à des axes fixes, une orbite circulaire de centre *O* et de rayon $r = \frac{H}{2}$, *H* étant le creux de la houle, à une vitesse angulaire constante ω que nous avons déterminée plus haut. Cette vitesse angulaire est telle que le cercle de roulement de centre *O* et de rayon $R = \frac{L}{2\pi}$, *L* étant la longueur d'onde de la houle, roule sans glissement en *I* sur une droite horizontale *D*) se déplaçant avec la célérité *C* des ondulations. On a vu que, dans ces conditions, $\omega^2 = \frac{g}{R}$, *g* étant l'accélération de la pesanteur.

---

(1) Paragraphe 1.3.3.4.

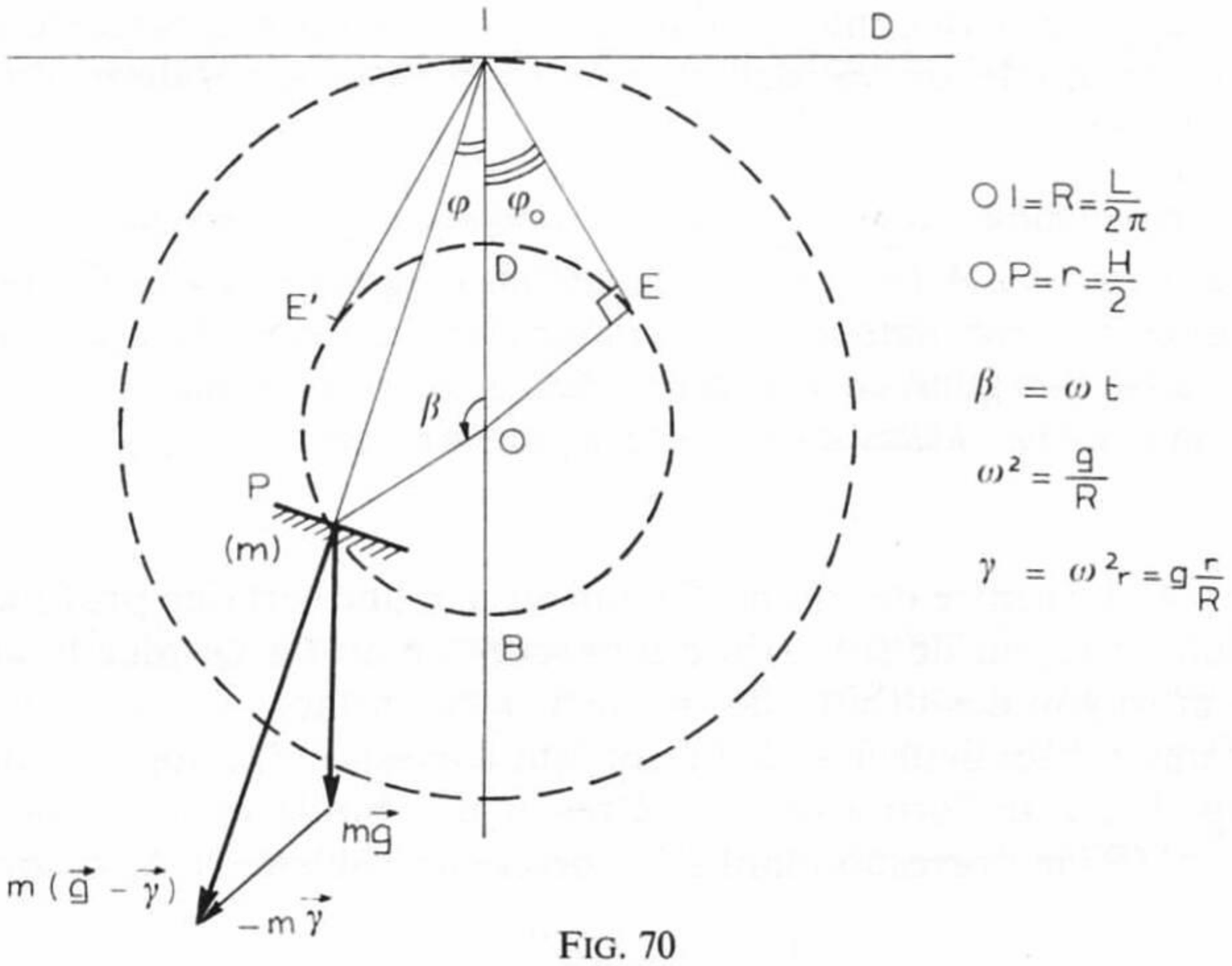


FIG. 70

On sait que le poids apparent de la particule P de masse m est $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$, $\vec{\gamma}$ étant l'accélération de P orientée de P vers O et de valeur $\omega^2 r$ dans sa rotation autour de O.

La figure 70 montre immédiatement que la valeur numérique du poids apparent $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ passe par un maximum quand P est en B, c'est-à-dire dans un creux de la houle et atteint alors $m\,(g + \omega^2\, r) = mg\left(1 + \dfrac{r}{R}\right)$ compte tenu de la valeur de ω.

Cette valeur numérique du poids apparent passe au contraire par un minimum $m\,(g - \omega^2\, r) = mg\left(1 - \dfrac{r}{R}\right)$ quand P est en D c'est-à-dire sur une crête de la houle.

4.2.2.5.2. La verticale apparente en P, qui est la direction du vecteur $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ fait un angle φ avec la verticale réelle. On voit sur la figure que φ est maximum en valeur absolue quand P est confondu avec E ou E', c'est-à-dire avec l'un des points de contact des tangentes menées par I au cercle générateur de centre O et de rayon r.

φ prend alors la valeur φ_0 définie par la relation : $\sin \varphi_0 = \dfrac{r}{R}$.

La loi de variation de l'angle φ en fonction du temps t peut être déterminée à partir de l'angle $\beta = \omega.t$ du rayon OP avec la verticale réelle. On a en effet :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r \sin \beta}{R - r \cos \beta} = \frac{r}{R} \sin \omega t \, \frac{1}{1 - \dfrac{r}{R} \cos \omega t}$$

Cette relation peut se simplifier en remarquant que, pour les houles courantes, le rapport $\frac{H}{L}$ du creux à la longueur d'onde est de l'ordre de $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{30}$. Dans ces conditions le rapport $\frac{r}{R} = \frac{\pi H}{L}$ est compris entre 0,1 et 0,15, ce qui correspond à un angle φ_0 compris entre 6 et 9 degrés.

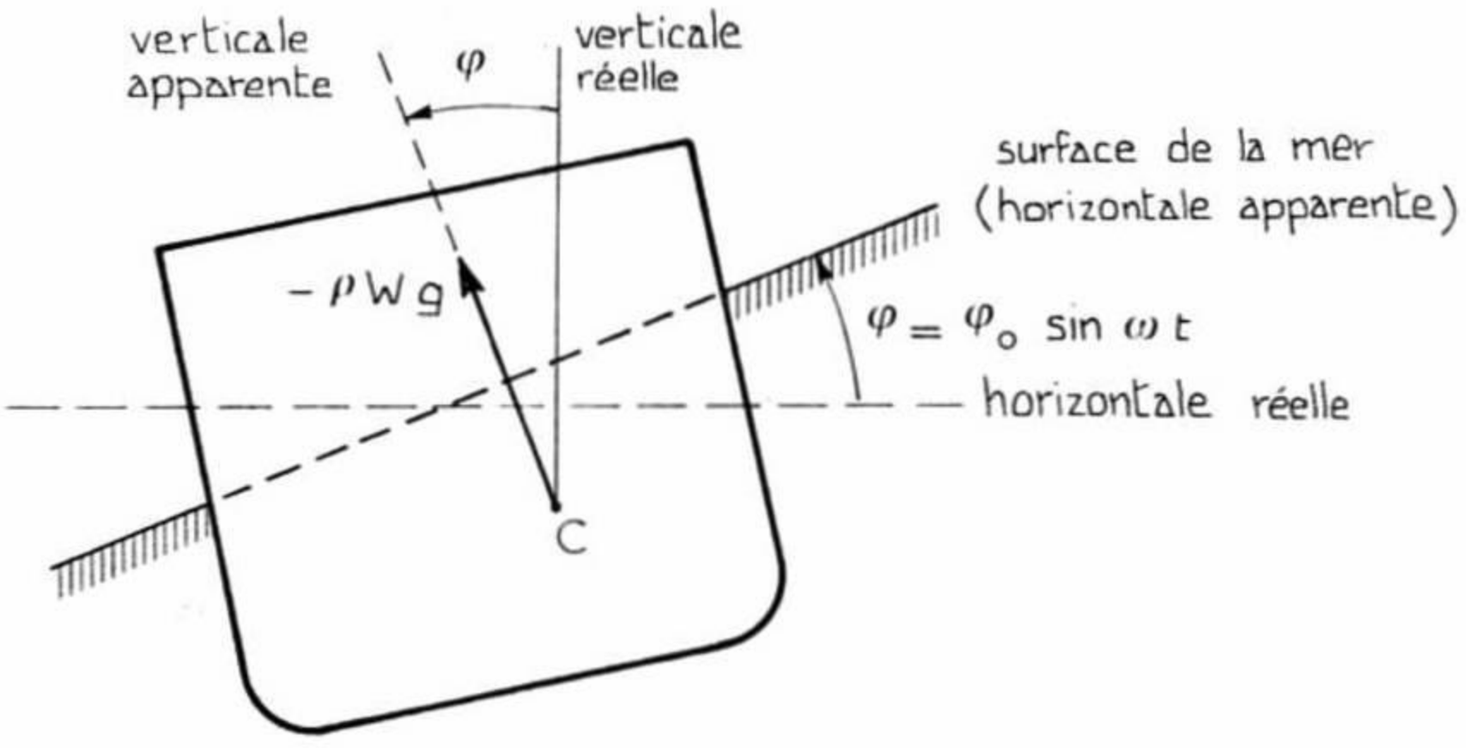
On peut donc écrire avec une bonne approximation :

$$\varphi \simeq \frac{r}{R} \sin \omega t \quad \text{ou encore} \quad \varphi \simeq \varphi_0 \sin \omega t$$

L'angle φ est également la pente du profil de la houle, au point considéré, par rapport à l'horizontale réelle. L'instant $t = 0$ correspondra alors à une crête de la houle.

4.2.2.5.3. En pratique, lorsqu'on étudiera le comportement d'un navire sur une houle de travers de longueur d'onde L grande par rapport à la largeur l du navire, on admettra que la surface de la mer, de part et d'autre du navire, peut être assimilée à un plan incliné de l'angle φ par rapport à l'horizontale. On admettra également que la poussée hydrodynamique de l'eau sur le navire, appliquée au centre de carène C, correspondant à la surface de la mer ainsi définie, est dirigée suivant la verticale apparente et qu'elle garde une valeur numérique constante $\rho W g$ correspondant à la poussée en eau calme pour le même volume de carène W. Cela revient à négliger la variation de cette valeur numérique entre les valeurs extrêmes $\rho W (g - \omega^2 r_c)$ et $\rho W (g + \omega^2 r_c)$, nettement inférieure à la variation entre $\rho W g \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ et $\rho W g \left(1 + \frac{r}{R}\right)$ enregistrée en surface puisque, comme on l'on vu, $r_c < r$.

Compte tenu des valeurs habituelles de $\frac{r}{R}$ cette approximation n'introduit qu'une erreur inférieure à 10 %, le plus souvent admissible en raison des irrégularités de la houle réelle.



Poussée moyenne sur houle de travers

FIG. 71.

4.2.2.6. Energie emmagasinée dans la houle

4.2.2.6.1. Cette énergie provient, pour une moitié, de l'énergie potentielle résultant de la surélévation du centre de gravité de l'eau agitée par la houle par rapport à l'eau au repos et, pour l'autre moitié, de l'énergie cinétique due au mouvement orbital de l'eau.

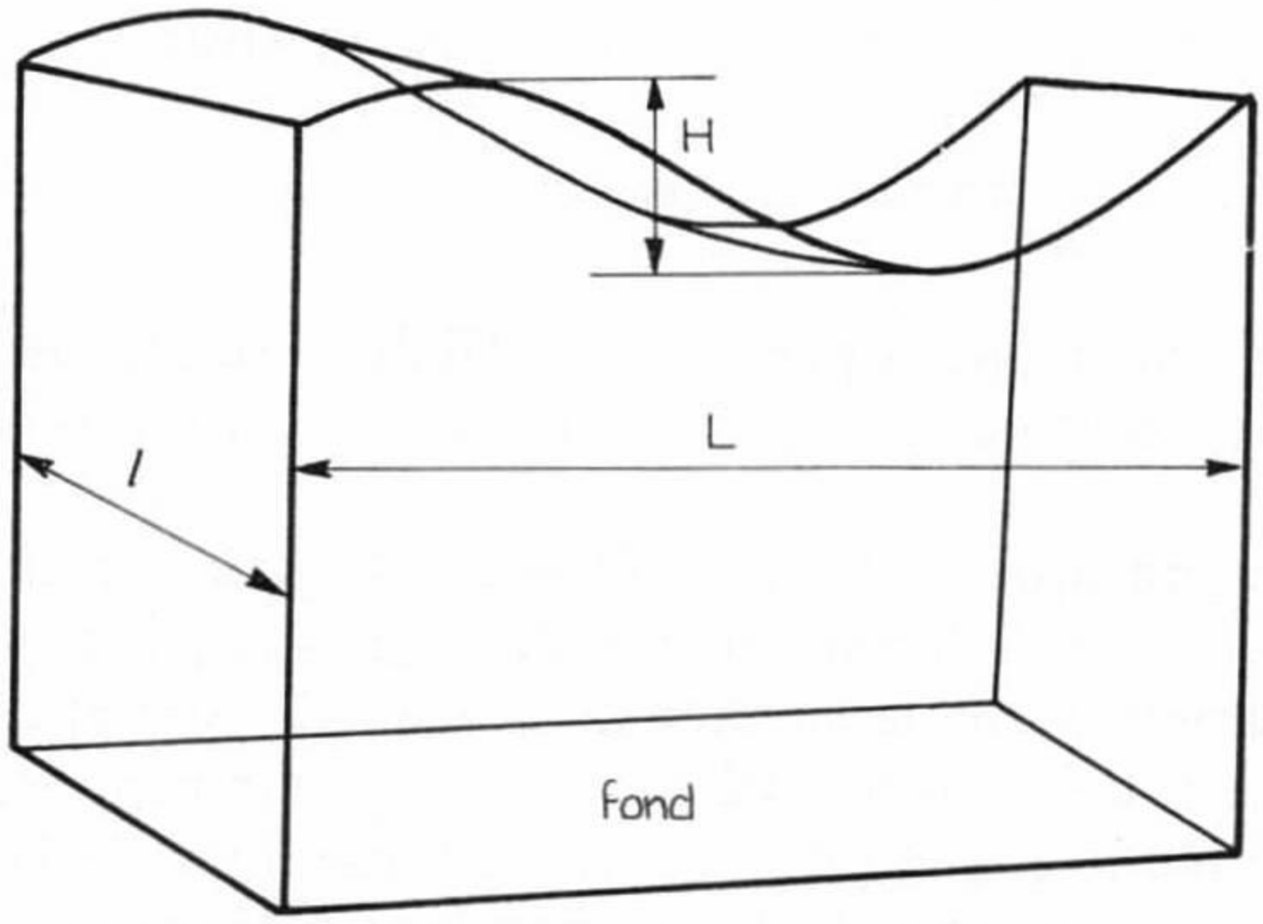


FIG. 72

Si on considère une tranche de mer houleuse ayant pour longueur la longueur L de la houle, pour largeur l mesurée parallèlement aux génératrices des ondulations et si H est le creux de cette houle, ρ la masse spécifique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur, on montre que l'énergie emmagasinée dans cette tranche entre la surface et le fond de la mer a pour valeur :

$$E \simeq \frac{\rho g l L H^2}{8}$$

On voit que cette énergie est proportionnelle au carré du creux de la houle.

Pour une tranche de largeur $l = 1$ m on aura donc :

- pour L = 60 m et H = 2 m, E = 30 tonnes-mètres = 294 kilojoules
- pour L = 220 m et H = 10 m, E = 2750 tonnes-mètres = 27000 kilojoules

4.2.2.6.2. On démontre également que la vitesse de propagation de cette énergie, toujours en profondeur infinie, est égale à $\frac{C}{2}$, soit la moitié de la célérité $C = \frac{L}{T}$ de la houle.

4.3. MOUVEMENT DU NAVIRE SUR HOULE DE TRAVERS

4.3.1. Décomposition du mouvement

4.3.1.1. Le navire est supposé stoppé sur une houle régulière de travers et les trièdres de référence $G\ x\ y\ z$ lié au navire et $G\ X_1\ Y_1\ Z_1$ d'orientation fixe dans l'espace restent ceux qui ont été définis au chapitre 4.1.1 et sur la figure 63 pour le roulis en eau calme. Les génératrices des ondulations de la houle sont alors parallèles à l'axe longitudinal Gx du navire que nous continuerons à supposer confondu (1) avec l'axe horizontal GX_1.

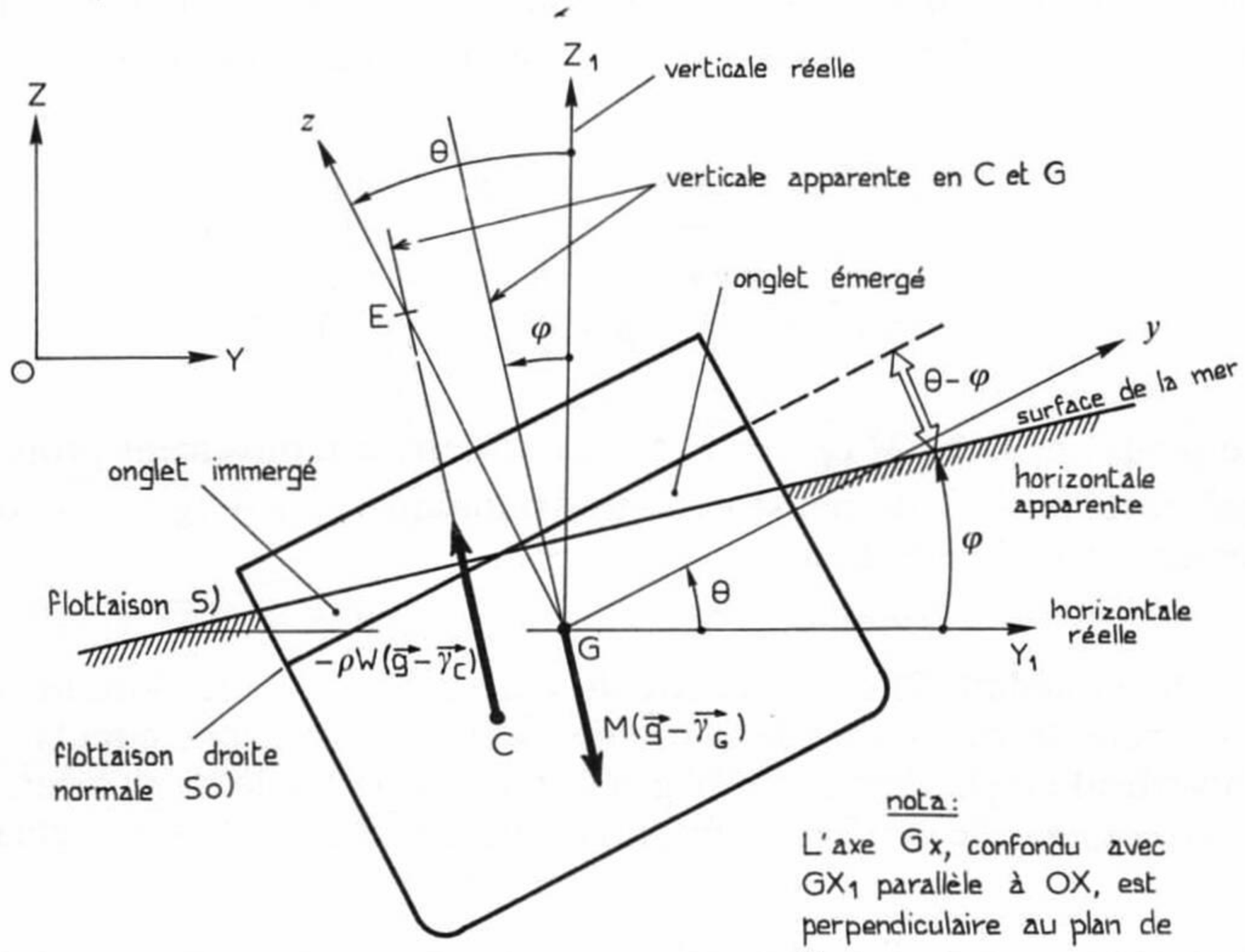


FIG. 73

A l'instant t nous appellerons :

θ l'angle d'inclinaison de la flottaison droite normale S_0), qui est parallèle au plan xGy, par rapport au plan horizontal X_1GY_1, dans la rotation du navire autour de l'axe Gx,

φ l'angle de la surface de la mer, supposé plane de part et d'autre du navire, avec le même plan horizontal X_1GY_1. A cette inclinaison φ de la surface libre correspond une flottaison S).

---

(1) Cf. paragraphe 1.8.4.

4.3.1.2. La flottaison S) délimite sur la carène, avec la flottaison S_0) deux onglets, l'un immergé et l'autre émergé qui forment un dièdre d'angle $\theta - \varphi$ et qui, déplaçant le centre de carène, créent un couple de redressement.

A la flottaison S) correspond donc un centre de carène C où est appliquée la poussé hydrodynamique $-\rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$ de l'eau agitée. On rappelle que, dans cette expression vectorielle, ρ est la masse spécifique de l'eau, W le volume de la carène limitée par S), $\vec{g}$ le vecteur accélération de la pesanteur et $\vec{\gamma_c}$ le vecteur accélération de C dans son mouvement propre par rapport à un trièdre de référence $OXYZ$ fixe dans l'espace (cf. paragraphe 4.2.2.4).

4.3.1.3. Soit $\vec{\gamma_G}$ le vecteur accélération du centre de gravité G du navire par rapport au même trièdre $OXYZ$. Si on admet que le navire n'est soumis, par ailleurs, qu'à son propre poids $\vec{P} = \overrightarrow{Mg}$ appliqué en G on a (1) :

$$M\vec{\gamma_G} = M\vec{g} - \rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$$

soit :

$$M(\vec{g} - \vec{\gamma_G}) - \rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c}) = 0$$

Le poids apparent $M(\vec{g} - \vec{\gamma_G})$ du navire dans le mouvement propre de G est égal et opposé à la poussée hydrodynamique $-\rho W(\vec{g} - \vec{\gamma_c})$, dans le mouvement orbital de la houle.

4.3.1.4. On en déduit (2) que le centre de gravité G du navire flottant sur une houle régulière décrit, comme le centre de carène C, une orbite circulaire dans un plan vertical perpendiculaire aux génératrices de la houle, cette orbite ayant même rayon que celle de C et étant parcourue à la même vitesse angulaire ω.

4.3.1.5. Le mouvement d'ensemble du navire par rapport au trièdre de référence $OXYZ$ fixe dans l'espace sera donc la somme de deux mouvements (3) :

– une *translation d'entraînement* qui est celle du trièdre $GX_1Y_1Z_1$ où G décrit l'orbite circulaire définie ci-dessus, les axes GX_1, GY_1 et GZ_1 restant parallèles respectivement à OX, OY et OZ fixes dans l'espace,

– un *mouvement relatif* qui est le *roulis* du navire autour de Gx confondu avec GX_1 sous l'action du couple de redressement résultant du poids apparent et de la poussée hydrodynamique.

C'est ce roulis que nous allons étudier maintenant plus en détail.

---

(1) Cf. paragraphe 1.1.6.
(2) Cf. chapitre 1.7.
(3) Cf. chapitre 1.2.

4.3.2. Le roulis sur houle

4.3.2.1. Equation du mouvement

4.3.2.1.1. Comme on l'a vu au paragraphe 4.2.2.5 on peut admettre sans erreur importante, que la poussée hydrodynamique est normale à la surface de la mer inclinée de l'angle φ sur l'horizontale réelle et que la valeur numérique de cette poussée est ρWg. On peut écrire également $\varphi = \varphi_0 \sin \omega t$ ou, encore, $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$ en prenant, cette fois, l'origine $t = 0$ du temps t à mi-pente de la houle.

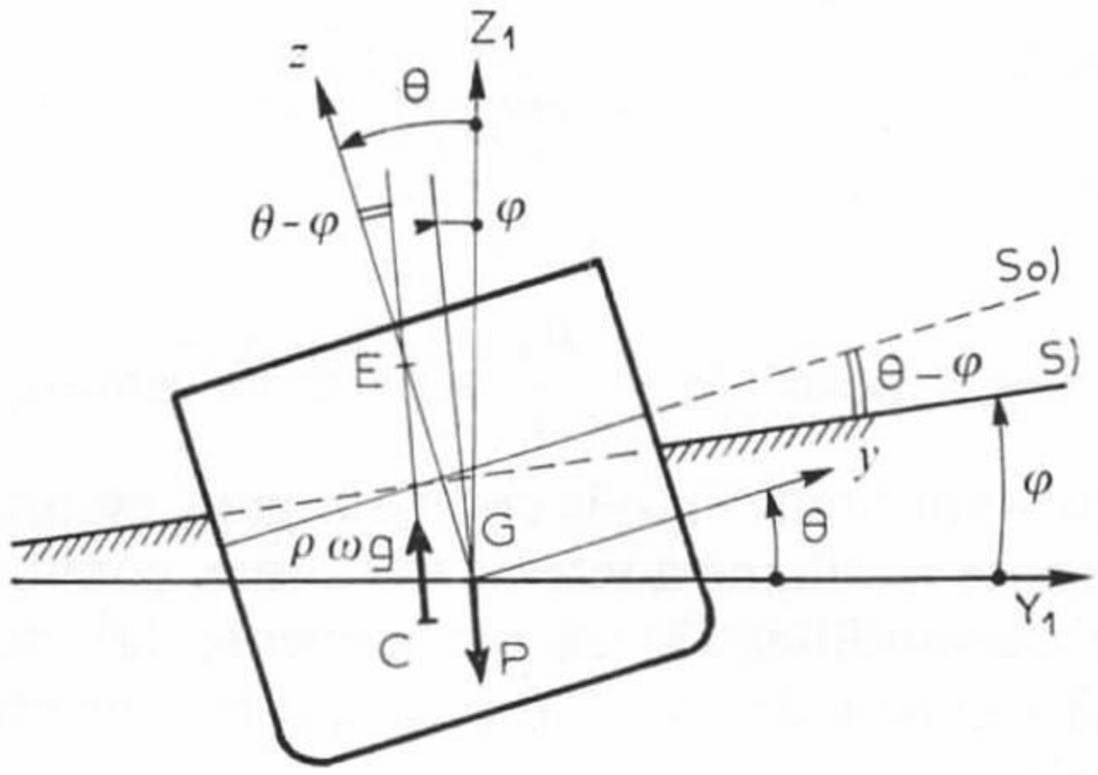


FIG. 74

La figure 73 peut alors se simplifier. On a toujours

$$P - \rho Wg = 0$$

en valeur numérique. Par analogie avec le roulis en eau calme (cf. paragraphe 4.1.1) le *couple de redressement* a pour valeur algébrique

$$\boxed{- P.GE \sin (\theta - \varphi)}$$

puisque l'angle du dièdre formé par les onglets immergé et émergé est maintenant $\theta - \varphi$ au lieu de θ. En d'autres termes ce couple de redressement tend à ramener la flottaison droite normale S_0) vers la flottaison S) correspondant à l'horizontale apparente et non plus vers l'horizontale réelle GY_1.

4.3.2.1.2. En nous plaçant directement dans l'hypothèse du roulis en milieu résistant l'équation définissant ce mouvement s'écrit donc :

$$A\theta'' + B_1\theta' + P.GE \sin (\theta - \varphi) = 0$$

(cf. paragraphe 1.8.5 et 4.1.3.2) ou encore, en admettant que l'angle $(\theta - \varphi)$ est faible :

$$A\theta'' + B_1\theta' + P (r - a) \theta = P (r - a) \varphi.$$

Nous poserons cette fois

$$\frac{P\,(r\,-\,a)}{A} = \omega_P^2$$

pour distinguer le terme ω_P relatif au navire, et correspondant à la période propre

$$T_P = \frac{2\,\pi}{\omega_P}$$

de ce navire, de la vitesse angulaire ω du mouvement orbital de la houle de période :

$$T = \sqrt{\frac{2\,\pi\,L}{g}}.$$

Nous continuerons à poser $2b = \dfrac{B_1}{A}$ mais nous remarquerons cependant que l'équation du roulis sur houle établie ci-dessus peut, en pratique, s'appliquer au cas du navire en route rectiligne à vitesse uniforme, comme à celui du navire stoppé, à condition de modifier (1) en conséquence la valeur du terme B_1, caractérisant l'amortissement des oscillations, qui est sensiblement plus élevé en marche qu'à l'arrêt.

4.3.2.1.3. L'équation du roulis amorti sur houle devient alors :

$$\theta'' + 2b\theta' + \omega_P^2\theta = \omega_P^2\,\varphi_0 \cos \omega t$$

C'est une équation différentielle linéaire à coefficients constants et avec second membre dont nous savons que la solution générale $\theta = F(t)$ est égale à la somme de la solution générale de l'équation sans second membre, déjà étudiée dans le cas du *roulis propre*, ou roulis en eau calme, et d'une solution particulière de l'équation avec second membre qui constitue le *roulis forcé* sur houle.

4.3.2.1.4. Etudions maintenant cette solution particulière qui sera de la forme :

$$\theta = \theta_0 \cos\,(\omega t\,-\,\alpha)$$

et qui doit vérifier l'équation générale du mouvement pour toutes les valeurs de t. On aura :

$$-\,\omega^2\theta_0 \cos\,(\omega.t\,-\,\alpha)\,-\,2b\,\omega\theta_0 \sin\,(\omega t\,-\,\alpha)\,+\,\omega_P^2\theta_0 \cos\,(\omega t\,-\,\alpha) = \omega_P^2\,\varphi_0 \cos \omega t$$

(1) Cf. chapitre 1.6.

soit :

$$\begin{cases} \text{pour } \omega t - \alpha = 0 : & -\omega^2\theta_0 + \omega_P^2\theta_0 = \omega_P^2\,\varphi_0 \cos\alpha \\ \text{pour } \omega t - \alpha = \dfrac{\pi}{2} : & -2b\,\omega\theta_0 = -\omega_P^2\,\varphi_0 \sin\alpha \end{cases}$$

d'où on tire :

$tg\ \alpha = \dfrac{2\,b\,\omega}{\omega_P^2 - \omega^2}$, ce qui donne le déphasage α du roulis forcé sur la houle,

$$\theta_0 = \frac{\omega_P^2\,\varphi_0}{2b\,\omega}\sin\alpha = \frac{\omega_P^2\,\varphi_0}{\omega_P^2 - \omega^2}\cos\alpha = \frac{\omega_P^2\,\varphi_0}{\sqrt{(\omega_P^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}}$$

ce qui donne l'amplitude θ_0 du roulis forcé.

4.3.2.2. Etude du roulis forcé

Trois cas sont alors à envisager, en supposant que le roulis forcé existe seul :

a) $\boxed{\omega_p = \omega}$ La période propre T_p du navire est égale à la période T de la houle. On dit que le navire se trouve placé sur une houle synchrone. L'amplitude $\theta_0 = \dfrac{\omega_P}{2b}\varphi_0$ devient très grande puisque l'amortissement b est généralement faible. En toute rigueur, l'équation du mouvement établie ci-dessus dans l'hypothèse de petits angles d'oscillation n'est donc plus valable. En pratique le coefficient d'amplification $\dfrac{\theta_0}{\varphi_0}$ peut atteindre une valeur de l'ordre de 6.

Comme tgα prend une valeur infinie, $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$. Les oscillations du flotteur sont donc déphasées d'un quart de période sur celles de la houle.

b) $\boxed{\omega_p > \omega}$ La période propre T_p du navire est inférieure à la période T de la houle

On a tg$\alpha > 0$, soit $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$

Si ω_P est très supérieure à ω, comme b est petit, tg α et α tendent vers 0 et θ_0 tend vers φ_0.

A la limite le pont du navire reste parallèle à la surface de la houle et le roulis est nul *relativement* à cette houle. Cette situation est souvent celle des petits navires dont le franc-bord est ainsi sauvegardé sur houle régulière idéale.

c) $\boxed{\omega_p < \omega}$ La période propre T_p du navire est supérieure à la période T de la houle

On a $\text{tg}\alpha < 0$ soit $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Si ω_P est faible, comme b est également faible, α est voisin de π. Le navire roule « dans la houle ».

L'amplitude du roulis $\theta_0 = \frac{\omega_P^2 \varphi_0}{\omega_P^2 - \omega^2} \cos \alpha$ reste faible.

Cette situation est habituellement celle des grands navires.

La figure 75 résume cette discussion.

4.3.2.3. Comportement d'un navire sur houle de travers

4.3.2.3.1. Le roulis d'un navire résulte de la superposition d'un roulis propre, de période T_P, et d'un roulis forcé, de période égale à la période T de la houle.

Si le navire est placé sur une houle très régulière, le roulis propre s'amortit assez rapidement et le navire finit par rouler à la période de la houle.

Mais, souvent, la mer agitée se présente comme une succession de trains de lames dans lesquels peuvent exister des houles de périodes différentes. Le navire sera surtout sensible aux houles de périodes voisines de sa période propre qui lui imprimeront des « coups de roulis » importants, à la suite desquels s'installera un roulis propre amorti.

La période propre de roulis est donc un facteur important du comportement du navire sur houle.

Si cette période propre est voisine de la période des houles les plus fréquentes, le coefficient d'amortissement b jouera un rôle essentiel pour limiter l'amplitude du roulis.

4.3.2.3.2. En définitive le comportement d'un navire sur houle de travers se caractérise :

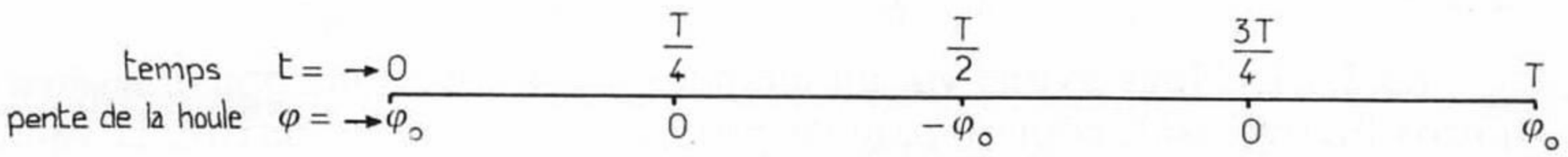
d'une part, par la *douceur de roulis* liée à la valeur des accélérations auxquelles est soumis le navire et qui sont une cause de fatigue pour le matériel et le personnel. Ces accélérations croissent — et la douceur de roulis décroît — lorsque la période du roulis diminue ou lorsque l'amplitude de ce roulis augmente, comme nous le verrons plus loin. (Cf. paragraphe 4.43).

d'autre part par la *stabilité de plateforme* caractérisée par l'amplitude du roulis, une valeur élevée de cette amplitude gênant, évidemment, la mise en œuvre des installations du navire.

Ce sont donc les navires à période propre T_P élevée et nettement supérieure à la période T de la houle qui sont les plus confortables au roulis.

Nous allons voir comment les exigences de stabilité peuvent empêcher de donner une période propre élevée à certains bâtiments, notamment aux petits navires.

Exemples de roulis forcé avec $\begin{cases} T_p = \text{période propre du navire} \\ T = \text{période de la houle} \end{cases}$

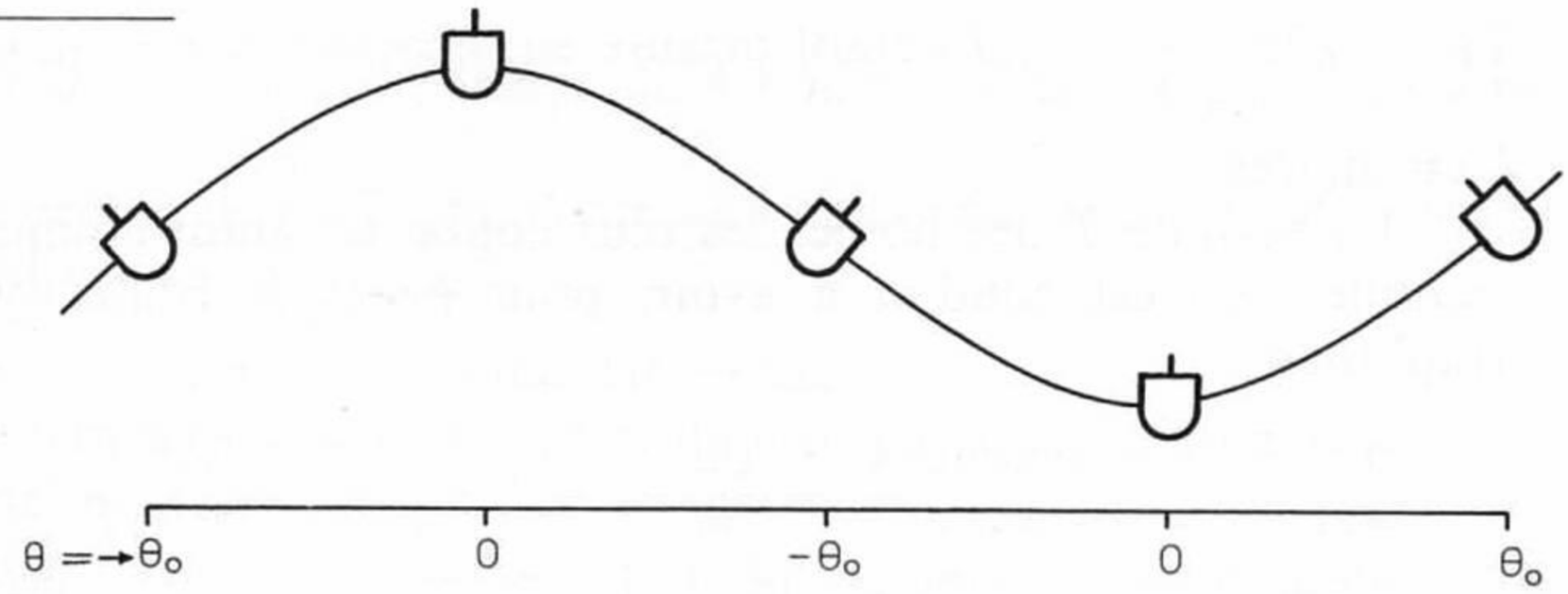


$\omega_p > \omega$

$T_p < T$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

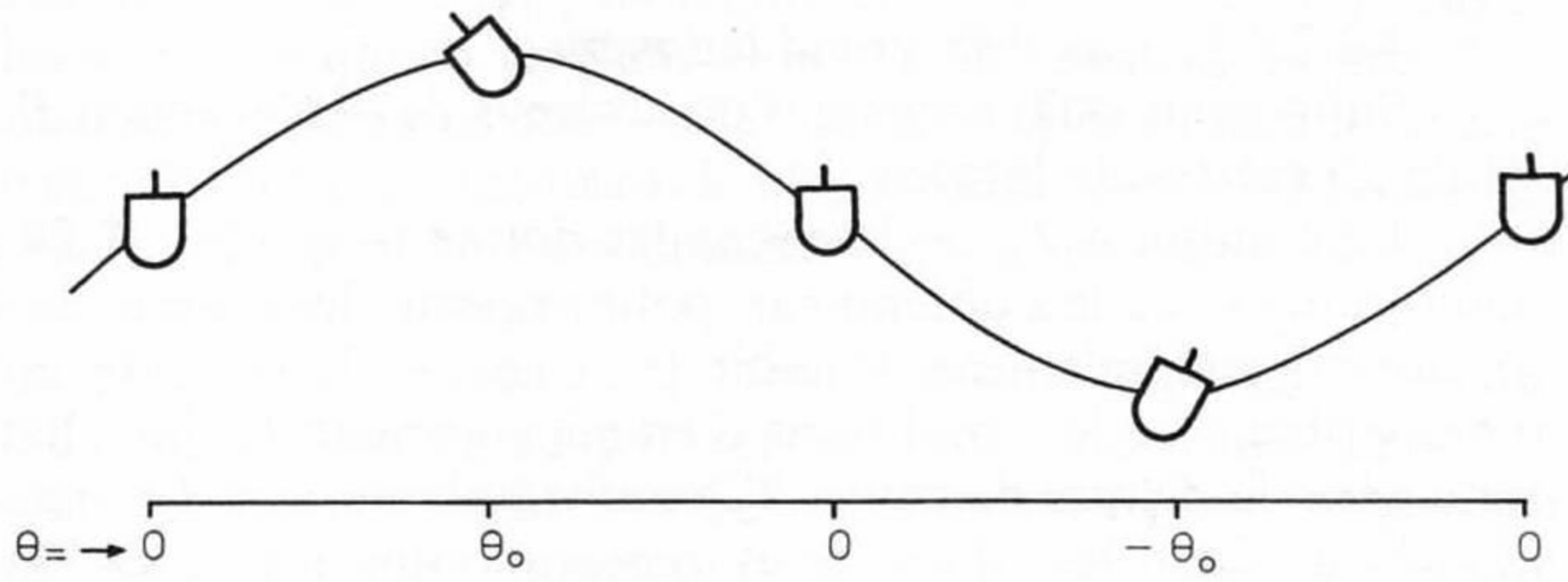
cas où ω_p est grand et où $\begin{cases} \alpha \to 0 \\ \theta_0 \to \varphi_0 \end{cases}$



$\omega_p = \omega$

$T_p = T$

houle synchrone $\begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \theta_0 \text{ est grand} \end{cases}$

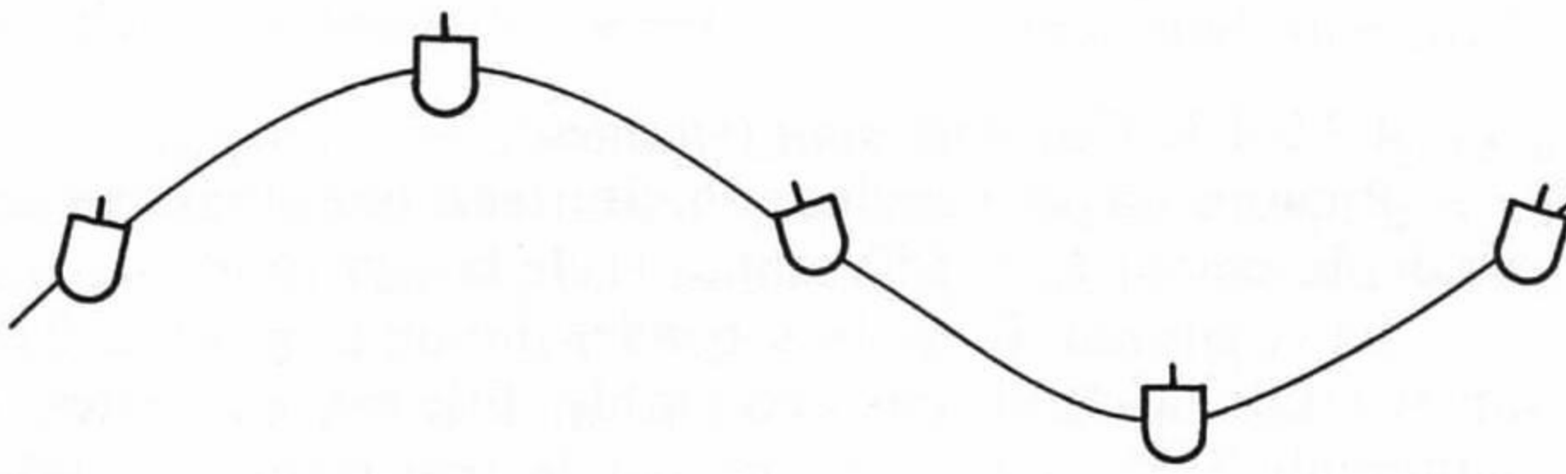


$\omega_p < \omega$

$T_p > T$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

cas où ω_p est petit et où $\begin{cases} \alpha \text{ voisin de } \pi \\ \theta_0 \text{ reste faible} \end{cases}$



$\begin{cases} \alpha = \text{déphasage du roulis sur la houle} \\ \theta_0 = \text{amplitude du roulis forcé} \end{cases}$

FIG. 75

4.3.2.4. Influence de la taille des navires sur leur comportement sur houle de travers

4.3.2.4.1. Nous avons vu, au chapitre 4.1.4, que nous pouvions prendre, approximativement, comme période propre de roulis d'un navire, la valeur :

$T_P = 0{,}75 \dfrac{l}{\sqrt{r - a}}$, T_P étant mesuré en secondes et $r - a$, comme la largeur l, en mètres.

La période T des houles les plus courantes étant comprise entre 6 et 10 secondes, on est conduit à avoir, pour éviter le roulis synchrone à forte amplitude :

soit $T_P < 6$ secondes ou $(r - a) > 0{,}016\ l^2$,
soit $T_P > 10$ secondes ou $(r - a) < 0{,}0056\ l^2$

Nous allons examiner, pour des navires de tailles différentes (1), si la seconde condition, qui procurera à la fois la douceur de roulis et une certaine stabilité de plateforme, peut bien être obtenue, ou dans la négative, quelles sont les conséquences à prévoir.

4.3.2.4.2. *Cas d'un grand bâtiment*

Supposons qu'il s'agisse d'un croiseur de déplacement $P = 10\,000$ tonnes et de 20 mètres de largeur.

La condition $T_P > 10$ secondes donne $(r - a) < 2{,}24$ mètres. Une telle condition est facile à obtenir car, pour respecter les critères de stabilité habituels, il suffira, généralement, d'avoir $(r - a) = 1{,}20$ mètre environ, ce qui est compatible avec les conditions d'emménagement des installations et procurera une période propre de roulis T_P confortable de 13 à 14 secondes.

Pour fixer les idées, nous remarquerons que cette valeur de $(r - a)$ conduira à un couple $\dfrac{P\,(r - a)}{57}$, nécessaire pour provoquer une gîte de 1°, de 210 m.t correspondant, concrètement, au passage de 140 hommes d'un bord à l'autre du bâtiment.

4.3.2.4.3. *Cas d'un petit bâtiment*

Prenons un petit chalutier hauturier d'une vingtaine de mètres de longueur, de déplacement $P = 150$ tonnes et de largeur 6 m.

La condition $T_P > 10$ secondes donne $(r - a) < 0{,}20$ mètre. Une valeur aussi faible ne serait pas acceptable. Elle est, de toutes façons, inférieure au minimum (0,35 mètre) imposé par la réglementation pour ce type de navire mais on peut observer qu'elle conduirait, en pratique, à des gîtes trop importantes en service puisque le passage des 7 hommes d'équipage d'un bord à l'autre du navire entraînerait une variation d'inclinaison supérieure à 6°, c'est-à-dire manifestement excessive.

---

(1) Les calculs ci-après qui correspondent à des types d'estimation qu'il faut parfois effectuer mentalement, sont plus commodes en utilisant les unités traditionnelles.

Il faut donc, pour éviter le synchronisme, accepter la condition :

$$T_P < 6 \text{ secondes soit } (r - a) > 0{,}58 \text{ mètre.}$$

Effectivement, on aura souvent, pour un tel chalutier, $(r - a) = 0{,}70$ mètre correspondant à un moment inclinant $\frac{P\,(r - a)}{57}$ de 1,8 m.t pour produire une gîte de 1° soit, encore, au passage de 4 hommes d'un bord à l'autre du chalutier.

La période propre de roulis du navire sera de l'ordre de 5 secondes, ce qui entraînera des rappels assez durs.

4.3.2.4.4. *Cas d'un navire de taille intermédiaire*

Nous considérons un navire de guerre du type Escorteur d'un déplacement $P = 1\,000$ tonnes et d'une largeur $l = 10$ mètres.

La condition $T_P > 10$ secondes donne cette fois $(r - a) < 0{,}56$ mètre valeur encore insuffisante, le plus souvent, pour respecter les critères de stabilité habituels. Elle n'est donc pas admissible.

La condition $T_P < 6$ secondes conduit à $(r - a) > 1{,}6$ mètre. Elle est pratiquement irréalisable pour ce type de navire compte tenu des données de programme et des sujétions qui en résultent pour l'établissement du projet.

On sera donc amené à accepter une valeur de $(r - a)$ de l'ordre du mètre, conduisant à une période propre située dans la plage (6 secondes − 10 secondes) des périodes de la houle courante et comportant donc un risque sérieux de synchronisme.

La stabilité de plateforme sera médiocre. Pour limiter l'amplitude du roulis on s'attachera à accroître l'amortissement, et les quilles de roulis (cf. 4.5.3. ci-après) seront particulièrement utiles. Il y aura lieu de vérifier soigneusement les critères de stabilité et il faudra admettre certaines contraintes, concernant la route et la vitesse, par mer spécialement défavorable.

4.3.3. Stabilité dynamique sur houle de travers

4.3.3.1. Supposons que le navire, roulant sur houle de travers, soit soumis à un couple inclinant extérieur supplémentaire M qui sera généralement fonction de la gîte θ , comme celui qui résulte, par exemple, de l'action d'un vent de travers sur les superstructures et qui est de la forme $M = k \cos^2\theta$.

L'équation générale du roulis amorti sur houle s'écrit alors ici (cf. paragraphe 4.3.2.1.2) :

$$A\theta'' = M - P.GE \sin(\theta - \varphi) - B_1\theta'$$

Nous poserons alors, arbitrairement et en première approximation :

$$P.GE \sin(\theta - \varphi) = P\,(h - a) \sin\theta - C_H$$

en appelant C_H le couple inclinant dû à la houle et supposé fonction, seulement, de φ.

L'équation générale du mouvement devient :

$$A\theta'' + P\,(h - a)\sin\theta = M + C_H - B_1\theta'$$

Multiplions les deux membres de cette équation par $\mathrm{d}\theta = \theta'\,\mathrm{d}t$ et intégrons de θ_0 à θ, inclinaisons pour lesquelles la vitesse angulaire θ' a pour valeur respectivement θ'_0 et θ'. Il vient :

$$\frac{A}{2}(\theta'^2 - \theta_0'^2) + \int_{\theta_0}^{\theta} P\,(h - a)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} M\mathrm{d}\theta + \int_{\theta_0}^{\theta} C_H\mathrm{d}\theta - \int_{\theta_0}^{\theta} B_1\theta'\mathrm{d}\theta$$

C'est le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la rotation relative du navire autour de Gx : *l'accroissement de l'énergie cinétique de* θ_0 à θ *est égal à la somme des travaux des couples appliqués au navire de* θ_0 à θ.

4.3.3.2. L'intégrale $-\int_{\theta_0}^{\theta} B_1\,\theta'\,\mathrm{d}\theta$ représente le travail des forces d'amortissement. S'agissant d'un phénomène ayant le caractère d'un frottement, ce travail est toujours négatif, quelle que soit l'expression mathématique choisie pour le couple d'amortissement. Il tend donc toujours à réduire l'énergie cinétique et agit, en conséquence, dans le sens de la sécurité pour l'objet qui nous intéresse actuellement. Sa valeur étant, comme on l'a vu, relativement faible, nous le négligerons dans tout ce qui suit.

4.3.3.3. L'intégrale $\int_{\theta_0}^{\theta} P\,(h - a)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$ représente l'aire située sous la courbe de stabilité, établie en Statique du Navire, entre les points d'abscisse θ_0 et θ, et qui est hachurée sur la courbe représentée sur la figure 76.

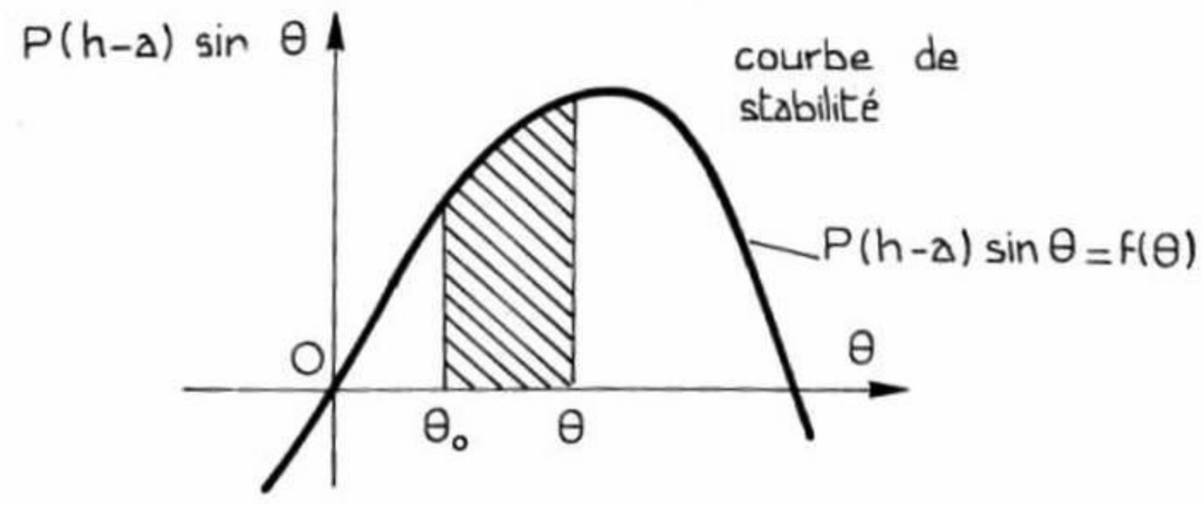


FIG. 76

4.3.3.4. Supposons d'abord que le couple extérieur supplémentaire M soit nul. Sous l'action de la houle le navire roule entre les angles $-\theta_H$ et $+\theta_H$ pour

lesquels la vitesse angulaire θ' s'annule. L'expression mathématique ci-dessus du théorème de l'énergie cinétique se réduit donc à :

$$\int_{-\theta_H}^{+\theta_H} P\,(h - a) \sin\theta \,\mathrm{d}\theta = \int_{-\theta_H}^{+\theta_H} C_H \mathrm{d}\theta$$

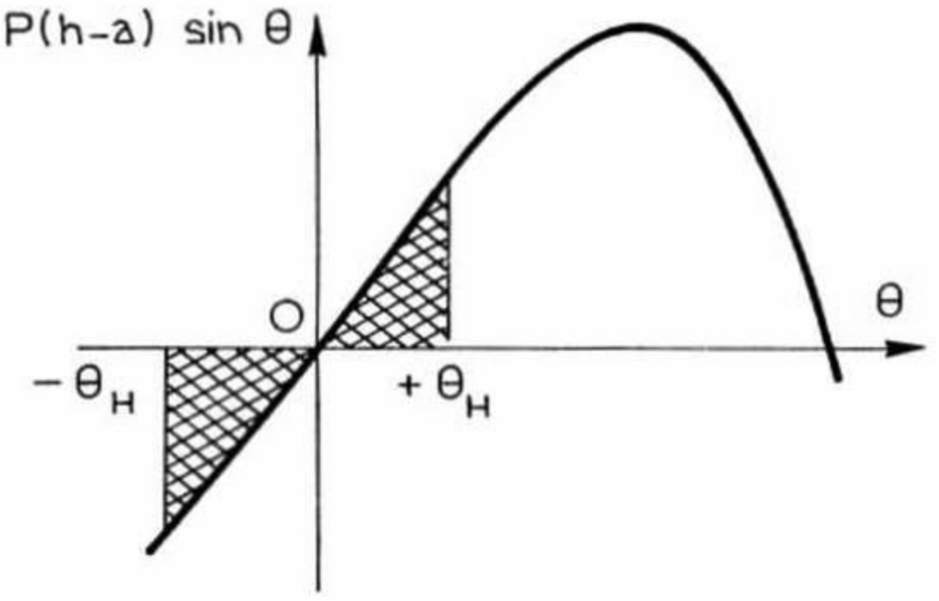


FIG. 77

Il en résulte que la partie doublement hachurée située sous la courbe de stabilité représentée sur la figure 77 et comprise entre $-\theta_H$ et $+\theta_H$ sert uniquement à annuler le travail du couple inclinant C_H dû à la houle et n'est donc pas utilisable pour s'opposer à un autre couple inclinant extérieur, tel que M.

4.3.3.5. Appliquons maintenant, brusquement, ce couple M, supposé positif, à partir de l'angle $-\theta_H$, puisqu'à ce moment $\theta' = 0$ et qu'il agit dans le sens du redressement du navire à partir de $-\theta_H$. Il conduira donc à l'inclinaison maximum du côté des θ positifs.

Quand le navire atteint une inclinaison θ_1 pour laquelle la vitesse angulaire est θ'_1 on peut écrire :

$$\frac{A}{2}\theta_1'^2 + \int_{-\theta_H}^{\theta_1} P\,(h - a) \sin\theta.\mathrm{d}\theta = \int_{-\theta_H}^{\theta_1} M\mathrm{d}\theta + \int_{-\theta_H}^{\theta_1} C_H \mathrm{d}\theta$$

c'est-à-dire, compte tenu de l'égalité établie ci-dessus dans la cas où $M = 0$:

$$\frac{A}{2}\theta_1'^2 + \int_{+\theta_H}^{\theta_1} P\,(h - a) \sin\theta.\mathrm{d}\theta = \int_{-\theta_H}^{\theta_1} M\,\mathrm{d}\theta + \int_{+\theta_H}^{\theta_1} C_H \mathrm{d}\theta.$$

Quand le navire atteint l'inclinaison maximum θ_D, ou *inclinaison dynamique* sous l'effet de M (1), on doit avoir $\theta'_D = 0$ et :

$$\int_{+\theta_H}^{\theta_D} P\,(h - a) \sin\theta.\mathrm{d}\theta = \int_{-\theta_H}^{\theta_D} M\mathrm{d}\theta + \int_{+\theta_H}^{\theta_D} C_H \mathrm{d}\theta$$

---

(1) Cet angle θ_D est supposé inférieur à l'angle θ_I de la figure 78 qui correspondrait au chavirement dynamique dans la situation envisagée.

M étant supposé positif, θ_D est supérieur à θ_H. Nous pouvons également admettre que θ_D est supérieur à la pente maximum de la houle φ_0 qui ne dépasse pas, normalement, 9 à 10°. Dans ces conditions nous pouvons considérer que le couple C_H, que nous avons supposé, plus haut, fonction seulement de φ en première approximation, se présente, au-delà de θ_H (ou de φ_0 si $\theta_H < \varphi_0$), comme un terme correctif de faible valeur et ayant le caractère d'un couple de redressement.

$\int_{+\theta_H}^{\theta_D} C_H \mathrm{d}\theta$ a donc une valeur négative et nous allons dans le sens de la sécurité en la négligeant.

L'angle d'inclinaison dynamique θ_D est alors déterminé par l'égalité :

$$\int_{+\theta_H}^{\theta_D} P\,(h - a) \sin\theta.\mathrm{d}\theta = \int_{-\theta_H}^{\theta_D} M\mathrm{d}\theta$$

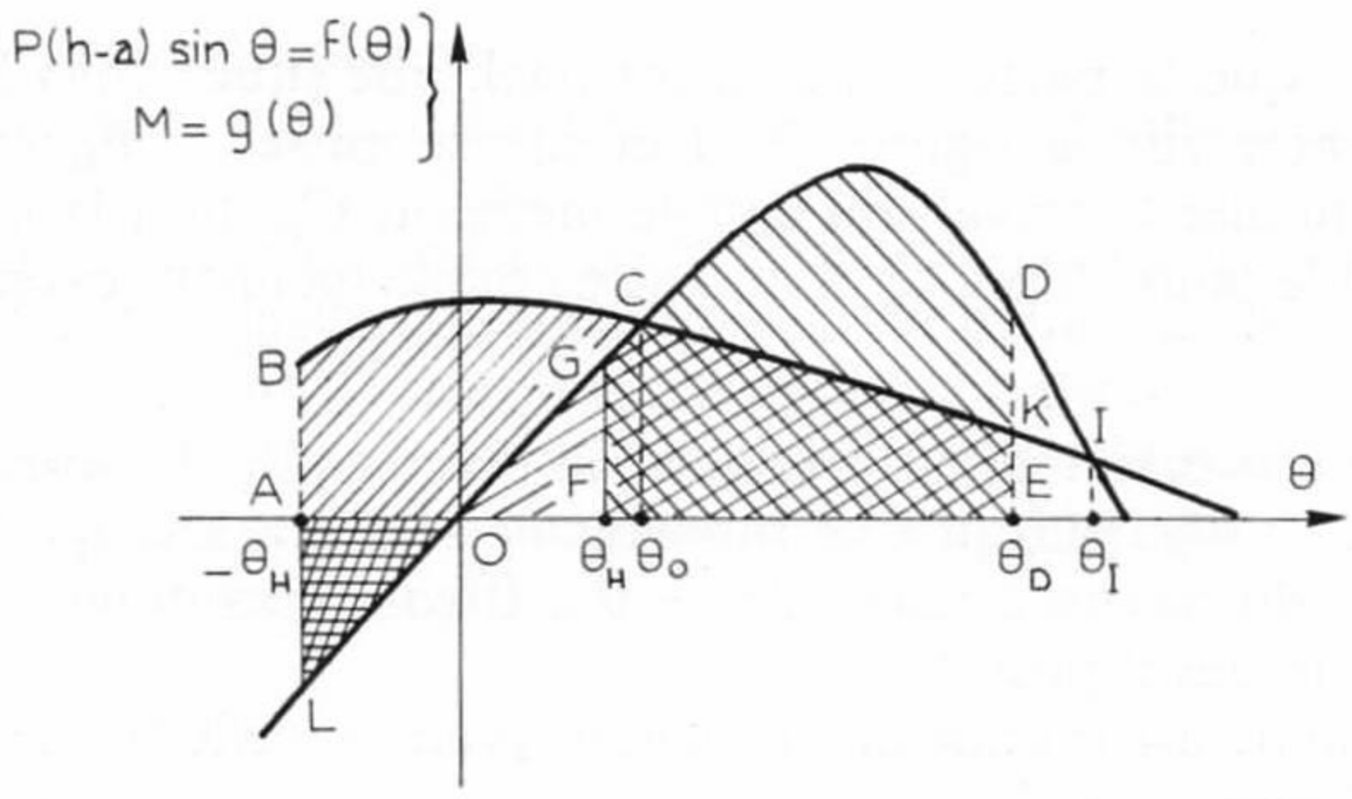


FIG. 78

En représentant sur le même graphique la courbe de stabilité

$$P\,(h - a) \sin\theta = f(\theta)$$

et la courbe du moment inclinant, $M = g(\theta)$, l'angle θ_D est tel que l'on ait : (cf. figure 78)

$$\text{aire } FGCDE = \text{aire } ABCKE$$

soit encore, puisque la surface $FGCKE$ est commune aux deux aires :

$$\text{aire } CDK = \text{aire } ABCGF.$$

Si θ_0 est l'inclinaison correspondant au point d'intersection C des deux courbes, le navire tendra ensuite à rouler entre $\theta_0 - \theta_H$ et $\theta_0 + \theta_H$ si le couple M lui reste appliqué.

En pratique, comme la houle n'est jamais régulière par vent fort, il pourra arriver que la distance entre deux crêtes varie et déphase brusquement le roulis par rapport à la houle. Pour calculer θ_D on incluera donc, dans le travail du couple M, l'aire ALO correspondant au couple C_H et on écrira :

$$\boxed{\text{aire } CDK = \text{aire } OLABCGF}$$

ce qui va, encore, dans le sens de la sécurité.

4.4. FORCES D'INERTIE RÉSULTANT DU ROULIS SUR HOULE DE TRAVERS

4.4.1. Généralités

Un objet de masse m fixé au navire est soumis à son poids $m\vec{g}$ et à des forces de liaison avec le navire, telles que traction de câbles, efforts dans les boulons de fixation ou dans les soudures d'attache, etc. dont la résultante est une force $\vec{F}$ que nous considérons appliquée au centre de gravité de cet objet. Si nous appelons $\vec{\gamma}$ l'accélération de ce même centre de gravité dans son mouvement par rapport à des axes $OXYZ$ fixes dans l'espace (qui résulte du mouvement du navire) nous pouvons écrire :

$$m\vec{\gamma} = m\vec{g} + \vec{F}$$

c'est-à-dire

$$-\vec{F} = m(\vec{g} - \vec{\gamma})$$

$-\vec{F}$, qui représente l'effort exercé par l'objet sur son attache au navire, est donc égale au poids apparent $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ de l'objet dans son mouvement lié à celui du navire.

Dans ce poids apparent, $m(\vec{g} - \vec{\gamma}) = m\vec{g} - m\vec{\gamma}$, la grandeur vectorielle $-m\vec{\gamma}$ est appelée *force d'inertie* dans le mouvement considéré. Cette force d'inertie s'ajoute donc au poids de l'objet fixé au navire et sa connaissance est très importante pour calculer l'attache si sa valeur n'est pas négligeable relativement au poids de cet objet.

Dans tout ce qui suit nous évaluerons donc la valeur numérique de l'accélération du mouvement d'un point déterminé du navire en fonction de la valeur numérique g de l'accélération de la pesanteur.

Enfin, compte tenu de la décomposition du mouvement du navire (cf. paragraphe 4.3.1.5.) en une *translation d'entraînement* du trièdre $GX_1Y_1Z_1$ et une *rotation relative* du trièdre $Gxyz$ lié au navire autour de Gx confondu avec GX_1, nous pouvons écrire (1) dans ce cas particulier :

$$\vec{\gamma} = \overrightarrow{\gamma_G} + \overrightarrow{\gamma_R},$$

---

(1) Cette relation n'est exacte qu'en raison du fait que le mouvement d'entraînement considéré ici est une translation.

$\overrightarrow{\gamma_G}$ étant *l'accélération d'entraînement*, égale à celle du centre de gravité G du navire dans son mouvement orbital, et $\overrightarrow{\gamma_R}$ *l'accélération relative* du point considéré du navire dans le roulis autour de Gx. L'étude des forces d'inertie au roulis va donc se ramener à celle de ces deux composantes de l'accélération.

4.4.2. Accélération d'entraînement $\overrightarrow{\gamma_G}$

4.4.2.1. On sait que le centre de gravité G décrit un cercle situé dans un plan vertical perpendiculaire aux ondulations de la houle et de rayon r_C égal à celui du cercle décrit par le centre de carène C. Cette trajectoire circulaire est parcourue à la vitesse angulaire constante ω_H du mouvement orbital de la houle. On a vu que r_c était un peu inférieur au rayon $r = \dfrac{H}{2}$ de l'orbite d'un point de la surface de la mer, H étant le creux de la houle.

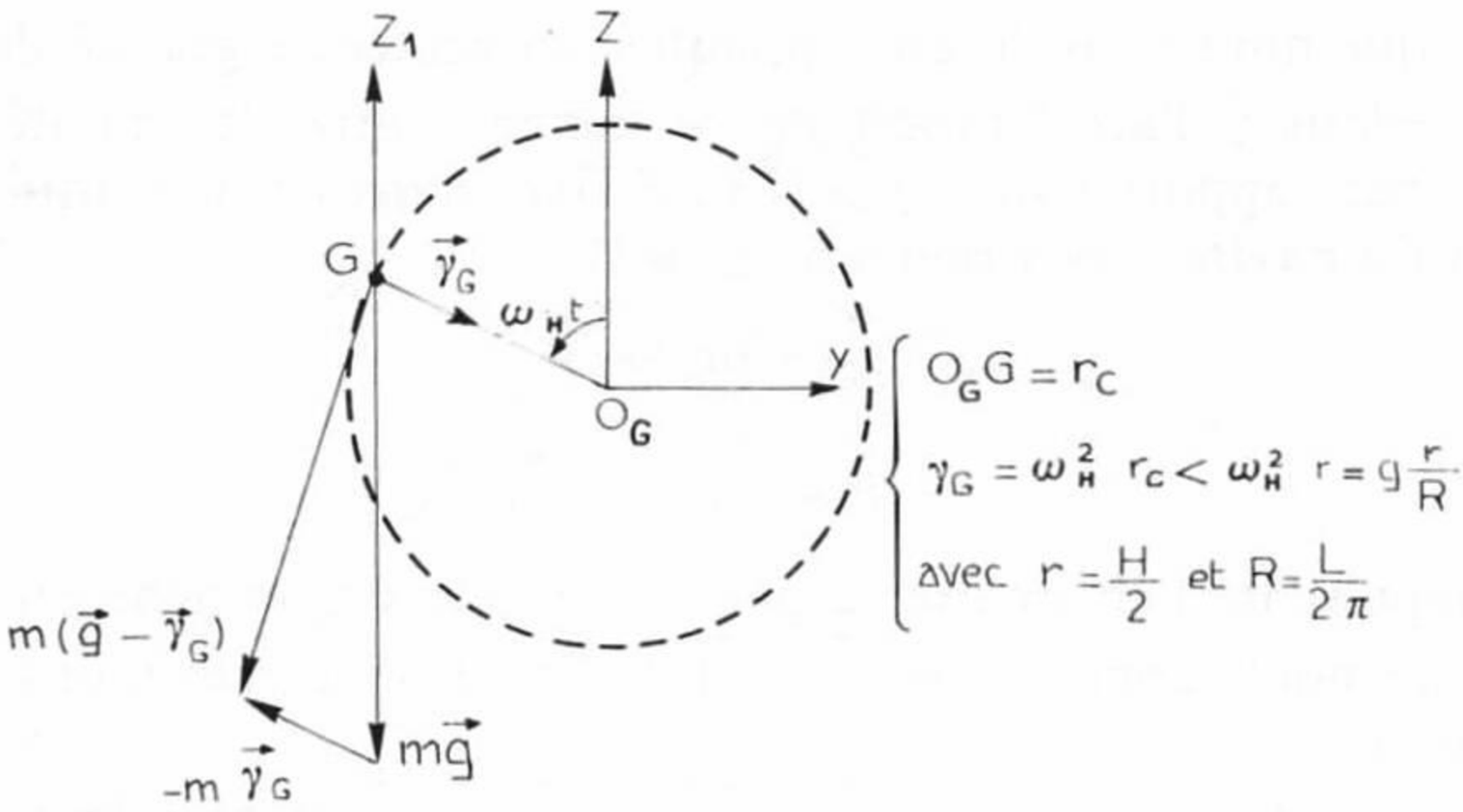


FIG. 79

O_G étant le centre de l'orbite de G, l'accélération $\overrightarrow{\gamma_G}$ est, à un instant donné, dirigée suivant le rayon $O_G G$, orientée de G vers O_G et de valeur numérique $\omega_H^2 r_c$ c'est-à-dire un peu inférieure à $g\dfrac{r}{R}$ compte tenu de la relation : $\omega_H^2 = \dfrac{g}{R}$ (cf. paragraphe 4.2.2.3).

On a vu au paragraphe 4.2.2.5 que la valeur du rapport $\dfrac{r}{R}$ du rayon de l'orbite de surface au rayon du cercle de roulement ne dépassait généralement pas 0,1 à 0,15. On peut ainsi considérer que la valeur numérique de $\overrightarrow{\gamma_G}$ ne dépassera guère 0,1 g. Elle est donc peu importante.

4.4.2.2. L'accélération d'entraînement a la même valeur $\vec{\gamma_G}$ en tout point du navire.

Au centre de gravité G du navire, l'accélération relative $\vec{\gamma_R}$ est nulle par définition. G est donc le point le plus tranquille du navire au roulis et la valeur numérique de l'accélération apparente de la pesanteur y varie, approximativement, entre 0,9 g sur crête et 1,1 g sur creux de houle régulière de travers.

Dans l'hypothèse du roulis pur autour de l'axe Gx, horizontal et d'orientation fixe dans l'espace, tous les points de Gx ont la même accélération que G puisque $\vec{\gamma_R}$ y est également nul.

4.4.3. Accélération relative $\vec{\gamma_R}$

4.4.3.1. Dans le roulis d'angle $\theta = \theta_0 \sin \omega t$ autour de l'axe Gx, un point quelconque A du navire décrit, dans le plan perpendiculaire à Gx et passant par A un arc de cercle $\overset{\frown}{A_1A_2}$ de demi angle au centre θ_0, de part et d'autre de la position moyenne A_0 de ce point A qui correspond à la situation droite du navire.

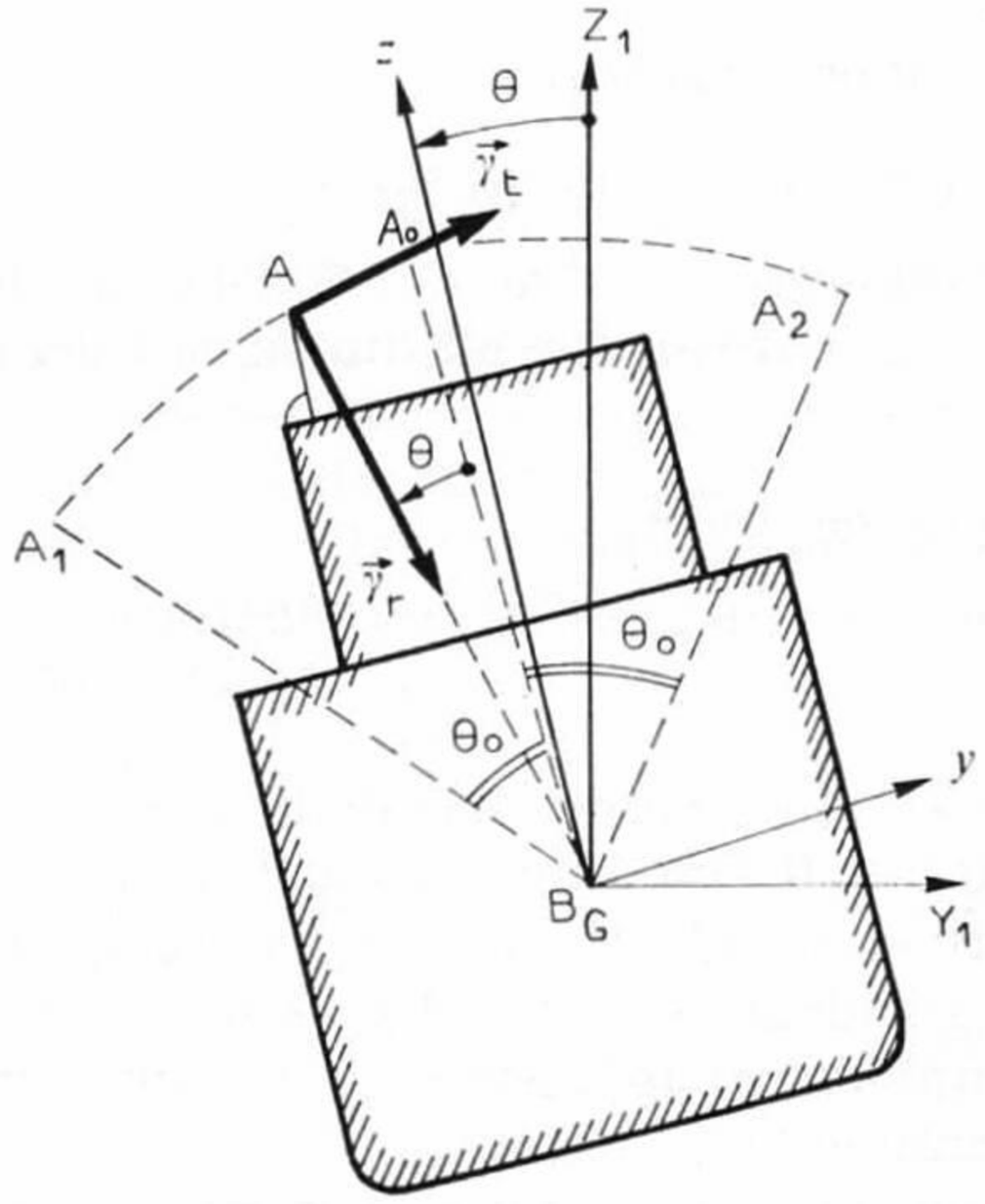


FIG. 80

On sait que l'accélération relative $\vec{\gamma_R}$ de A dans ce mouvement (1) est la résultante :

– d'une *composante tangentielle* $\vec{\gamma_t}$, tangente en A à la trajectoire de ce point, de valeur $\gamma_t = \theta'' l$, si l est la longueur de la perpendiculaire abaissée de

(1) Cf. paragraphe 1.9.3.

A en B, sur l'axe Gx, et, enfin, dont l'orientation, qui se déduit du signe de θ'', est telle que $\vec{\gamma_t}$ soit dirigée vers A_0;

— d'une *composante radiale* $\vec{\gamma_r}$, orientée suivant le rayon AB, dirigée vers B, donc vers l'axe Gx et de valeur : $\gamma_r = \theta'^2\, l$.

En résumé on a donc :

$$\vec{\gamma_R} = \vec{\gamma_t} + \vec{\gamma_r} \text{ avec } \begin{cases} \gamma_t = \theta'' l \\ \gamma_r = \theta'^2 l \end{cases}$$

Comme $\theta = \theta_0 \sin \omega t$, la pulsation ω est,

soit $\omega_P = \dfrac{2\pi}{T_P}$ avec $T_P =$ période propre du navire s'il s'agit du roulis propre,

soit $\omega_H = \dfrac{2\pi}{T_H}$ avec $T_H =$ période de la houle s'il s'agit d'un roulis forcé.

4.4.3.2. On obtient donc les valeurs suivantes :

4.4.3.2.1. *Accélération tangentielle :*

$$\gamma_t = \theta'' l = -\omega^2 \theta_0 l \sin \omega t = -\omega^2 \theta l.$$

Elle est proportionnelle à l'inclinaison θ, s'annule donc quand le navire passe en situation droite et atteint son maximum en valeur absolue $\omega^2 \theta_0 l$ pour l'inclinaison maximum $\theta = \pm \theta_0$.

4.4.3.2.2. *Accélération radiale*

$$\gamma_r = \theta'^2 l = \omega^2 \theta_0^2 l \cos^2 \omega t = \omega^2 \theta_0^2 l\,(1 - \sin^2 \omega t)$$
$$= \omega^2 l\,(\theta_0^2 - \theta^2).$$

Elle s'annule pour l'inclinaison maximum $\theta = \pm \theta_0$ et passe par un maximum $\omega^2 \theta_0^2 l$ pour $\theta = 0$ c'est-à-dire quand le navire est en situation droite.

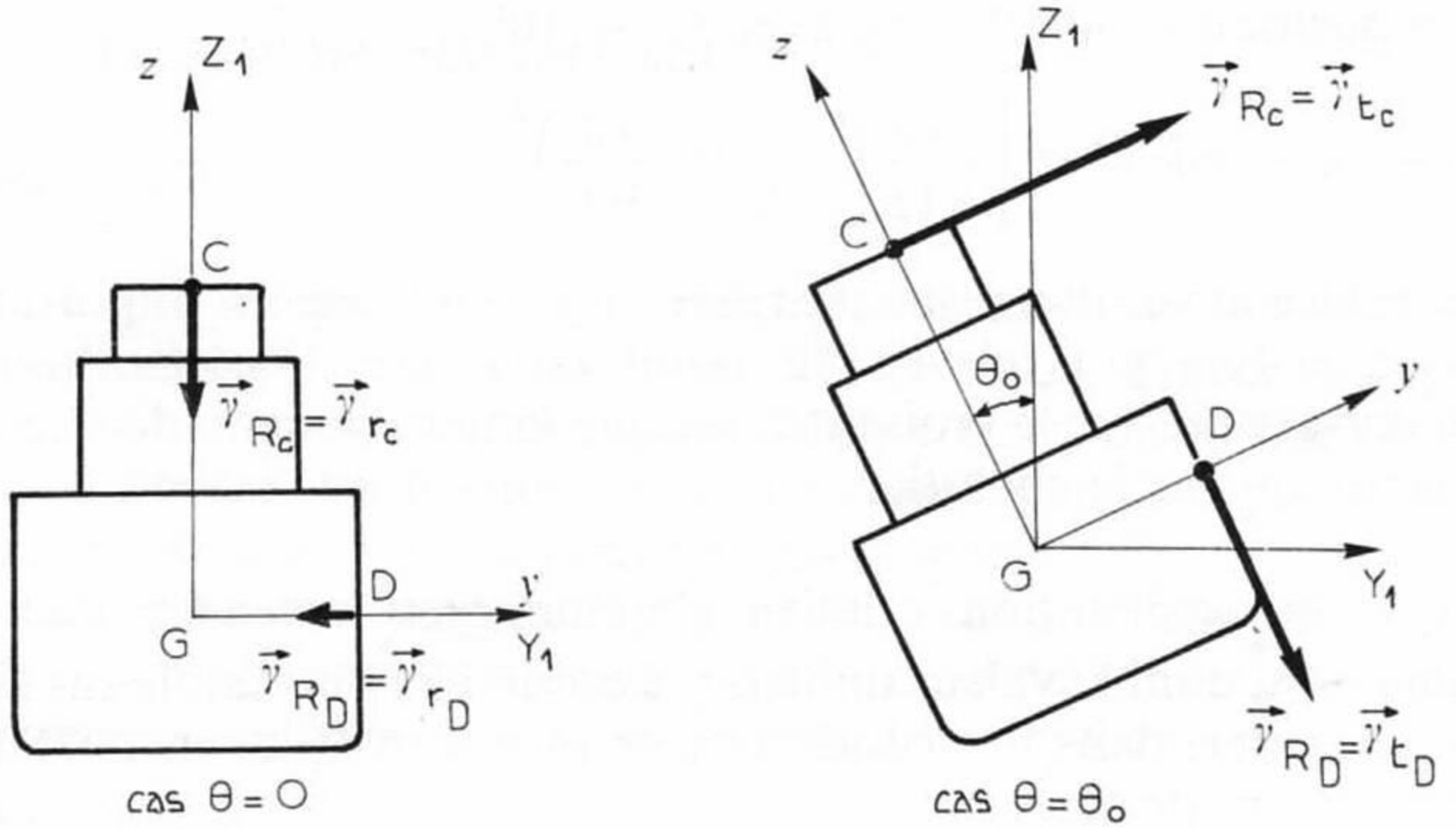
Comme θ_0, exprimé en radian, est toujours pratiquement inférieur à 1, et plutôt de l'ordre de grandeur de 0,25 radian, l'accélération radiale maximum est généralement sensiblement inférieure, en valeur numérique, à la valeur maximum de l'accélération tangentielle.

Pour un roulis d'amplitude 10 *à* 15 *degrés* on aura donc approximativement, en un même point :

$$\gamma_r \text{ maximum} \simeq \frac{1}{4}\, \gamma_t \text{ maximum}.$$

4.4.3.3. On aboutit, en définitive, aux situations représentées sur la figure 81.

4.4.3.4. Nous pouvons nous proposer maintenant de calculer l'ordre de grandeur des accélérations relatives en cause.



Nota important : Les forces d'inertie $-\overrightarrow{m\gamma_R}$ sont dirigées à l'opposé des accélérations relatives représentées sur les figures ci-dessus.

FIG. 81

4.4.3.4.1. Prenons d'abord le chalutier de déplacement 150 tonnes déjà étudié plus haut et supposons qu'il roule, avec une amplitude $\theta_0 = 20$ degrés de chaque bord, à sa période propre $T_P = 5$ secondes (cf. paragraphe 4.3.2.4.).

En un point situé au-dessus de l'abri de navigation, c'est-à-dire approximativement à 5 mètres au-dessus de l'horizontale du centre de gravité, nous enregistrerons les accélérations relatives maxima suivantes :

– A l'inclinaison maximum $\theta = \theta_0 = 20°$:

$$\gamma_R = \gamma_t = \omega_P^2 \theta_0 l = \left[\left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 . 20 . \frac{2\pi}{360} . 5\right] . \frac{g}{9{,}81} = 0{,}28 \text{ g}$$

– En position droite $\theta = 0$, toujours avec $\theta_0 = 20°$:

$$\gamma_R = \gamma_r = \omega_P^2 \theta_0^2 l = \left[\left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 . \left(20 \frac{2\pi}{360}\right)^2 . 5\right] . \frac{g}{9{,}81} = 0{,}1 \text{ g}$$

4.4.3.4.2. Supposons maintenant que le croiseur de déplacement 10 000 tonnes considéré également plus haut soit placé dans une situation de mer telle qu'il roule avec une amplitude $\theta_0 = 10$ degrés de chaque bord et toujours à sa période propre qui est, cette fois, $T_P = 13$ secondes.

En un point situé toujours au-dessus de l'abri de navigation, c'est-à-dire, cette fois, à 20 mètres au-dessus de l'horizontale du centre de gravité, les valeurs maxima de l'accélération relative seront les suivantes :

– A l'inclinaison maximum $\theta = \theta_0 = 10°$:

$$\gamma_R = \gamma_t = \omega_P^2 \theta_0 l = \left[\left(\frac{2\pi}{13}\right)^2 . 10 . \frac{2\pi}{360} . 20\right] . \frac{g}{9{,}81} = 0{,}083 \text{ g}$$

– En position droite $\theta = 0$, avec $\theta_0 = 10°$:

$$\gamma_R = \gamma_r = \omega_P^2 \theta_0^2 l = \left[\left(\frac{2\pi}{13}\right)^2 . \left(10 . \frac{2\pi}{360}\right)^2 . 20\right] . \frac{g}{9{,}81} = 0{,}015 \text{ g}$$

On constate ainsi que, pour un roulis déjà relativement important et une hauteur quatre fois plus élevée du point considéré, l'accélération relative maximum enregistrée sur le croiseur n'est que le tiers environ de l'accélération relative maximum sur le chalutier.

4.4.3.5. A cette accélération relative s'ajoute bien entendu, l'accélération d'entraînement $\vec{\gamma_G}$ dont la valeur numérique est un peu plus faible sur le croiseur que sur le chalutier, dans des conditions de mer identique, en raison du plus grand enfoncement de son centre de carène sous la flottaison, mais dont on vu que la valeur numérique ne dépasse pratiquement pas 0,1 g, même en surface, sur houle régulière.

4.4.4. Poids apparent $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ en un point A à l'instant t

La figure 82 montre, à titre d'exemple, la détermination du poids apparent d'une masse $m = 1$ située dans la mâture d'un navire de petite taille supposé soumis à un roulis en phase avec la houle, à un instant donné de ce mouvement.

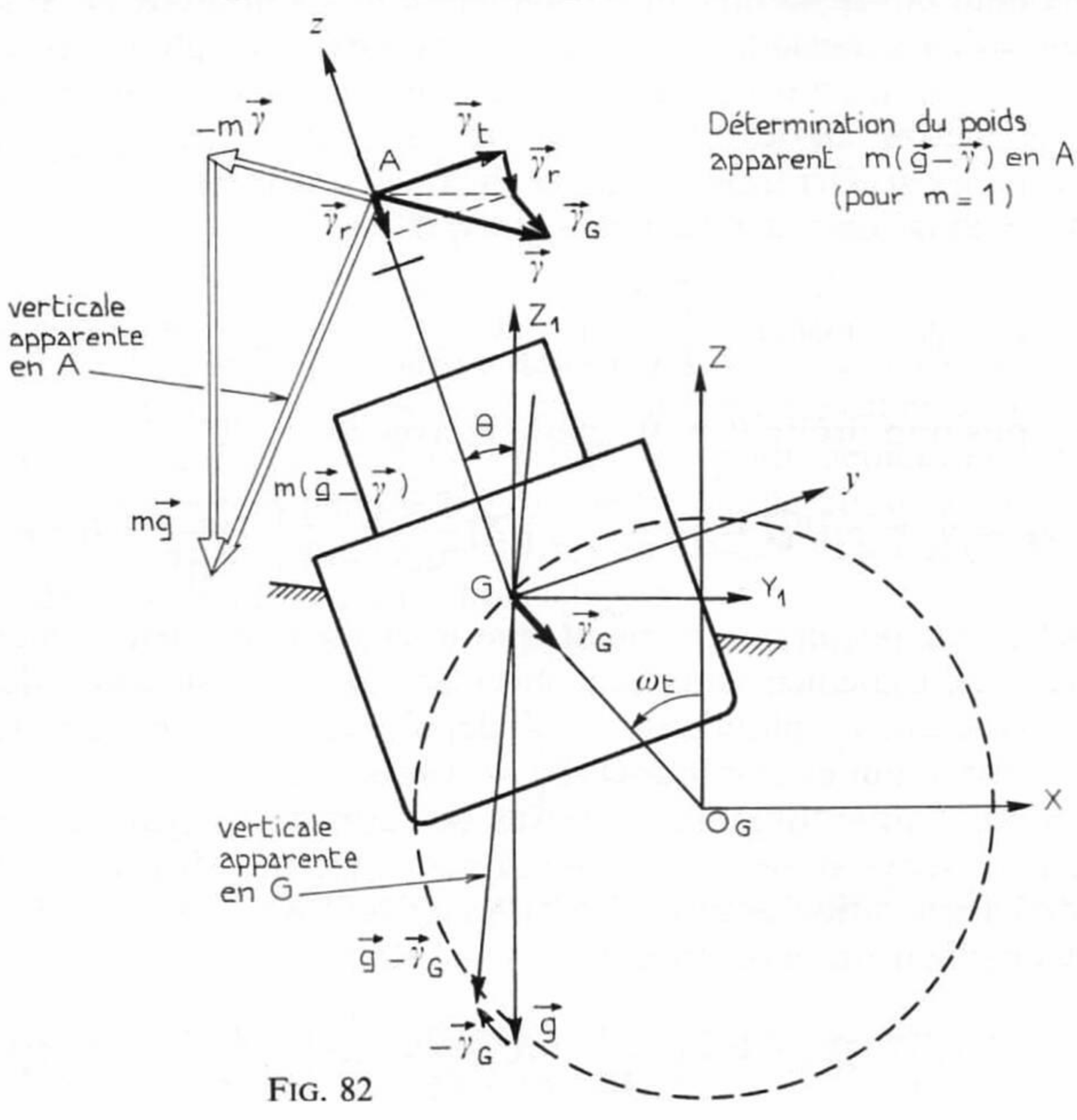


FIG. 82

4.5. STABILISATION DES NAVIRES SOUMIS AU ROULIS

4.5.1. Généralités

4.5.1.1. De tous les mouvements de plate-forme auxquels est soumis le navire le roulis est celui qui, dans l'ensemble, crée le moins d'inconvénients sauf s'il conduit à des inclinaisons importantes. Mais c'est également le mouvement le plus facile à limiter. En pratique c'est donc seulement à l'égard du roulis que l'on cherche à stabiliser les navires (cf. paragaphe 4.6.7).

La réduction de l'amplitude du roulis vise à améliorer le confort des passagers et de l'équipage et à faciliter la mise en œuvre de certaines installations particulièrement sensibles aux mouvements de plate-forme.

4.5.1.2. On peut classer les dispositifs anti-roulis en deux grandes catégories, les systèmes passifs qui ne nécessitent pas d'apport d'énergie et les systèmes actifs qui utilisent, au contraire, de l'énergie extérieure judicieusement mise an œuvre.

4.5.1.3. Parmi les *systèmes passifs,* certains d'entre eux se bornent à accroître l'amortissement du roulis mais d'autres visent à mettre en œuvre, face au couple inclinant de la houle, un couple antagoniste, en jouant sur un remplissage variable et différent de deux groupes de citernes latérales à babord et à tribord appelées *citernes passives*. Ces deux groupes de citernes communiquent soit directement avec la mer soit entre elles par un conduit intérieur (citernes de Frahm). Les sections de remplissage sont organisées pour créer un déphasage convenable de ce remplissage par rapport au niveau de la mer en abord de la citerne considérée.

4.5.1.4. Les systèmes actifs créent le couple antagoniste en assurant un déplacement de poids par des moyens mécaniques commandés ou en orientant convenablement des safrans disposés en abord de la carène.

4.5.1.5. Dans ce qui suit nous nous bornerons à étudier les systèmes de stabilisation actifs qui sont, de loin, les plus utilisés, ainsi que le dispositif anti-roulis passif particulièrement simple que constituent les quilles de roulis.

4.5.2. Installations de stabilisation actives

4.5.2.1. On a vu, lors de l'étude de la stabilité dynamique sur houle (cf. 4.3.3.1), que l'équation du roulis d'un navire, soumis par ailleurs à l'action d'un couple inclinant supplémentaire M, pouvait se mettre sous la forme :

$$A\theta'' + B_1\theta' + P\,(h - a)\sin\theta = C_H + M$$

Une installation de stabilisation active est conçue pour créer un couple M tel qu'à chaque instant : $\boxed{C_H + M = 0}$, C_H étant le couple inclinant dû à la houle.

Dans ces conditions le roulis est bien supprimé puisqu'une inclinaison θ constamment nulle donne $\theta' = 0$ et $\theta''_0 = 0$ et vérifie donc bien l'équation du mouvement.

4.5.2.2. L'installation anti-roulis active comprendra donc, d'abord, un système de détection mesurant, en principe, la valeur instantanée de C_H mais, en fait, θ, θ' et même θ''.

Le système de détection est relié, par l'intermédiaire d'un ensemble de calcul et d'une installation de télécommande, aux organes mécaniques produisant le couple M.

4.5.2.3. Lorsqu'il s'agit de stabiliser un navire en route libre, M est produit par une ou plusieurs paires de *safrans* analogues à celui d'un gouvernail, mais *orientables*, cette fois, *autour d'un axe transversal* de façon à produire, compte tenu de la vitesse relative de l'eau, un effort vertical sur chaque safran. La manœuvre de ceux-ci est conjuguée, en sens inverse d'un bord par rapport à l'autre, de telle sorte qu'il en résulte un couple orienté suivant l'axe de roulis Gx.

En première approximation ce couple M est alors proportionnel à la surface des safrans, au carré de la vitesse de route du navire et à l'angle d'incidence i des safrans par rapport à la vitesse relative de l'eau.

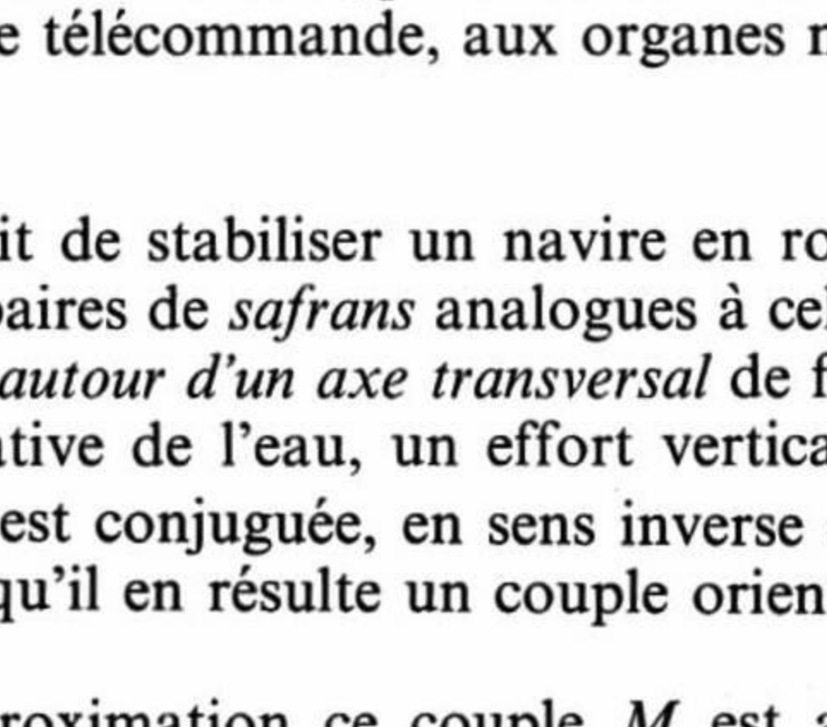


FIG. 83

Pour limiter les risques de détérioration lors des manœuvres de port, et pour réduire la résistance à la marche par beau temps, lorsque l'installation de stabilisation n'est pas utilisée, les safrans sont généralement rétractables à l'intérieur de la coque.

4.5.2.4. Mais, dans certains cas, il peut être nécessaire de stabiliser un navire à l'arrêt. Ce sera le cas, par exemple, pour un navire atelier prévu pour opérer au mouillage, dans une rade foraine ouverte à la houle. M est alors produit par un système utilisant des *citernes actives*. Deux citernes sont disposées symétriquement, à babord et à tribord et reliées par un conduit de grande section. Une masse d'eau déterminée est alors déplacée d'une citerne à l'autre sous l'action soit d'une surpression d'air comprimé dans l'une des citernes, soit de pompes, soit encore du déplacement d'un opercule dans le conduit reliant les deux citernes suivant le principe représenté sur la figure 84.

Pour stabiliser un navire de déplacement 10 000 tonnes il pourra être nécessaire de déplacer une masse d'eau d'une cinquantaine de tonnes, ce qui conduira à utiliser, au total, une quantité d'eau dix fois supérieure. La vitesse des opercules devra être de l'ordre du mètre par seconde.

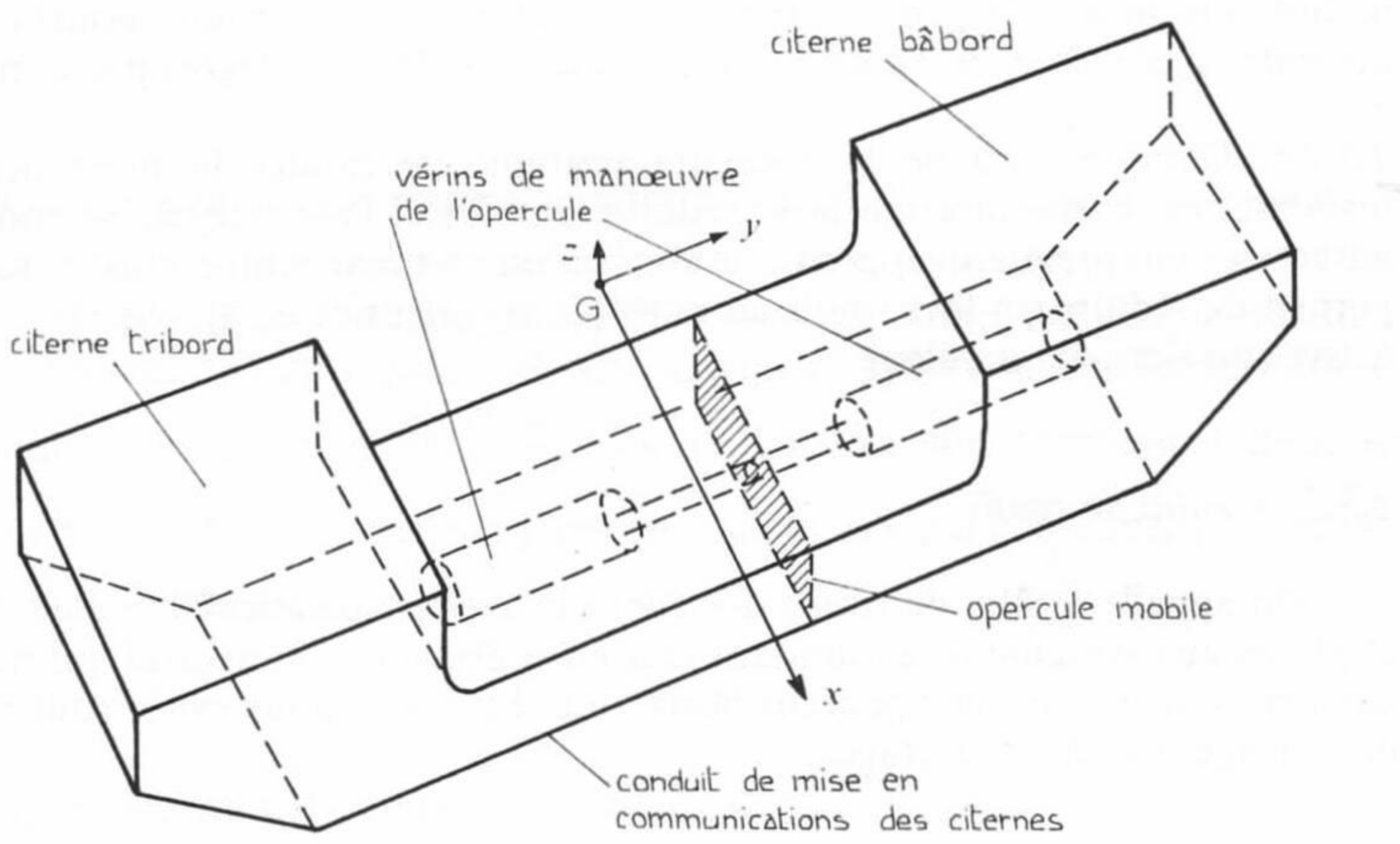


FIG. 84

4.5.2.5. Dans l'équation du roulis sur houle rappelée plus haut le couple inclinant dû à la houle, C_H, peut, en première approximation, être mis sous la forme $C_H = P\,(r - a)\,\varphi$, où φ est la pente de la houle, à l'instant t, par rapport à l'horizontale réelle. On a vu, par ailleurs, que :

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega t.$$

Comme on cherche à réaliser $C_H + M = 0$, on voit que la valeur maximum du couple antagoniste à mettre en œuvre sera :

$$M_0 = P\,(r - a)\,\varphi_0.$$

Ce couple M_0 est donc proportionnel à la pente maximum φ_0 de la houle et non pas à l'amplitude θ_0 du roulis que l'on cherche à supprimer. La puissance d'une installation de stabilisation sera donc fonction de la pente maximum φ_0 admise pour la houle. On a vu que, pour les houles régulières, les plus fortes pentes φ_0 pouvaient varier entre 6 et exceptionnellement 9°.

Tant que le navire rencontrera des houles de pente maximum φ_0 inférieure à la valeur maximum α_0 pour laquelle l'installation a été conçue, par exemple $\alpha_0 = 5°$, il ne subsistera qu'un roulis résiduel d'amplitude θ_r faible, par exemple $\theta_r = 3°$, compte tenu d'une certaine imprécision à attendre du système d'asservissement de M au couple C_H. Si le navire rencontre des houles de pente $\varphi_0 > \alpha_0$, on montre que l'amplitude du roulis deviendra alors

$$\theta_0 = \theta_r + k\,(\varphi_0 - \alpha_0).$$

k étant le coefficent d'amplification de la houle qui peut être de l'ordre de 5 à 6. Sur une houle de pente maximum 7° l'amplitude du roulis pourra donc atteindre une valeur de 12 à 15 degrés au lieu de 35 à 40 degrés par exemple.

4.5.2.6. Compte tenu de la nécessité pratique de limiter la puissance des installations de stabilisation pour réduire le poids et l'encombrement, on peut admettre, en première approximation, qu'un système anti-roulis à safrans permet de réduire un fort roulis au quart de sa valeur et un système à citernes actives au tiers de sa valeur.

4.5.3. Quilles de roulis

On appelle quilles de roulis des ailerons fixes perpendiculaires à la coque et placés aux bouchains, en limitant leur encombrement tranversal qui ne doit pas dépasser le contour apparent horizontal du navire pour éviter tout risque de portage lors des accostages.

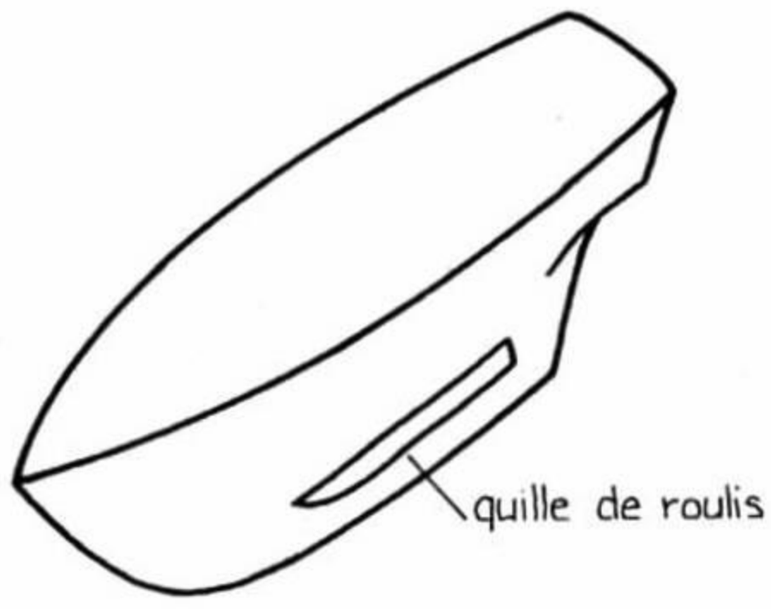


FIG. 85

Les quilles de roulis sont placées sur 30 à 40 % de la longueur de la coque, dans la région centrale, en suivant la direction générale des filets d'eau le long

de la carène en marche afin d'éviter la formation de remous préjudiciables à la résistance à l'avancement du navire.

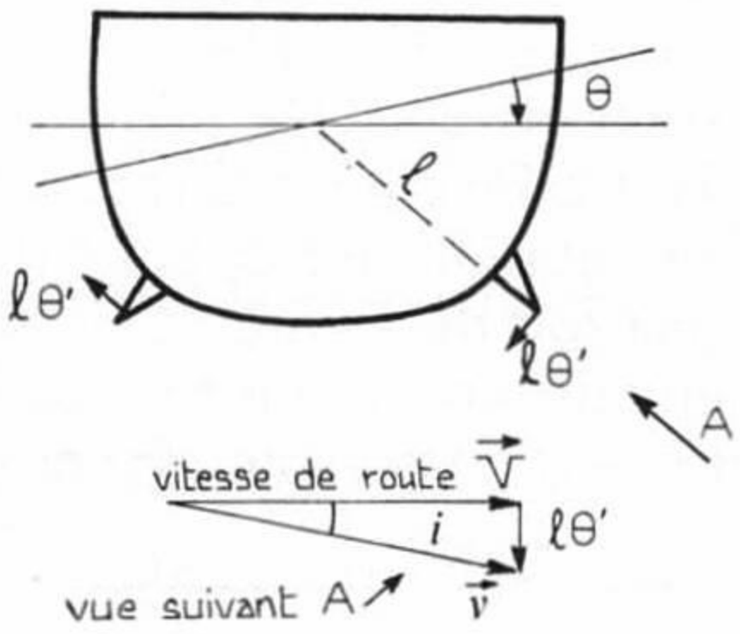


FIG. 86

Quand le navire en route à la vitesse $\vec{V}$ roule à la vitesse angulaire θ', la vitesse relative $\vec{v}$ d'un point de la quille de roulis par rapport à l'eau est inclinée sur $\vec{V}$ d'un angle i proportionnel à θ' et crée donc un couple résistant proportionnel à θ' et opposé à θ'. On sait qu'au synchronisme l'amplitude θ_0 du roulis est de l'ordre de $\frac{\omega \varphi_0}{2b}$. Les quilles de roulis fournissent donc un moyen d'accroître le coefficient d'amortissement b et, par conséquent, de réduire le coefficient d'amplification $\frac{\theta_0}{\varphi_0}$ (1).

4.6. LE TANGAGE ET LE PILONNEMENT

4.6.1. Remarque préliminaire :

Compte tenu des analogies entre tangage et roulis on utilisera largement les résultats établis à l'occasion de l'étude du roulis pour abréger l'exposé. On développera par contre ce qui est particulier à l'étude du tangage notamment l'étude de l'influence de la longueur du navire et de sa vitesse de route. On sera conduit à aborder également l'étude des oscillations verticales du centre de gravité du navire autour de sa position moyenne c'est-à-dire l'étude du pilonnement.

---

(1) Cf. paragraphe 4.3.2.2.

4.6.2. Cas du navire stoppé en eau calme et résistante

4.6.2.1. Au lieu de considérer les oscillations du navire autour de l'axe longitudinal Gx, qui constituaient le roulis, on étudie ici les oscillations du même navire autour de l'axe transversal Gy, perpendiculaire au plan de symétrie longitudinal du navire zGx. Comme pour le roulis, l'axe Gy est supposé rester horizontal et garder une orientation fixe dans l'espace (1).

δ étant l'angle d'inclinaison du navire autour de Gy, ou angle d'assiette, on montre aisément, par un raisonnement identique à celui utilisé pour le roulis, que la loi du mouvement $\delta = f(t)$ est solution de l'équation :

$$\delta'' + 2c\delta' + \omega_N^2 \delta = 0$$

analogue à celle du paragraphe 4.1.3. mais où

$$\omega_N^2 = \frac{P(R - a)}{B}$$

$$\text{et} \quad 2c = \frac{C_1}{B},$$

P étant toujours le déplacement du navire, R étant le rayon métacentrique longitudinal, et B étant le moment d'inertie du navire par rapport à l'axe Gy, tandis que le couple d'amortissement est pris égal à : $- C_1 . \delta'$.

4.6.2.2. Trois hypothèses admises dans l'étude du roulis, et conduisant à une équation de cette forme, correspondent d'ailleurs à une approximation bien meilleure encore pour le tangage.

En effet :

– le plan zGx est bien plan de symétrie de la carène et il est très sensiblement plan de symétrie de l'ensemble du navire ce qui confirme l'orientation fixe (1) de Gy,

– l'amplitude du tangage reste faible et pratiquement toujours inférieure à 10 degrés, ce qui permet d'assimiler sin δ à δ,

– le terme d'amortissement peut s'écrire valablement sous la forme $C_1\ \delta'$. Il résulte davantage du rôle joué par la surface libre de l'eau que des forces de viscosité. Sa valeur est d'ailleurs beaucoup plus importante que pour le roulis.

---

(1) Cf. paragraphe 1.8.3

4.6.2.3. Mais, malgré cette analogie des équations, on constate qu'il est pratiquement impossible d'amorcer des oscillations de tangage en eau calme, précisément en raison de l'importance de l'amortissement. *On ne rencontrera donc pratiquement jamais de tangage propre.*

4.6.2.4. Il reste toutefois possible de définir, *mathématiquement,* une grandeur que nous appellerons période propre de tangage, et que nous écrivons T_N, pour la distinguer de la période propre de roulis T_P et de la période T de la houle, en posant, par analogie avec le roulis :

$$T_N = \frac{2\pi}{\omega_N} = 2\pi \sqrt{\frac{B}{P\,(\dot{R} - a)}}$$

Nous admettrons également que T_N peut être estimée à l'aide d'une formule analogue à la formule de Doyère pour le roulis :

$$T_N = k \sqrt{\frac{L_N^2 + 4\alpha^2}{R - a}}$$

en appelant L_N la longueur du navire, pour la distinguer de la longueur L de la houle et en notant que la masse d'eau entraînée est ici, plus importante.

Comme α est petit devant L_N et a très petit devant R nous pouvons mettre cette expression sous la forme $T_N \simeq k \dfrac{L_N}{\sqrt{R}}$, avec k de l'ordre de 0,5 à 0,6 en première approximation.

Si nous assimilons la flottaison à une ellipse, son moment d'inertie par rapport au petit axe Gy a pour valeur $I = \dfrac{\pi}{64} L_N^3 l \simeq \dfrac{L_N^3 . l}{20}$, ce qui donne : $R = \dfrac{I}{W} = \dfrac{L_N}{20} . \dfrac{L_N}{p} . \dfrac{1}{C_B}$, en appelant C_B le coefficient de remplissage parallélépipédique $\dfrac{W}{L_N l p}$. Compte tenu des valeurs courantes de C_B et du rapport $\dfrac{L_N}{p}$, R est l'ordre de 2,5 L_N.

Dans ces conditions T_N varie approximativement entre 0,25 $\sqrt{L_N}$ et 0,35 $\sqrt{L_N}$, en exprimant T_N en secondes et L_N en mètres.

La période T_N est donc toujours relativement faible, de l'ordre de quelques secondes pour tous les navires.

Ce résultat va nous servir dans l'étude du comportement du navire lors du tangage sur houle.

4.6.3. Cas du navire stoppé sur houle de l'avant ou de l'arrière

4.6.3.1. Pour fixer les idées, on peut situer approximativement entre $L = 60$ m, $T = 6$ secondes d'une part, $L = 220$ m, $T = 12$ secondes d'autre part, la

gamme des caractéristiques des houles régulières susceptibles d'être rencontrées, en pratique, par un navire avec, de plus, un rapport $\frac{H}{L}$ du creux à la longueur d'onde compris entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{30}$.

Il apparaît donc immédiatement qu'il ne sera généralement pas possible de considérer la longueur du navire comme petite devant celle de la houle et d'estimer le couple perturbateur dû à la houle en assimilant la surface de flottaison à un plan incliné, comme on l'a fait pour le roulis.

Ce n'est que dans le cas de petits navires et de très longues houles qu'il sera encore possible de justifier que le tangage est régi par une équation de la forme :

$$\delta'' + 2c\delta' + \omega_N^2 \delta = \omega_N^2 \varphi_0 \cos \omega t,$$

dans laquelle $\omega_N^2 = \dfrac{P\,(R - a)}{B}$

4.6.3.2. Compte tenu de l'ordre de grandeur de la période propre T_N indiqué au paragraphe précédent on pourrait se demander si le navire va risquer de rencontrer une houle synchrone. Il convient cependant d'étudier le problème de plus près.

Prenons comme valeur de la période propre $T_N \simeq 0{,}3 \sqrt{L_N}$. On sait par ailleurs que la période d'une houle régulière est : $T = \sqrt{\dfrac{2\,\pi\,L}{g}}$.

Au synchronisme on a $T = T_N$, c'est-à-dire $\dfrac{2\pi}{g} L \simeq 0{,}09\, L_N$ ce qui donne $L = 0{,}15$ à $0{,}20\, L_N$ compte tenu des approximations faites pour estimer T_N.

Quand le navire est stoppé et est soumis à ce qu'on appelle un tangage au point fixe, il ne pourrait donc y avoir résonance qu'avec une houle de courte longueur pour laquelle, précisément, l'équation considérée ci-dessus n'est pas valable. On conçoit d'ailleurs facilement qu'une houle de longueur le cinquième de celle du navire ne puisse pas provoquer un tangage important (cf. figure ci-dessous).

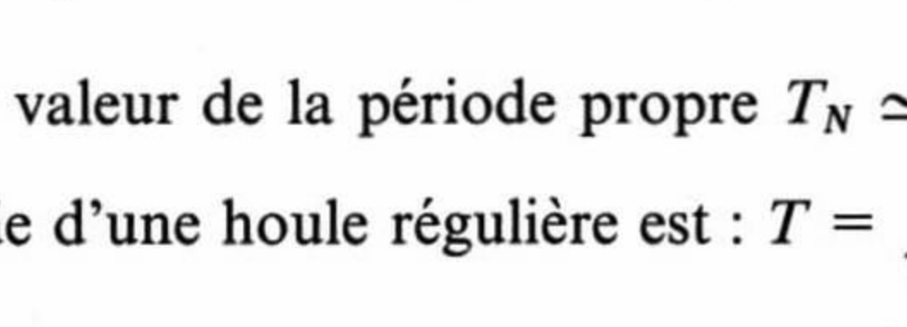


FIG. 87

En définitive on n'enregistrera pas de résonance au point fixe mais seulement, comme on va le voir, lorsque le navire est en route à une certaine vitesse V.

4.6.4. Cas du navire en route libre, mer de l'avant ou de l'arrière. Période de rencontre.

4.6.4.1. On a défini la période de la houle comme étant l'intervalle de temps T qui sépare le passage de deux crêtes successives au même point. On en déduit la célérité $C = \frac{L}{T}$ qui est la vitesse de propagation des ondulations de la houle.

Si le point où s'effectue l'enregistrement du passage des crêtes n'est plus fixe mais animé d'une certaine vitesse V, que nous supposons, ici, être parallèle à la célérité de la houle, la période mesurée ne sera plus T mais T_R, appelée *période de rencontre*, à laquelle correspondra une célérité relative $C' = \frac{L}{T_R}$.

V étant la vitesse de route du navire, perpendiculaire aux ondulations de la houle, et C' étant la vitesse de propagation de la houle relativement au navire, on a évidemment :

$$\begin{cases} C' = C + V, \text{ si la houle vient de l'avant du navire} \\ C' = C - V, \text{ si la houle vient de l'arrière} \end{cases}$$

et par conséquent $T_R = \frac{L}{C'}$ c'est-à-dire :

$$\text{et} \begin{cases} T_R = \dfrac{L}{C + V} \text{ mer de l'avant} \\ T_R = \dfrac{L}{C - V} \text{ mer de l'arrière} \end{cases}$$

4.6.4.2. La valeur de la célérité d'une houle régulière pouvant être de l'ordre de 20 à 40 nœuds, on voit que la période de rencontre T_R pourra être, parfois, la moitié de celle de la houle, mer de l'avant et, au contraire, beaucoup plus grande que T, mer de l'arrière.

En reprenant l'estimation faite au paragraphe précédent, on voit que le synchronisme pourra correspondre, mer de l'avant, et si $V = C$, à :

$$T_N = T_R = \frac{T}{2} \qquad \text{soit à :} \qquad 0{,}09\, L_N = \frac{\pi}{2g} L$$

c'est-à-dire à $L \simeq 0{,}6\, L_N$, situation qui commencera alors à entraîner l'apparition d'un tangage sensible. Mer de l'arrière, au contraire, la longueur d'onde L de la houle synchrone serait encore plus faible que pour le navire stoppé et l'effet de cette houle serait négligeable.

4.6.5. Mouvements du navire en route libre, mer de l'avant ou de l'arrière

4.6.5.1. Comme pour le roulis, on peut toujours distinguer une *translation d'entraînement* du trièdre $GX_1Y_1Z_1$ dont les axes ont une orientation fixe dans

l'espace et un *mouvement relatif* qui est le *tangage* du navire autour de l'axe Gy confondu avec GY_1.

Par contre, compte tenu de la grande longueur du navire, relativement à la houle, et du fait que la vitesse de route V est située dans un plan parallèle à celui du mouvement orbital de la houle, on ne peut plus déduire le mouvement du centre de gravité G du navire de celui du centre de carène C en assimilant ce dernier point à une particule d'eau déterminée, soumise au mouvement orbital de la houle, comme on l'a fait pour le roulis.

On définit ici le mouvement d'oscillation (1) de G autour de sa position moyenne G_0 par sa composante verticale z appelée *pilonnement* et sa composante horizontale parallèle au plan de symétrie longitudinal zGx et appelée *cavalement*.

4.6.5.2. Cavalement

Le cavalement peut être étudié, à peu près indépendamment du pilonnement et du tangage, comme résultant des variations de résistance à la marche, suivant qu'une crête de la houle est située au niveau de l'avant ou de l'arrière du navire, mais il n'est sensible que pour des houles de longueur voisine de celle du navire. Mer de l'avant, la succession des crêtes et des creux est rapide en un point donné du navire et on peut considérer que l'effet des perturbations dues à la houle n'a pas le temps de se produire. L'amplitude du cavalement qui est faible, disons de l'ordre de $\frac{L_N}{50}$ (L_N étant toujours la longueur du navire) lorsque le navire est stoppé, décroît encore quand la vitesse croît mer de l'avant.

Par contre, mer de l'arrière, le navire peut rester très longtemps dans la même position relativement au profil de la houle. Or on constate que la résistance à l'avancement avec l'avant sur une crête est supérieure à la résistance de l'avancement en eau calme tandis que l'effet inverse se produit lorsque l'arrière est sur une crête. Dans ces conditions on conçoit qu'on puisse enregistrer une amplitude de cavalement importante, pouvant dépasser $\frac{L_N}{20}$.

4.6.5.3. Pilonnement et tangage forcés

Le pilonnement z et le tangage δ sont des mouvements liés. Si on néglige cette liaison, ou couplage, en première approximation, la loi de ces mouvements s'écrit :

$z = z_0 \cos(\omega_R t + \alpha)$ pour le pilonnement,

$\delta = \delta_0 \cos \omega_R t$ pour le tangage,

en choisissant convenablement l'origine des temps et en appelant ω_R la pulsation $\frac{2\pi}{T_R}$ correspondant à la période de rencontre, puisque, comme on l'a vu, pour le

---

(1) Cf. paragraphe 1.2.4.

tangage il s'agit, non pas de mouvements propres mais de *mouvements forcés* sous l'action de la houle.

Le calcul et l'expérience montrent que l'amplitude du pilonnement et du tangage dépendent surtout du rapport $\frac{L}{L_N}$ de la longueur de la houle à celle du navire, comme l'intuition permet d'ailleurs de le concevoir, l'excitation de ces mouvements étant maximum quand L est proche de L_N. Le cas de la figure 88 correspond, par exemple, à $L = L_N$.

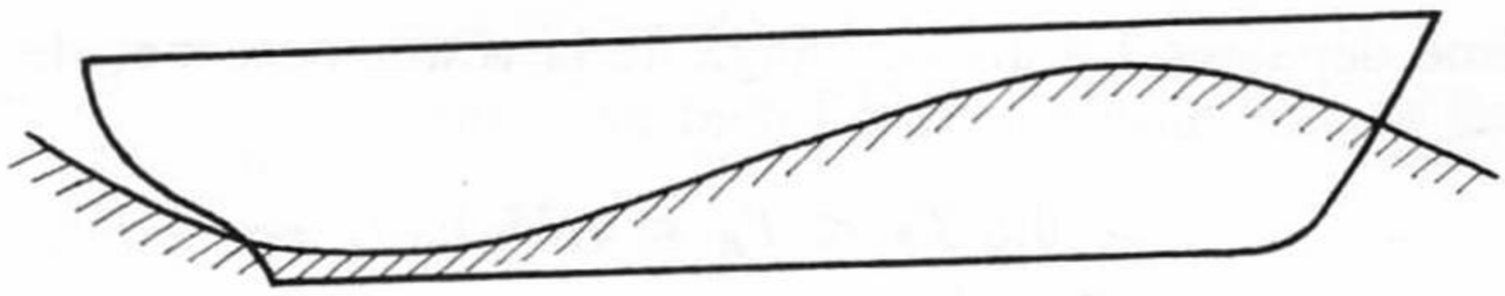


FIG. 88

Le pilonnement est en avance de phase sur le tangage, généralement d'un peu moins du quart de la période de rencontre T_R. On a donc, approximativement, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

A une vitesse déterminée, l'allure générale de la variation des *coefficients d'amplification* c'est-à-dire des rapports $\frac{2z_0}{H}$ de l'amplitude du pilonnement au demi creux $r = \frac{H}{2}$ de la houle, et $\frac{\delta_0}{\varphi_0}$ de l'amplitude du tangage à la pente maximum $\varphi_0 \simeq \frac{r}{R} = \frac{\pi H}{L}$ de la houle, est donnée par les graphiques de la figure 89. Elle est la même pour le pilonnement et le tangage.

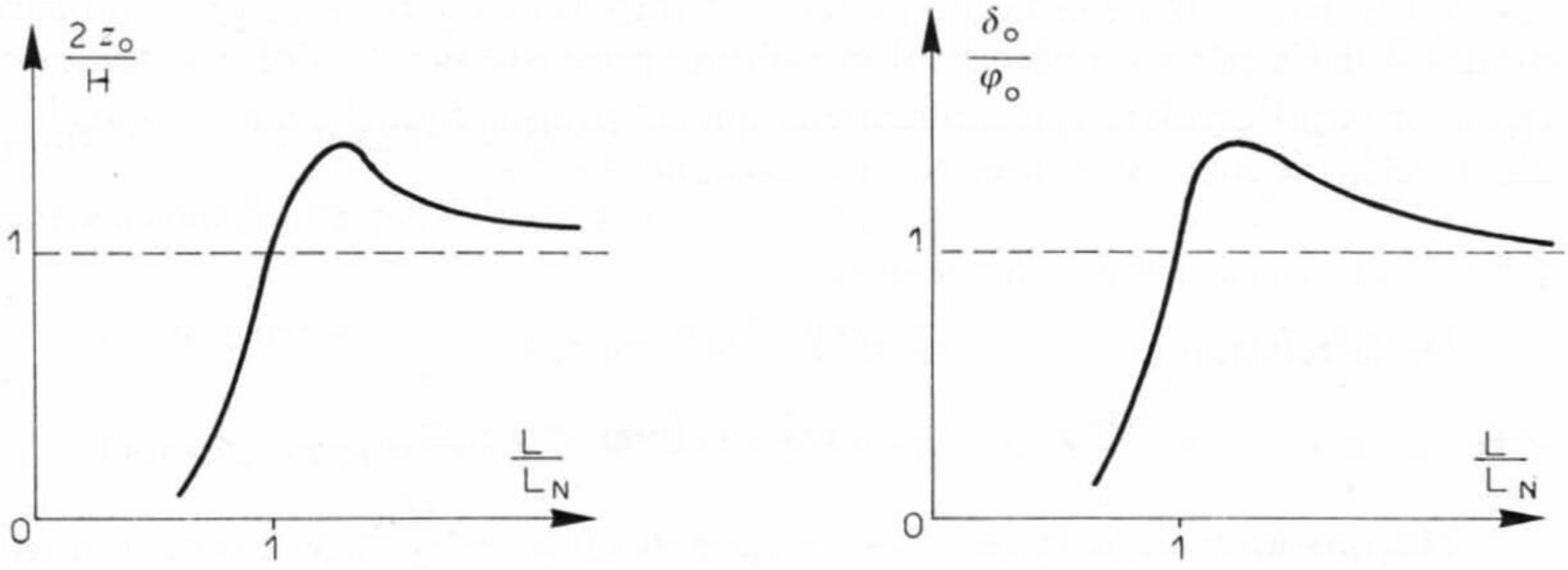


FIG. 89

Le phénomène de résonance n'intervient que de façon secondaire pour amplifier les mouvements, mer de l'avant. Il est, comme on l'a vu, fonction de la vitesse de route.

Au total, tant pour le pilonnement que pour le tangage, le coefficient d'amplification $\left(\frac{2z_0}{H} \text{ ou } \frac{\delta_0}{\varphi_0}\right)$ devient appréciable pour $\frac{L}{L_N} = 0{,}8$ environ; il dépasse l'unité pour :

$$L_N < L < 1{,}5\ L_N$$

et peut même dépasser 1,5 au voisinage de la résonance, mer de l'avant, dès que :

$$0{,}8\ T_P < T_R < 1{,}25\ T_P$$

Enfin, le coefficient d'amplification tend vers 1 quand la longueur d'onde de la houle croît au-delà de $1{,}5\ L_N$.

4.6.6. Forces d'inertie au pilonnement et au tangage

4.6.6.1. Comme pour le roulis, le calcul du poids apparent $m(\vec{g} - \vec{\gamma})$ d'une masse m située en un point A du navire nécessite la connaissance de la force d'inertie $-m\vec{\gamma}$ et par conséquent, de l'accélération $\vec{\gamma}$ en ce point.

Mais, cette fois, à la différence du roulis, aux points où cette accélération aura une valeur numérique γ importante, il s'agira d'une accélération pratiquement verticale. Le poids apparent sera donc, en fait, le résultat d'une somme algébrique, et non plus géométrique, et ce poids apparent sera toujours sensiblement vertical. En effet l'accélération au pilonnement est verticale, par définition, et les accélérations au tangage ne seront importantes, et à prendre en compte, qu'aux extrémités avant et arrière du navire, puisque les accélérations de points situés en hauteur seront nettement plus faibles au tangage qu'au roulis. Or, par suite de la faible valeur de l'amplitude δ_0 du tangage, de l'ordre du dixième de radian, l'accélération radiale, proportionnelle à δ_0^2, est toujours faible devant l'accélération tangentielle qui est proportionnelle à δ_0 et sensiblement verticale aux extrémités (cf. paragraphe 4.4.3.).

4.6.6.2. Accélération au pilonnement

De la relation $z = z_0 \cos(\omega_R t + \alpha)$ on tire

$$z'' = -\ z_0\ \omega_R^2 \cos(\omega_R t + \alpha).$$

Plaçons-nous dans le cas, assez fréquent, où $z_0 = \frac{H}{2}$.

Comme

$$\omega_R = \frac{2\pi}{T_R} = 2\pi \frac{C'}{L}$$

la valeur maximum de l'accélération verticale z'' est alors :

$$\frac{H}{2}\omega_R^2 = \frac{\pi H}{L} \cdot \frac{2\pi C'^2}{L} \quad \text{avec} \quad C' = C \pm V$$

Supposons d'abord que le navire soit stoppé : $V = 0$ et $C' = C$. On a vu, lors de l'étude de la houle régulière, que : $C^2 = gR = g\,\frac{L}{2\pi}$.

Dans ces conditions $\frac{H}{2}\omega_R^2 = \frac{\pi H}{L} g \simeq 0{,}1$ g dans une houle courante pour laquelle $\frac{H}{L} = \frac{1}{30}$. On retrouve bien l'ordre de grandeur de l'accélération d'entraînement sur mer de travers.

Par contre, si le navire fait route, mer de l'avant à une vitesse $V = C$, ce qui constitue un cas sévère puisque V est alors ou moins égal à 20 nœuds, on a $C' = 2C$ et par conséquent $\frac{H}{2}\omega_R^2 \simeq 0{,}4$ g.

Mer de l'arrière, au contraire, $C' = C - V$ sera sensiblement inférieure à C et l'accélération au pilonnement deviendra négligeable.

A l'opposé de ce qui se passe pour le roulis sur mer de travers, l'accélération d'entraînement varie donc de façon importante avec la vitesse de route lorsque le navire se déplace perpendiculairement aux ondulations de la houle en raison de la modification de la période de rencontre.

4.6.6.3. Accélération au tangage

Comme on l'a vu plus haut, seule l'accélération relative tangentielle de valeur maximum $\omega_R^2\,\delta_0 l$ est à prendre en compte.

Pour fixer les idées, considérons un navire de longueur 175 mètres faisant route à 14 nœuds, mer de l'avant, dans une grande houle de caractéristiques $L = 200$ m, $T = 11$ secondes, $H = 4$ mètres.

La célérité de la houle est donc $C = \frac{200}{11} = 18$ m/s et la célérité relative pour $V = 14$ nœuds soit environ 7 m/s, $C' = 18 + 7 = 25$ m/s ce qui correspond à une période de rencontre : $T_R = \frac{200}{25} = 8$ secondes.

On a donc ici $\frac{L}{L_N} = 1{,}15$ et, probablement $\frac{T_R}{T_N} \simeq 2$ (si $T_N \simeq 0{,}3\sqrt{L_N}$).

Dans ces conditions le coefficient d'amplification $\frac{\delta_0}{\varphi_0}$ va dépasser sensiblement 1 mais non pas 1,5 (cf. paragraphe 4.6.5.3.).

La pente maximum de la houle est $\varphi_0 = \frac{\pi H}{L} = \frac{4\pi}{200}$ soit 3,5 degrés. Admettons que $\delta_0 = 5$ degrés, ce qui correspond à un coefficient d'amplification de 1,4.

La valeur maximum de l'accélération relative tangentielle sera alors, à l'extrême avant

$$\omega_R^2 \, \delta_0 l = \left(\frac{2\pi}{8}\right)^2 . \left(5 . \frac{2\pi}{360}\right) . 87{,}5 . \frac{g}{9{,}81} \simeq 0{,}5 \text{ g}$$

ce qui est une valeur élevée puisque, *compte non tenu de l'accélération de pilonnement*, le poids apparent d'un objet variera entre 1,5 fois son poids réel (dans un creux) et 0,5 fois ce poids réel (sur une crête) du fait du tangage.

4.6.7. Autres aspects du tangage et du pilonnement

Alors qu'un navire en route, mer de travers, peut être gêné surtout par des inclinaisons importantes, lors des coups de roulis, mais sans conséquences sensibles pour la résistance de sa structure ou pour sa propulsion, on vient de voir, que, mer de l'avant, les mouvements de plate-forme, même limités, pouvaient conduire à des efforts d'inertie importants. D'autres inconvénients sérieux peuvent encore apparaître dans cette situation tels que fatigue de la coque, embarquement d'eau, augmentation de la puissance nécessaire à la propulsion, en liaison plus ou moins directe avec le tangage et le pilonnement. Ces problèmes sont examinés dans la cinquième partie de l'exposé, consacrée à la tenue à la mer.

Il faut préciser, de plus, que les sytèmes anti-tangage n'existent pratiquement pas en raison de l'importance du couple de stabilisation nécessaire. Ce couple, de l'ordre de $P\,(R - a)\,\varphi_0$, est en effet près de cent fois supérieur au couple anti-roulis pour une même houle en raison de la valeur très élevée de R. (Cf. paragraphe 4.5.2.5). A cap constant, le seul remède à un tangage et un pilonnement trop importants, mer de l'avant, sera donc une réduction de la vitesse de route du navire.

5e partie

TENUE A LA MER

5.1. DÉFINITION

On entend par tenue à la mer d'un navire, le comportement de ce navire, pour un état déterminé de la mer, sous les aspects qui conditionnent son aptitude à remplir sa mission.

L'étude objective de la tenue à la mer, c'est-à-dire sa définition quantitative, va nécessiter, de toutes façons, une définition mathématique de l'état de la mer réelle. C'est ce problème que nous aborderons en premier lieu.

Elle nous conduira ensuite à rechercher une définition, également quantitative, du comportement d'ensemble du navire. Les facteurs à considérer seront, non seulement les mouvements de plate-forme, bien connus pour l'effet gênant des inclinaisons du navire et des forces d'inertie qu'ils induisent mais, également, les efforts subis par la charpente du navire, les embarquements d'eau générateurs de chocs, d'alourdissement avec carène liquide, d'embruns gênant la visibilité ou même d'« homme à la mer », et, enfin, la réduction des performances de la propulsion et la difficulté de tenir un cap déterminé.

Il s'agira alors de calculer la valeur du paramètre caractérisant un aspect donné du comportement du navire à partir de la définition mathématique de l'état de la mer considéré. Ce problème étant complexe nous nous bornerons à indiquer les méthodes de calcul employées qui conduisent, le plus souvent, à estimer la probabilité, pour le paramètre en cause, de dépasser une valeur définie à l'avance.

Enfin nous résumerons les résultats généraux de l'étude d'ensemble du comportement du navire en les classant en fonction de la route suivie par le navire relativement à la direction de propagation de la houle.

5.2. FORMATION DE LA MER RÉELLE

5.2.1. L'état de la mer au large

5.2.1.1. L'état de la mer dépend essentiellement du régime des vents.

Dans la zone où souffle le vent, la mer, supposée calme à l'origine, se couvre d'abord de petites rides dues au frottement visqueux de l'air sur l'eau. Ces rides se transforment progressivement en petites vagues de creux H et de longueur d'onde L, faibles au départ et se propageant dans la direction générale du vent si celui-ci est régulier.

On sait (cf. chapitre 4.2.) qu'une houle régulière correspond à une agitation de la mer constituée par un mouvement orbital des particules liquides qui décrivent, à la vitesse angulaire ω, des cercles situés dans les plans perpendiculaires aux ondulations de la houle et dont les centres sont fixes.

La période de la houle est :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{2\pi L}{g}} \simeq 0{,}8\sqrt{L}$$

et la vitesse de déplacement des ondulations, ou célérité C, a pour valeur :

$$C = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \simeq 1{,}25\sqrt{L},$$

avec L en mètres et T en secondes.

Si le vent continue à souffler, le creux et la longueur d'onde des vagues s'accroissent mais la mer est très irrégulière. Elle est dite en formation. La longueur des crêtes est d'abord courte, disons deux à trois fois la longueur d'onde des vagues.

On peut considérer que la mer en formation est constituée par la somme d'un grand nombre de houles régulières élémentaires de longueurs d'onde L_i et de périodes T_i diverses.

5.2.1.2. Si le vent tombe rapidement l'agitation n'est constituée que de houles de périodes relativement faibles.

Si, au contraire, le vent continue à souffler, l'agitation s'amplifie et la gamme des périodes peut s'étendre de 3 secondes à 20 secondes; mais un autre phénomène apparaît alors :

Tandis que la longueur des crêtes s'accroît, pour atteindre six ou sep fois la longueur d'onde, les houles élémentaires déjà formées commencent à quitter la zone de formation à la vitesse de propagation de leur énergie qui est égale à $\frac{C}{2}$.

Ce sont donc les houles les plus longues, et par conséquent à période les plus grandes, qui partent le plus rapidement. Ce sont également ces houles qui

s'amortisent le moins vite, tant sous l'action des forces de viscosité que sous l'effet de la réfraction c'est-à-dire de l'ouverture, relativement faible, de l'angle des directions de propagation.

Au bout d'un certain temps un équilibre s'établit dans la zone d'action du vent : on dit que la mer est formée. Cela suppose toutefois que la longueur de la zone où l'action du vent est libre de s'exercer sans obstacle, dans sa direction, et où la houle peut se propager est suffisante. Cette longueur s'appelle le « fetch ».

5.2.1.3. Une longue et forte tempête au milieu de l'océan peut ainsi créer un vaste train de vagues s'étendant sur plusieurs milliers de kilomètres. En tête, des houles régulières de longue période (15 à 20 secondes) se propagent à une vitesse $\frac{C}{2}$ de l'ordre de 30 nœuds, au centre des houles à creux importants de période 10 à 12 secondes se propagent à près de 20 nœuds, enfin, en queue, des houles de période 6 à 7 secondes se propagent à 10 nœuds mais s'amortissent en un temps relativement court (de l'ordre de 36 heures).

En réalité, lors du passage d'une perturbation atmosphérique, la zone d'action du vent se déplace. Selon la direction du déplacement de la perturbation relativement à celle du vent induit, il peut y avoir réduction ou accroissement du temps d'action du vent sur la mer déjà formée. De plus, le déplacement de la perturbation provoque généralement un changement de la direction du vent en un lieu déterminé, ce qui entraîne l'apparition d'une agitation multidirectionnelle. Enfin, une agitation due à un vent local peut s'ajouter à la houle provenant d'une tempête éloignée.

5.2.2. L'état de la mer près des côtes

5.2.2.1. Outre la modification des conditions d'action du vent et du « fetch », liée à la configuration même de la côte, de nouveaux facteurs interviennent pour modifier le profil de la houle venant du large.

5.2.2.2. Relèvements des fonds

5.2.2.2.1. On sait que, pour une houle régulière supposée trochoïdale, le rayon de l'orbite décrite par les particules de surface est $r = \frac{H}{2}$, tandis que pour une particule située à la profondeur d ce rayon n'est plus que $r' = \frac{H}{2} e^{-\frac{2\pi d}{L}}$.

Pour une profondeur $d = \frac{L}{2}$, c'est-à-dire égale à la moitié de la longueur d'onde de la houle, on aura $r' = \frac{H}{2} e^{-\pi} \simeq \frac{2}{100} H$, soit par exemple $r' = 0{,}1$ m pour un creux $H = 5$ mètres.

On conçoit donc que l'influence du fond sur le profil de la houle ne se fasse sentir que pour des fonds en deçà de $\frac{L}{2}$. Si la nature de fond est telle que des mouvements de matériaux soient possibles (fond de sable par exemple) le mouvement orbital résiduel s'absorbera plus facilement que sur un fond rocheux et l'agitation en surface sera d'autant moins perturbée.

5.2.2.2.2. On montre d'autre part que pour une profondeur d faible la célérité de la houle devient $C = \sqrt{gd}$ au lieu de $C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$ en profondeur infinie. Il en résulte un certain nombre de conséquences :

a) Les deux valeurs de C sont les mêmes pour $d = \frac{L}{2\pi} \simeq 0{,}16\ L$. On peut donc considérer, en première approximation, que c'est en deça de cette valeur $d = 0{,}16\ L$ que la profondeur d commencera à avoir un effet sensible sur la célérité.

b) Par petits fonds, la célérité de la houle est la même quelle que soit sa longueur d'onde et cette célérité décroît avec la profondeur quand une houle déterminée aborde un rivage en pente douce ($< 10\ \%$). Une ligne de crête avancera donc plus vite aux endroits où le fond est important qu'aux endroits où il est faible. Dans ces conditions les ondulations de la houle vont tendre à devenir parallèles aux courbes de niveau du fond. C'est la *réfraction* de la houle.

c) Quand la profondeur diminue, la période T de la houle reste pratiquement constante. Par contre la mer a tendance à se creuser quand cette profondeur devient inférieure à $\frac{L}{2}$ en raison de l'interaction croissante du mouvement orbital avec le fond, comme on l'a vu ci-dessus. Pour des profondeurs encore plus faibles c'est la célérité qui diminue pour devenir égale à $C = \sqrt{gd}$. Comme $C = \frac{L}{T}$, la longueur d'onde L de la houle diminue en conséquence. Au total on enregistre donc un accroissement sensible de la cambrure $\frac{H}{L}$ de la houle.

On conçoit que, pour des raisons physiques, cette cambrure ne puisse croître indéfiniment. Pour la houle trochoïdale, par exemple, on sait que le poids apparent d'une particule d'eau de masse m située en surface et sur une crête est : $mg\left(1 - \frac{\pi H}{L}\right)$ (cf. paragraphe 4.2.2.5.). Si on a $\frac{H}{L} > \frac{1}{\pi}$ le poids apparent devient négatif, ce qui n'est pas concevable. D'autres considérations théoriques montrent qu'en profondeur infinie $\frac{H}{L}$ ne peut pas dépasser une valeur de l'ordre de 1/7.

En pratique une telle cambrure n'est jamais atteinte et une instabilité apparaît qui conduit au *déferlement* de la houle avec une perte d'énergie intense. Au large, la cambrure limite est fonction du vent qui provoque l'apparition de *moutons*.

d) A proximité de la côte, quand la profondeur d est du même ordre de grandeur que le creux H une nouvelle cause d'instabilité apparaît : sur une crête de vague la célérité est beaucoup plus élevée qu'au fond d'un creux puisque la profondeur d'eau est alors très différente. Cette situation provoque un glissement des couches d'eau supérieures par rapport aux couches inférieures qui entraîne une modification du profil des vagues conduisant au déferlement, souvent sous forme de « rouleaux ».

5.2.2.2.3. En définitive, quand le fond se relève et que la profondeur se réduit à d, exprimé en mètres, on aboutit approximativement aux résultats expérimentaux suivants

$\begin{cases} \text{la houle de longueur } L_m \text{ se creuse pour } d < 0{,}5\ L, \\ \text{la houle de creux } H_m \text{ déferle pour } d < 1{,}5\ H. \end{cases}$

C'est ainsi qu'une mer mollement agitée au large par une longue houle peut donner lieu à la formation de brisants dangereux au voisinage de la côte.

5.2.2.3. Action des courants

Dans les zones où les courants de marée sont importants on peut enregistrer des modifications de l'état de la mer.

On conçoit intuitivement qu'un courant opposé à la direction de propagation de la houle puisse exercer une sorte d'action de freinage sur la célérité de cette houle comme le ferait un relèvement du fond, et inversement.

Un tel courant opposé à la houle diminuera donc la longueur d'onde de la houle et augmentera sa cambrure, même jusqu'à l'apparition de moutons sur une mer relativement calme par ailleurs. Le vent soufflant contre le courant aura un effet analogue.

Pour fixer les idées on peut indiquer qu'une houle courte de longueur d'onde $L = 60$ m, de période T de l'ordre de 6 secondes et de hauteur relativement faible $H = 1{,}5$ m rencontrant un courant contraire de 3 nœuds verra sa cambrure $\frac{H}{L}$ presque doublée à la fois par accroissement de H et diminution de L.

5.2.2.4. Action des obstacles

5.2.2.4.1. L'obstacle le plus caractéristique est une jetée ou un quai, mais il peut s'agir, également, d'une côte accore ou, même, d'une remontée du fond, avec une pente importante, au voisinage de la côte.

5.2.2.4.2. Examinons par exemple ce qui se passe devant une jetée qui arrête une houle venant du large et dont nous supposerons, d'abord, que les ondulations sont parallèles à cette jetée.

Le mouvement orbital des particules d'eau situées au contact de la jetée, et qui est entretenu par l'agitation due à la houle, est brusquement perturbé par la paroi verticale qui annule la composante horizontale de la vitesse de chaque particule et réfléchit l'énergie. Une onde réfléchie de mêmes

caractéristiques que l'onde incidente, à l'exception de la célérité qui est de signe opposé, prend alors naissance et l'agitation en amont de la jetée est la somme de ces deux ondes.

Pour obtenir une définition approximative de cette agitation assimilons le profil de la houle incidente, de longueur d'onde L et de période T, à une sinusoïde telle qu'à la distance x de la jetée, mesurée perpendiculairement aux ondulations de la houle, la hauteur d'un point de la surface de l'eau au-dessus d'un plan horizontal de référence soit z_1 à l'instant t. On a :

$$z_1 = \frac{H}{2}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{L}\right) = \frac{H}{2}\cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{C}\right),$$

H étant le creux.

Si l'onde réfléchie était seule, au même point d'abscisse x et au même instant t, la cote de la surface serait :

$$z_2 = \frac{H}{2}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + 2\pi\frac{x}{L}\right) = \frac{H}{2}\cos\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{x}{C}\right)$$

puisque la célérité C a changé de signe.

Toujours au même point d'abscisse x et au même instant t la cote de la surface résultant de la superposition des deux ondes est donc :

$$z = z_1 + z_2 = H\cos 2\pi\frac{t}{T}\cos 2\pi\frac{x}{L}$$

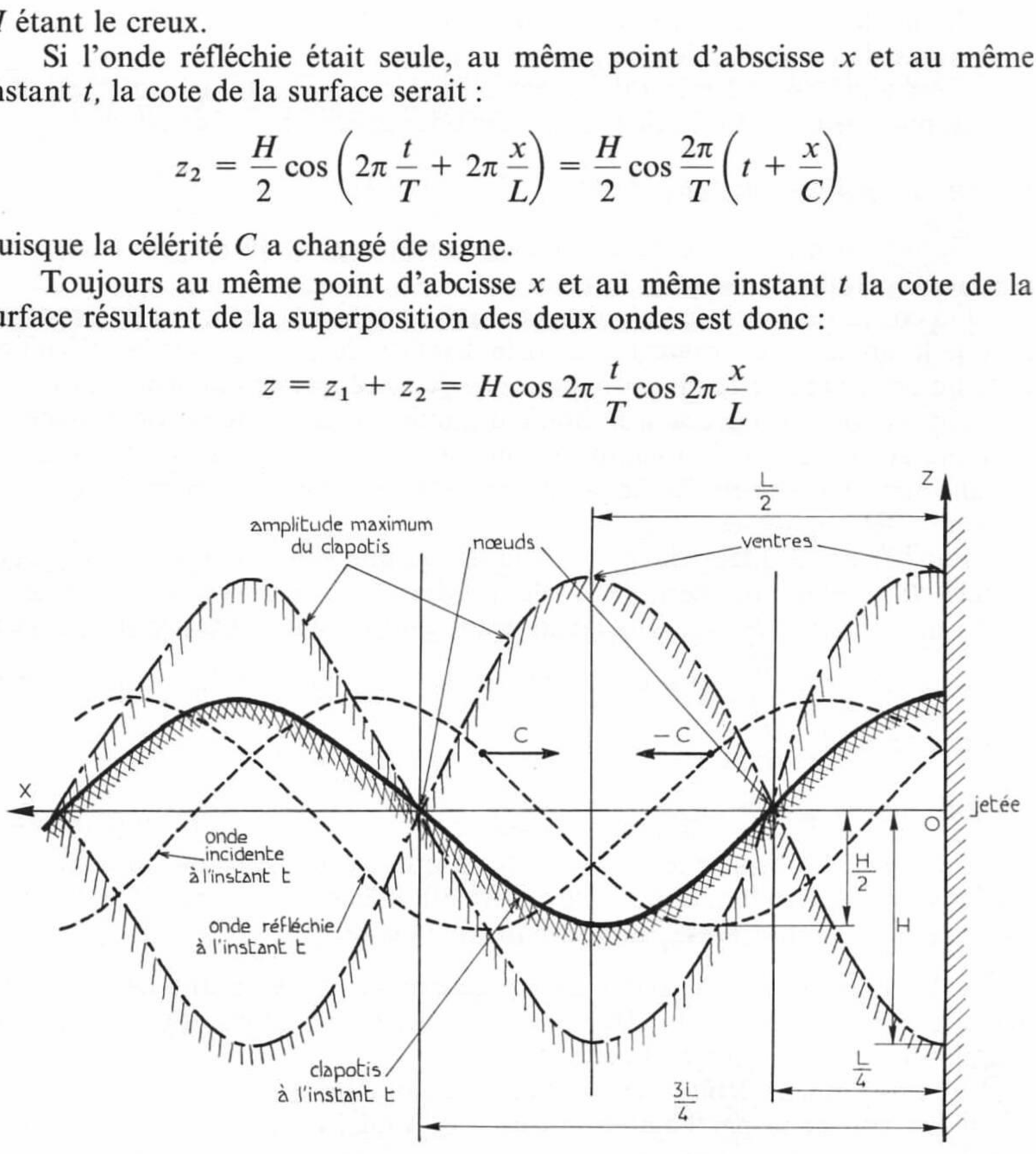


FIG. 90

Le profil de la surface est, cette fois, analogue à une corde vibrante. Il correspond à un mouvement orbital dont la phase est la même quel que soit x mais dont le rayon du cercle générateur, et donc le creux, est au contraire fonction de x.

Il s'agit d'une onde stationnaire pour laquelle le creux est maximum et égal à $2\,H$ aux points d'abscisse : $x = o$, $x = \frac{L}{2}$, $x = (2k + 1)\frac{L}{2}$, qui sont les ventres de l'oscillation, tandis que le creux est nul aux nœuds dont l'abscisse est $x = \frac{L}{4}$, $x = \frac{3\,L}{4}$, $x = (2k + 1)\frac{L}{4}$...

Une telle onde stationnaire est appelée *clapotis* ou clapot. Elle diffère donc de la houle qui est une onde progressive.

5.2.2.4.3. Si l'onde incidente arrive avec une vitesse de propagation qui fait un angle α avec la normale à la jetée elle est réfléchie avec une nouvelle vitesse de propagation faisant l'angle $-\alpha$ avec cette même normale. Il en résulte une superposition de deux houles croisées qui donne lieu à un clapotis particulier appelé *clapotis gaufré*.

5.2.2.4.4. Alors que ce qui se passe devant la jetée résulte d'un phénomène de *réflexion*, ce qui se passe derrière la jetée est conditionné par le phénomène de *diffraction* qui résulte en quelque sorte, de la capacité, pour une particule d'eau agitée, de rayonner à son tour de l'agitation dans toutes les directions. Nous n'étudierons pas ce phénomène complexe mais nous constaterons ici qu'il provoque un contournement de l'extrémité de la jetée par l'agitation venant du large.

L'agitation ainsi induite à l'intérieur d'une rade-abri protégée par une jetée sera normalement plus faible qu'à l'extérieur. En se propageant jusqu'aux quais, elle donnera lieu, ensuite, à la formation de clapotis.

L'influence de la *réfraction* de l'agitation de la mer sur l'amortissement de la houle au large a déjà été évoquée plus haut.

5.2.3. Conclusions

En définitive, l'agitation visible de la mer consiste en la superposition d'ondes, progressives ou stationnaires, résultant de la propagation d'une perturbation initiale de l'équilibre de l'eau dans une région déterminée et qui est compliquée par des phénomènes de réfraction, de réflexion, de diffraction et, également, de résonance dans des bassins peu ouverts.

Ces ondes sont toujours des ondes de gravité, c'est-à-dire des ondes pour lesquelles la force de rappel des particules d'eau vers leur position d'équilibre initiale résulte de la pesanteur.

La cause de la perturbation de l'équilibre initial sera, généralement, l'action du vent (houle) mais il pourra s'agir également de l'attraction des astres (ondes de marée), de variations de pression atmosphérique ou de variations de densité, ou même d'un phénomène ponctuel (passage d'un navire par exemple).

Au total on rencontrera des ondes de période allant de $\frac{1}{10}$ de seconde (vaguelettes) à une minute ou quelques dizaines de minutes (ressac, seiches) voire même quelques heures ou la journée (onde de marée).

En ce qui concerne la dynamique du navire nous ne nous intéresserons qu'aux houles, plus ou moins régulières et de période pouvant varier entre 3 secondes et 20 secondes mais comprises, le plus souvent, entre 6 et 10 secondes. Cette sorte d'agitation étant toujours provoquée par le vent, nous allons maintenant chercher à définir l'état de la mer au large en fonction des conditions d'action du vent.

5.3. L'ÉTAT DE LA MER EN FONCTION DU VENT

5.3.1. Au large, dans la zone où souffle un vent régulier, on admet que l'état de la mer est déterminé par la direction dans laquelle souffle le vent, la vitesse W, en nœuds, de ce vent, sa durée d'action D en heures et la longueur F du « fetch » en milles marins.

Lorsqu'un navire pénètre dans cette zone de formation, il rencontre une agitation irrégulière de la mer qui est caractérisée, visuellement, de la façon suivante :

a) La *direction de propagation* est perpendiculaire aux lignes de crêtes des lames, supposées sensiblement parallèles entre elles.

b) Le creux (1) H_c étant la dénivellation entre une crête et un creux successifs on définit, pour un train de N lames successives, le *creux* (1) *significatif* H_s (ou encore $H_{z\frac{1}{3}}$) (2) qui est la valeur moyenne des $\frac{N}{3}$ plus grands creux H_c de ce train de lames (3).

c) La *période moyenne* T_c est l'intervalle de temps moyen séparant le passage de deux crêtes successives du train de lames en un même point du navire supposé stoppé.

d) La *longueur d'onde moyenne* L_c est la distance moyenne entre deux crêtes successives du train de lames.

5.3.2. Alors que sur une houle régulière, on sait que la longueur d'onde L mesurée en mètres est reliée à la période T, mesurée en secondes, par la relation :

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 = 1{,}56\, T^2$$

---

(1) Ou hauteur.

(2) $H_{z\frac{1}{3}}$ est noté parfois $H_{1/3}$ dans certains ouvrages.

(3) Ainsi pour des observations portant sur 100 lames successives, on conserve les valeurs portant sur les 33 lames ayant les plus grands creux (ce sont d'ailleurs les lames les mieux formées).

on constate que, sur une mer irrégulière, on a sensiblement :

$$L_c \simeq T_c^2$$

toujours avec L_c en mètres et T_c en secondes.

5.3.3. Il reste maintenant à relier les caractéristiques de la mer à celles du vent.

Il est très difficile de déterminer à quel moment la mer est complètement formée par un vent donné, ce qui est le cas, en pratique, lorsque la hauteur significative, ou creux significatif H_s, n'augmente plus dans la zone où souffle ce vent.

On constate que la durée de formation D est d'autant plus longue que le vent est plus fort. On a, approximativement, $D = \frac{W^2}{40}$, avec D mesurée en heures et W en nœuds, où même, plus simplement, pour des vents forts, $D = W$.

Il est cependant nécessaire que le « fetch » F soit adapté à cette durée D c'est-à-dire que : $F > 0{,}5\ W^2$, si F est mesuré en milles marins. En pratique un « fetch » $F = 500$ milles marins sera souvent suffisant.

5.3.4. Dans ces conditions la période moyenne T_c est alors :

$$T_c = 0{,}3\ W$$

et la hauteur significative :

$$H_s = k\,\frac{W^2}{1\,000}$$

avec k variant de 5 (vent fort) à 8 (vent faible), toujours pour W mesuré en nœuds, T_c en secondes et H_s en mètres.

5.3.5. On constate que la période $T_c = 0{,}3$ W correspond généralement aux vagues les mieux formées et les plus fortes.

On peut expliquer ce fait de la façon suivante, sans que ceci constitue toutefois une démonstration :

La houle *régulière* de période T_c a pour célérité $C = \frac{L}{T} = 1{,}56\ T_c$ en mètres/seconde soit, approximativement : C nœuds $\simeq 3\ T_c$ secondes.

Comme $T_c = 0{,}3\ W$ on a donc : C nœuds $\simeq W$ nœuds. La vitesse de propagation des ondulations, ou vitesse de phase, est alors sensiblement celle du vent. En d'autres termes le vent agit longtemps, et de façon régulière sur les composantes de l'agitation de la mer dont la période est telle que $T = 0{,}3\ W$, ce qui a pour effet de favoriser leur développement.

5.3.6. Le rapport $\frac{H_s}{L_c}$ du creux à la longueur d'onde, appelé *cambrure*, varie généralement, au large, entre $\frac{1}{20}$ $\left(\text{exceptionnellement } \frac{1}{15}\right)$ et $\frac{1}{50}$.

On a vu (cf. paragraphe 4.2.2.5.) qu'une cambrure de $\frac{1}{30}$, courante pour une houle régulière, correspond à une pente maximum φ_0 du profil de cette houle telle que :

$$\text{Sin } \varphi_0 = \frac{r}{R} = \frac{\pi H}{L} \simeq \frac{1}{10}$$

c'est-à-dire à $\varphi_0 \simeq 6°$.

5.3.7. En définitive, la connaissance du vent soufflant dans une région donnée de l'océan pourra donner une idée de l'état de la mer, dans cette région, au moment considéré. Cette connaissance est toutefois assez imprécise et, par ailleurs, la probabilité de rencontrer un certain état de la mer reste lié à la probabilité de réalisation d'une situation météorologique déterminée dont la prévision à moyen terme est incertaine.

5.3.8. Le tableau ci-après rappelle la définition de la force du vent dans l'échelle Beaufort en donnant, à titre indicatif, la hauteur significative approximative des vagues correspondantes pour un mer formée (mer du vent).

Cette échelle ne doit pas être confondue avec le code numérique utilisé pour décrire l'état de la mer et indiqué dans le tableau de la page 231.

Enfin, on rappelle ci-dessous les termes descriptifs habituels de la houle :

Longueur
- courte : $L_c < 100$ m
- moyenne : 100 m $< L_c <$ 200 m
- longue : 200 m $< L_c$

Hauteur
- faible : $H_c < 2$ m
- modérée : 2 m $< H_c <$ 4 m
- forte : 4 m $< H_c$

Echelle anémométrique Beaufort

Force Beaufort	Terme descriptif	Vitesse moyenne du vent (1) en nœuds	Hauteur significative des vagues en mètres
0	calme	< 1	0
1	très légère brise	1 à 3	0,1
2	légère brise	4 à 6	0,3
3	petite brise	7 à 10	0,8
4	jolie brise	11 à 16	1,5
5	bonne brise	17 à 21	2,5
6	vent frais	22 à 27	3,5
7	grand frais	28 à 33	5
8	coup de vent	34 à 40	7
9	fort coup de vent	41 à 47	9
10	tempête	48 à 55	12
11	violente tempête	56 à 63	14
12	ouragan	⩾ 64	> 14

(1) A l'altitude de 6 mètres.

Description de l'état de la mer

Chiffre du code	Terme descriptif	Hauteur moyenne des vagues les plus grosses en mètres
0	calme, sans rides	0
1	calme, ridée	0 à 0,1
2	belle (vaguelettes)	0,1 à 0,5
3	peu agitée	0,5 à 1,25
4	agitée	1,25 à 2,5
5	forte	2,5 à 4
6	très forte	4 à 6
7	grosse	6 à 9
8	très grosse	9 à 14
9	énorme	> 14

5.4. DÉFINITION STATISTIQUE DE L'ÉTAT DE LA MER

5.4.1. Généralités

5.4.1.1. Lorsqu'il est nécessaire d'apprécier la probabilité, pour un navire, d'avoir à affronter, dans une zone maritime déterminée, une mer de sévérité donnée, il est souvent préférable de chercher à définir l'état de la mer par une étude statistique directe plutôt que de passer par l'intermédiaire du vent et de l'étude météorologique.

5.4.1.2. Le problème qui se pose est celui de la mesure et de l'enregistrement, en fonction du temps, des variations du niveau de la mer sur une verticale déterminée afin d'en déduire les caractéristiques de l'agitation en surface.

Divers procédés sont utilisables, depuis l'observation directe d'une perche fixe, ou mât de houle, jusqu'à l'utilisation d'une bouée mouillée en un point fixe et équipée d'un accéléromètre dont les indications sont intégrées deux fois et transmises par radio, en passant par les méthodes optiques, l'utilisation du radar ou l'emploi de houlographes disposés sur le fond et mesurant la hauteur d'eau instantanée par ultra-sons ou par enregistrement de la pression.

5.4.1.3. Les mesures sont généralement effectuées par séquences continues de dix à vingt minutes, renouvelées à intervalles réguliers, par exemple toutes les trois heures, pendant plusieurs années.

Chaque séquence correspond à un état de la mer supposé constant dont la définition dite à *« court terme »* pourra consister en un relevé des périodes et creux successifs. On en déduira alors, pour cette séquence, le creux significatif H_s et la période moyenne T_c qui ont été définis précédemment (cf. paragraphe 5.3.1.).

L'évolution dans le temps de l'état de la mer, dite définition à *long terme,* sera caractérisée par la variation des couples de paramètres (H_s, T_c) tirés des séquences successives de mesures à court terme pendant une longue période.

Les résultats des mesures de creux et de périodes à court ou long terme sont généralement présentés sous la forme d'histogrammes dont nous allons étudier maintenant la construction.

5.4.2. Exploitation des résultats. Histogrammes

5.4.2.1. Supposons que, pour un point déterminé de l'océan, nous disposions des résultats de 10 000 séquences de mesures à court terme portant sur le creux H des vagues. Pour chacune de ces séquences nous pouvons calculer le creux significatif H_s comme indiqué au paragraphe 5.3.1.

Nous pouvons alors dresser le tableau ci-dessous donnant le nombre n_i de séquences à court terme pour lesquelles H_s est compris dans une tranche de creux de largeur $\triangle H$ déterminée, c'est-à-dire tel que :

$$H < H_s < H + \triangle H$$

Prenons uniformément $\triangle H = 1$ mètre et supposons que nous obtenions le tableau suivant, qui correspond à un point de l'Atlantique Nord :

					$\triangle H$ = 1 mètre											
$H \rightarrow$ mètres	0	1	2	3	4 $\longleftrightarrow$ 5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	total
	118	1 854	2 936	2 156	1 366	625	450	219	153	102	4	4	5	5	3	10 000

Ces résultats signifient, par exemple, que pour 1 366 séquences à court terme le creux significatif H_s est compris entre 4 et 5 mètres, que pour 625 autres séquences il est compris entre 5 et 6 mètres, etc.

On rappelle que chaque séquence de mesure a une durée constante et se renouvelle à intervalle régulier. On peut donc considérer que chaque valeur du creux significatif caractérise un intervalle de temps bien déterminé et constant.

5.4.2.2. Nous allons représenter ce résultat sous la forme d'un graphique appelé *histogramme* construit de la façon suivante (cf. fig. 91) :

Portons les creux H, mesurés en mètres, sur l'axe des abscisses et divisons l'intervalle (O, H maximum) en tranches de longueur constante $\triangle H$. Ici $\triangle H = 1$ mètre. Soit n_i le nombre de creux correspondant à la tranche d'ordre i. Dans l'exemple donné ci-dessus pour $i = 5$ c'est-à-dire :

$$4 \text{ mètres} < H \text{ mètres} < 5 \text{ mètres},$$

on aura donc $n_i = 1\,366$.

Construisons alors, sur l'axe OH des abscisses, une série de rectangles adjacents de base $\triangle H$ située sur l'axe OH et de surface n_i. La hauteur de chacun de ces rectangles est donc $\dfrac{n_i}{\triangle H}$ mesurée parallèlement à l'axe des ordonnées.

Toujours dans l'exemple précédent le rectangle d'ordre $i = 5$ aura pour base le segment d'axe des abscisses compris entre les points d'abscisse $H = 4$ m et $H = 5$ m et pour hauteur : $\dfrac{n_i}{\triangle H} = \dfrac{1\,366}{1} = 1\,366.$

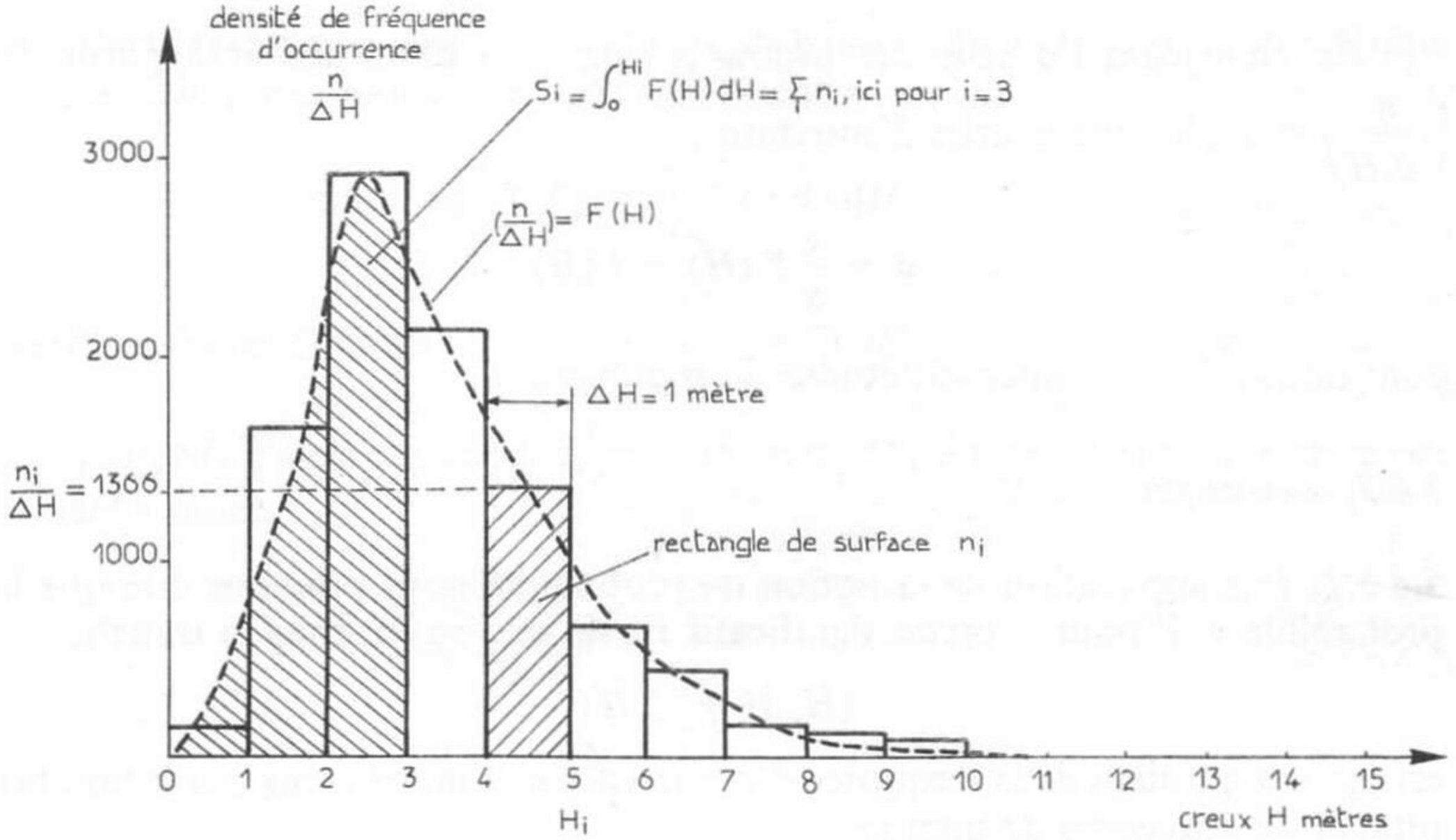


FIG. 91

La hauteur $\dfrac{n}{\triangle H}$ portée suivant l'axe des ordonnées est la densité de fréquence d'occurrence $\dfrac{n}{\triangle H}$ pour la hauteur H considérée, n, nombre de creux de valeur comprise entre H et $H + dH$ étant, précisément, la fréquence d'occurrence des creux pour la tranche de hauteur $(H, H + dH)$.

Cherchons maintenant à tracer une courbe continue $\left(\dfrac{n}{\triangle H}\right) = F(H)$, qui, suivant au mieux le contour supérieur des rectangles considérés ci-dessus, soit telle que l'aire S_i délimitée par cette courbe, l'axe des abscisses OH et la parallèle à l'axe des ordonnées d'abscisse l'un quelconque des creux H_i choisi pour limiter vers les H croissants le rectangle de surface n_i, ait pour valeur : $S_i = \sum_i n_i$, ce qui peut encore s'écrire :

$$S_i = \int_0^{H_i} F(H)\, dH = \sum_i n_i$$

et cela, quel que soit i.

Si N est le nombre total des séquences de mesure (10 000 dans l'exemple considéré) et si la valeur du creux maximum H_{max} enregistré correspond à la tranche de creux $i = I$, on a :

$$S = \int_0^{\infty} F(H)\, \mathrm{d}H = \sum_{i=1}^{i=I} n_i = N$$

En changeant l'échelle des ordonnées on peut alors définir à partir de $\left(\frac{n}{\triangle H}\right) = F(H)$ une courbe d'équation :

$$d = \frac{1}{S} F(H) = f(H)$$

dont nous allons maintenant étudier la signification.

5.4.3. Loi de probabilité

5.4.3.1. Par application de la notion de probabilité nous pouvons dire que la probabilité $\triangle P$ pour le creux significatif H_s de se trouver dans la tranche

$$(H, H + \triangle H)$$

est égal au quotient de la fréquence d'occurrence n_i d'un tel creux par le nombre total N de séquences de mesure.

Dans l'exemple numérique ci-dessus la probabilité, pour un navire, de rencontrer un creux H_s tel que 4 m $< H_s <$ 5 m sera donc :

$$\triangle P = \frac{n_i}{N} = \frac{1\,366}{10\,000} = 0{,}1\,366 \quad \text{avec } \triangle H = 1 \text{ mètre.}$$

Si nous supposons que $\triangle H$ devient égal à dH, très petit, on peut définir, de même, une probabilité dP pour que H_s soit compris entre H et $H + dH$ et écrire, compte tenu des définitions ci-dessus :

$$dP = \frac{1}{N} F(H)\, dH = \frac{1}{S} F(H)\, dH = d.dH$$

c'est-à-dire :

$$d = \frac{dP}{dH} = f(H)$$

La courbe $d = f(H)$ est la courbe de densité de probabilité des creux significatifs H_s.

5.4.3.2. Revenant à la notion de probabilité définie ci-dessus nous pouvons également dire que la probabilité pour le creux H_s d'être inférieur au creux H_k limitant la tranche k du côté des H croissants sera :

$$P_k = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}{N}$$

Toujours pour l'exemple numérique précédent, la probabilité pour le creux significatif H_s d'être inférieur à 6 mètres, qui correspond ici à $k = 6$, sera donc :

$$P_6 = \frac{\sum_{i=1}^{i=6} n_i}{N} = \frac{118 + 1\,854 + 2\,936 + 2\,156 + 1\,366 + 625}{10\,000} = 0{,}9055$$

Partant de la courbe de densité de probabilité $d = f(H)$, supposée définie comme indiqué ci-dessus, on aura également :

$$P_6 = \int_0^{H_6} f(H)\, dH$$

et, d'une façon générale : $$P_{H0} = \int_0^{H_0} f(H)\, dH$$

si on appelle P_{H0} la probabilité, pour le creux H_s, d'être-*inférieur* à une valeur H_0 déterminée.

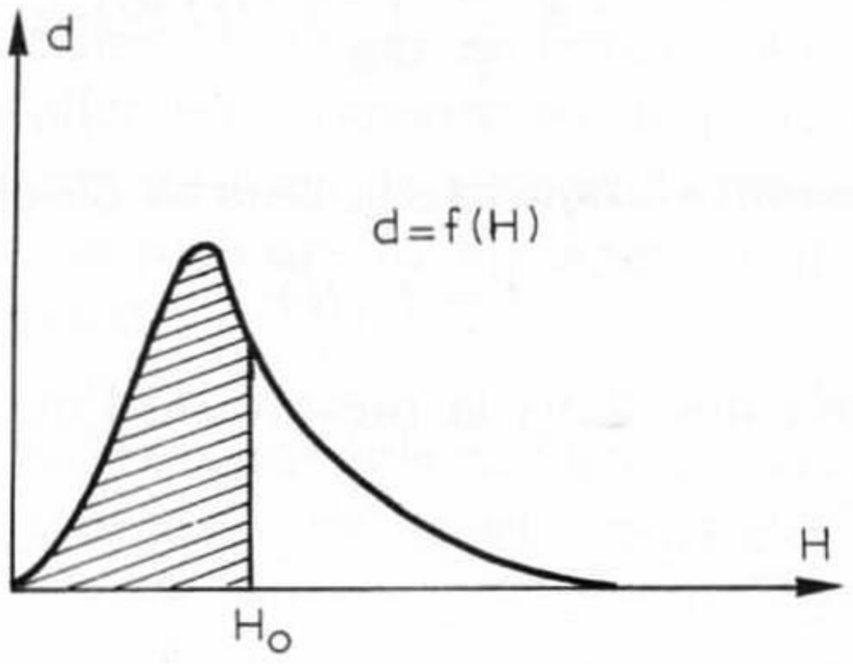


FIG. 92

Cependant, le plus souvent, on cherchera plutôt quelle est la probabilité, pour un navire, de rencontrer un état de la mer caractérisé par un creux significatif H_s *supérieur* à une valeur H_k, considérée comme gênante ou dangereuse pour ce navire.

Cette probabilité sera égale à : $\dfrac{\sum_{i=k}^{i=I} n_i}{N}$

soit encore à : $$\frac{\sum_{i=1}^{i=I} n_i - \sum_{i=1}^{i=k} n_i}{N}$$

c'est-à-dire à $1 - P_k$ puisque : $$\sum_{i=1}^{i=I} n_i = N$$

Dans l'exemple précédent où $k = 6$ on aura bien, comme probabilité de rencontre de creux H_s supérieurs à 6 mètres :

$$1 - P_6 = \frac{450 + 219 + 153 + 102 + 4 + 4 + 5 + 5 + 3}{1\,000} = 0{,}0945$$

$$= 1 - 0{,}9055$$

En utilisant la courbe de densité de probabilité $d = f(H)$ on écrira :

$$1 - P_6 = \int_{H6}^{\infty} f(H)\, dH$$

puisque, par définition :

$$\int_0^{\infty} f(H)\, dH = \frac{1}{S}\int_0^{\infty} F(H)\, dH = 1 \quad \text{et que} \quad P_6 = \int_0^{H_6} f(H)\, dH$$

D'une façon générale la probabilité d'avoir $H_s > H_0$ sera :

$$1 - P_{H0} = \int_{H_o}^{\infty} f(H)\, dH$$

5.4.3.3. La définition *mathématique* de la courbe de densité de probabilité

$$d = f(H)$$

n'a évidemment d'intérêt que dans la mesure où l'on sait calculer l'intégrale $P_{H0} = \int_0^{H_0} f(H)\, dH$.

En pratique, lors du tracé de la courbe $\left(\frac{n}{\triangle H}\right) = F(H)$, dont est déduite la courbe $d = f(H)$, on s'efforcera d'assimiler cette dernière courbe à celle qui résulte d'*une loi de probabilité connue* et pour laquelle des tables numériques sont disponibles. On dit que l'on ajuste les résultats des mesures statistiques à une loi de probabilité. Le plus souvent il s'agira soit d'une loi dite de Rayleigh, soit d'une loi normale dite de Gauss, mais d'autres lois sont également utilisables.

L'intérêt d'une telle assimilation réside aussi parfois dans la possibilité, lorsqu'on sait, à priori, que cette assimilation est possible, de définir la courbe $d = f(H)$ à partir d'un nombre très réduit de paramètres au lieu d'avoir à recourir à un grand nombre de mesures. Mais il ne s'agit plus, alors, que d'une approximation plus grossière (cf. paragraphe 5.5.4.).

5.4.4. Champ d'application de l'étude statistique

5.4.4.1. On vient de voir comment il était possible de déterminer l'histogramme à long terme des creux pour une région déterminée de la mer. On établirait

d'une façon analogue l'histogramme des périodes. On peut ainsi accéder à un nouveau mode de connaissance de l'état de la mer et étudier, en conséquence, le comportement à long terme du navire de façon probabiliste, ce qui présente le plus grand intérêt.

Il est également possible de présenter les résultats détaillés de chaque séquence de mesure sous la forme d'histogrammes des creux et des périodes, qui sont alors des histogrammes à court terme. C'est d'ailleurs, par exemple, de l'histogramme à court terme des creux que l'on tire le creux significatif H_s qui va caractériser la séquence de mesure en cause pour définir, ensuite, un histogramme à long terme des creux.

5.4.4.2. Mais on peut chercher à aller plus loin.

On a vu comment il était possible de définir, par exemple, le roulis d'un navire placé sur une houle régulière de travers dont le profil était assimilé à une sinusoïde d'équation : $z = a \sin \omega t$, mais on sait également, par expérience, que la mer réelle n'est pratiquement jamais aussi régulière.

L'idée vient donc d'utiliser la définition plus précise de l'état de la mer, à un instant déterminé, que constituent les histogrammes à court terme des creux et des périodes pour définir, de façon également plus précise, le comportement du navire, et en particulier ses mouvements de plate-forme à ce même instant. L'expérience montre alors qu'il est nécessaire de présenter la définition de l'état instantané de la mer réelle sous une forme légèrement différente que nous allons étudier au chapitre suivant.

5.4.4.3. Notons enfin qu'il est possible de faire apparaître la corrélation existant entre les creux et les périodes relevés au cours des séquences de mesure au moyen de tableaux à double entrée appelés *corrélogrammes* dont un exemple est donné page 238.

5.5. DÉFINITION SPECTRALE DE L'ÉTAT DE LA MER

5.5.1. Généralités

On vient de rappeler qu'on savait, en principe, trouver une définition mathématique d'un mouvement de plate-forme élémentaire d'un navire soumis à l'action d'une houle régulière de profil : $z = a \sin \omega t$.

On a vu d'autre part que l'agitation de la mer, sous l'effet du vent, résultait de la superposition de vagues de hauteurs et de longueurs progressivement croissantes.

On sait, enfin, que l'énergie moyenne d'agitation accumulée dans la mer par unité de surface horizontale est : $\frac{\rho g H^2}{8}$, soit encore $\rho g \frac{A^2}{2}$, lorsque cette agitation est celle d'une houle régulière de creux $H = 2A$.

La définition spectrale de l'état de la mer résulte de ces trois considérations.

EXEMPLE DE CORRÉLOGRAMME A LONG TERME

Creux significatif Hs en mètres
Période moyenne sur crête T_c en secondes
(Région Nord de l'Atlantique Nord)

Le nombre n_{ij} est la fréquence d'occurrence d'une mer dont la hauteur significative H_s est comprise dans la tranche de la ligne i et la période moyenne sur crêtes T_c est comprise dans la tranche de la colonne j pour un total de 10 000 observations.

creux significatifs H_s mètres								
16								
15	0	2	0	0	0	2	0	0
14	0	0	0	0	1	0	0	0
13	0	2	0	0	1	2	0	0
12	0	3	0	1	1	0	0	0
11	0	0	0	1	0	1	0	0
10	0	0	2	2	0	0	0	0
9	0	25	23	4	9	3	2	0
8	0	27	52	44	27	3	0	0
(i) → 7	1	33	96	$n_{ij}=66$	20	3	0	0
6	0	69	214	135	26	6	0	0
5	1	92	335	164	29	1	2	1
4	1	303	748	264	37	1	0	6
3	5	584	1239	278	40	3	3	4
2	34	1147	1510	219	14	3	2	7
1	128	865	726	103	7	1	0	4
0	17	75	21	3	0	0	0	2
	0	5	7	9 (j)	11	13	15	17 19

Périodes T_c secondes

5.5.2. Le spectre d'énergie de la mer

On admet que l'agitation de la mer, à un instant donné, résulte de la superposition d'un très grand nombre de petites houles élémentaires régulières. Pour simplifier, et comme il existe une direction privilégiée du vent nous admettrons que ces houles élémentaires sont unidirectionnelles c'est-à-dire qu'elles se propagent toutes dans la même direction avec des lignes de crêtes perpendiculaires à cette direction.

Sur une verticale donnée, à l'instant t, la dénivellation Z du niveau de la mer par rapport au niveau moyen sera donc la somme d'un grand nombre de dénivellations : $z_i = a_i \sin(\omega_i t + \beta_i)$ dues, chacune, à l'une de ces houles régulières élémentaires pour lesquelles on admet remplies les conditions suivantes :

– les pulsations $\omega_i = \dfrac{2\pi}{T_i}$ (T_i étant la période de la houle élémentaire considérée) peuvent varier de façon continue de 0 à l'infini.

– les phases β_i sont uniformément réparties dans l'intervalle $(0, 2\pi)$.

– les amplitudes a_i sont des variables indépendantes.

Pour chacune de ces houles élémentaires l'énergie moyenne d'agitation par unité de surface de la mer est : $\rho g \dfrac{a_i^2}{2}$ quelle que soit sa phase.

Pour la mer irrégulière l'énergie moyenne d'agitation par unité de surface sera donc la somme : $E = \rho g \sum_i \dfrac{a_i^2}{2}$ des énergies des houles élémentaires.

Si le nombre des houles élémentaires devient infini on écrit E sous la forme :

$$E = \rho g \int_0^\infty S(\omega)\, \mathrm{d}\omega$$

$S(\omega)\, \mathrm{d}\omega$ est alors la demi-somme des carrés des amplitudes a des houles régulières élémentaires de pulsations comprises dans l'intervalle $(\omega, \omega + \mathrm{d}\omega)$:

$$S(\omega)\, \mathrm{d}\omega = \sum_{\omega}^{\omega + \mathrm{d}\omega} \frac{a^2}{2}$$

$S(\omega)$, qui a donc les dimensions du produit du carré d'une longueur par un temps, est appelé *spectre d'énergie de la mer*. Il définit l'état de la mer à une époque donnée. L'étude des variations de $S(\omega)$ en fonction de ω constitue l'*analyse spectrale de l'état de la mer*.

5.5.3. Les différents types de spectres

Lorsque l'agitation de la mer est constituée par une houle régulière de période T_H et, par conséquent, de pulsation $\omega_H = \dfrac{2\pi}{T_H}$ à peu près constante, la

forme de la courbe représentant les variations de $S(\omega)$ en fonction de ω est caractérisé par un pic très aigu pour $\omega = \omega_H$ qui se transforme en ce qu'on appelle un spectre étroit pour une mer relativement régulière. Au contraire une mer très irrégulière sera caractérisée par un spectre large comme représenté sur la figure ci-dessous.

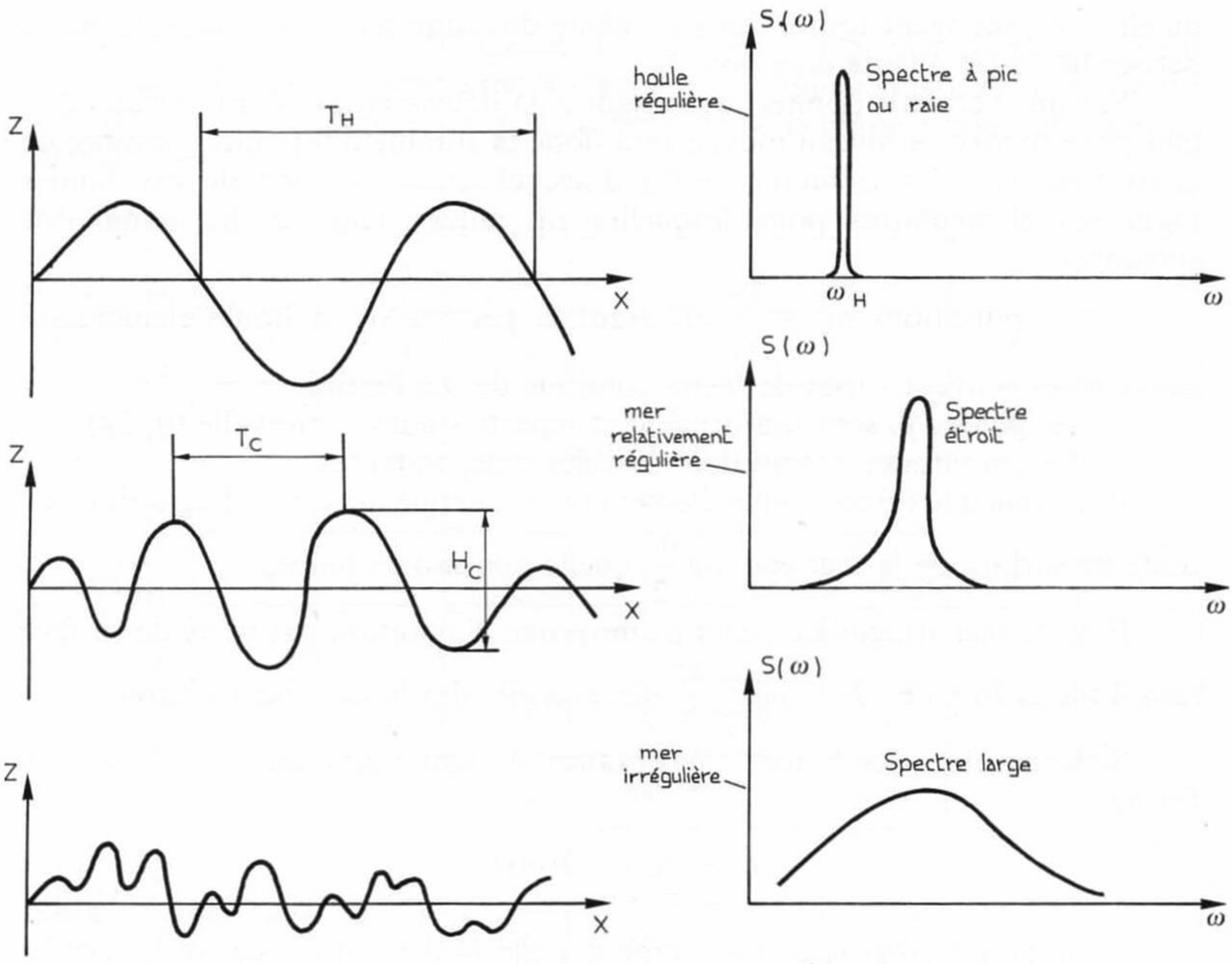


FIG. 93

Pour analyser un spectre d'énergie $S(\omega)$ donné, qui peut être établi à partir d'une séquence de mesures de creux et de périodes effectuée comme indiqué plus haut, on considère les *moments du spectre*.

On appelle moment d'ordre n du spectre $S(\omega)$ la quantité :

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n \, S(\omega) \, d\omega$$

Le moment d'ordre o, m_0, est spécialement important puisque :

$$m_0 = \int_0^\infty S(\omega) \, d\omega = \frac{E}{\rho g}$$

On montre que la grandeur : $\varepsilon = \sqrt{1 - \dfrac{m_2^2}{m_0.m_4}}$ caractérise la largeur du spectre d'énergie $S(\omega)$ c'est-à-dire la largeur de l'intervalle de pulsation ω en dehors duquel $S(\omega)$ est négligeable.

5.5.4. Spectre d'énergie et loi de probabilité des creux

Si ε tend vers 1 on a affaire à un spectre large caractérisant une mer irrégulière. On montre alors que la loi $d = f(H)$, correspondant à la courbe des densités de probabilité des creux que nous avons rencontrée dans l'étude statistique de la houle, tend vers la loi normale dite de Gauss.

Si, au contraire, ε tend vers o, $S(\omega)$ est un spectre étroit caractérisant une mer régulière et la loi $d = f(H)$ tend, cette fois, vers une loi dite de Rayleigh.

En pratique les spectres d'énergie à court terme de la mer réelle sont souvent assez étroits ($\varepsilon < 0{,}3$) pour que la loi $d = f(H)$ puisse être assimilée à une loi de Rayleigh qui s'écrit, pour un creux $H = 2A$:

$$d = f(H) = \frac{H}{4\,m_0}\, e^{\dfrac{-H^2}{8\,m_0}}$$

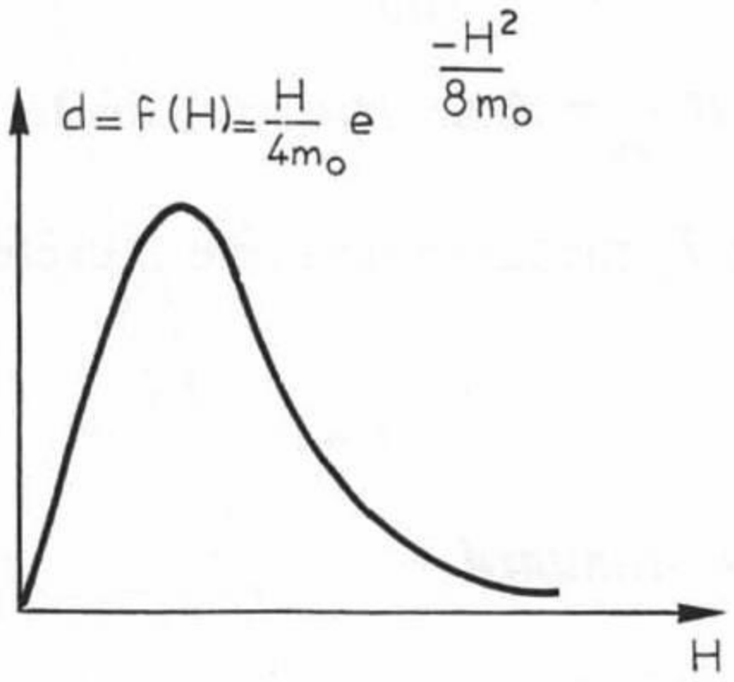


FIG. 94

La probabilité dP, pour le creux, d'être compris entre H et $H + dH$ est alors (cf. paragraphe 5.4.3.) :

$$dP = \frac{H}{4\,m_0}\, e^{\dfrac{-H^2}{8\,m_0}}\, dH$$

tandis que la probabilité pour ce même creux d'être supérieur à une valeur donnée H_0 est :

$$1 - P_{H_0} = e^{\dfrac{-H_0^2}{8\,m_0}}$$

Pour tous les cas où l'on sait, à priori, que la loi : d $= f(H)$ est voisine d'une loi de Rayleigh, l'ajustement d'une loi statistique expérimentale à la loi de probabilité consistera donc à déterminer m_0 à partir du spectre d'énergie.

Or, toujours dans l'hypothèse d'une loi de Rayleigh, on montre que si on considère un train de N vagues :

- la hauteur moyenne Hm de ces vagues est $Hm = \sqrt{2\pi m_0}$,
- la hauteur significative H_s ou hauteur moyenne $H_{\frac{1}{3}}$ *des* $\frac{N}{3}$ plus grandes vagues est : $H_s = H_{\frac{1}{3}} = 4\sqrt{m_0} = 1{,}6\ Hm$.

On dispose donc là d'un moyen approximatif, mais simple et rapide, de définir la loi à court terme : d $= f(H)$ de répartition de la densité de probabilité des creux pour une mer relativement régulière après estimation visuelle des creux. L'expérience montre en effet qu'une telle estimation visuelle donne sensiblement $H_{\frac{1}{3}}$ (cf. paragraphe 5.4.3.3.).

Pour la même loi de Rayleigh on a également :

- hauteur moyenne $H_{\frac{1}{10}}$ *des* $\frac{N}{10}$ plus grandes vagues :

$$H_{\frac{1}{10}} = 2{,}03\ Hm = 1{,}27\ H_s,$$

- hauteur moyenne $H_{\frac{1}{100}}$ des $\frac{N}{100}$ plus grandes vagues :

$$H_{\frac{1}{100}} = 2{,}66\ Hm = 1{,}66\ H_s,$$

- période moyenne T_c mesurée de crête à crête : $T_C = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$.

5.5.5. Spectres d'énergie « standard »

En pratique, pour étudier le comportement d'un navire au stade du projet, on utilisera souvent un spectre standard, valable pour une zone maritime déterminée, tels que les spectres ITTC (1), de la Conférence des Bassins d'essais des carènes, parmi lesquels on prendra la courbe correspondant au creux significatif choisi (cf. fig. 95).

Mais il reste à préciser comment il est possible de passer de la définition de l'état de la mer réelle, caractérisée par un spectre d'énergie, à la définition quantitative du comportement du navire sur la mer correspondante.

---

(1) International Towing Tank Conference.

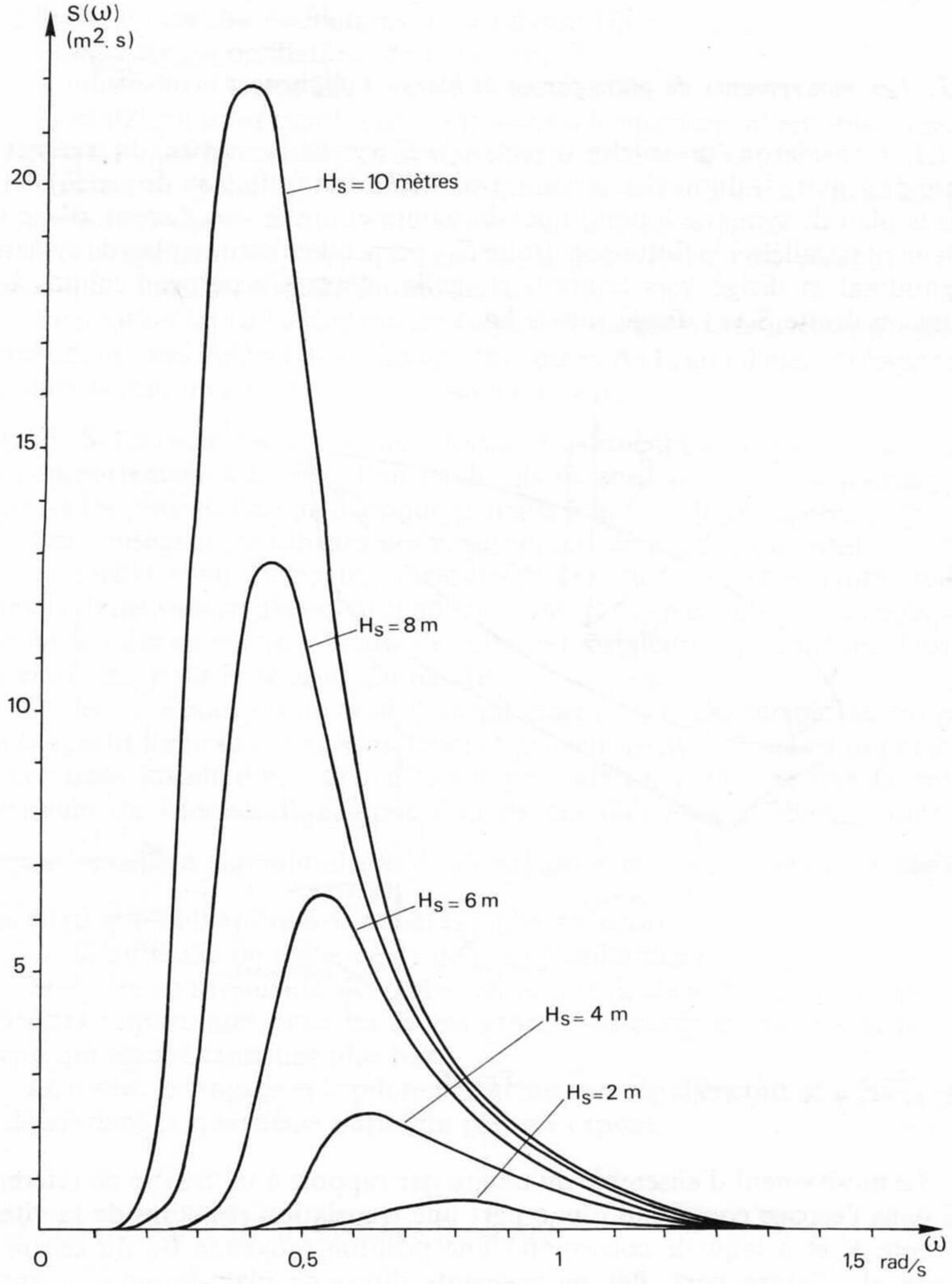


FIG. 95
Exemples de spectres d'énergie standard en fonction de la hauteur significative des vagues $H_s = H_{\frac{1}{3}}$

5.6. LES DIFFÉRENTS ASPECTS DU COMPORTEMENT A LA MER D'UN NAVIRE

5.6.1. Les mouvements de plate-forme et leurs conséquences

5.6.1.1. Considérons un trièdre trirectangle *G xyz* lié au navire, de sommet le centre de gravité *G* du navire, d'axe *Gx* parallèle à la flottaison droite S_0), situé dans le plan de symétrie longitudinal du navire et dirigé vers l'avant, d'axe *Gy* également parallèle à la flottaison droite S_0), perpendiculaire au plan de symétrie longitudinal et dirigé vers babord, et, enfin, d'axe *Gz* perpendiculaire à la flottaison droite S_0) et dirigé vers le haut.

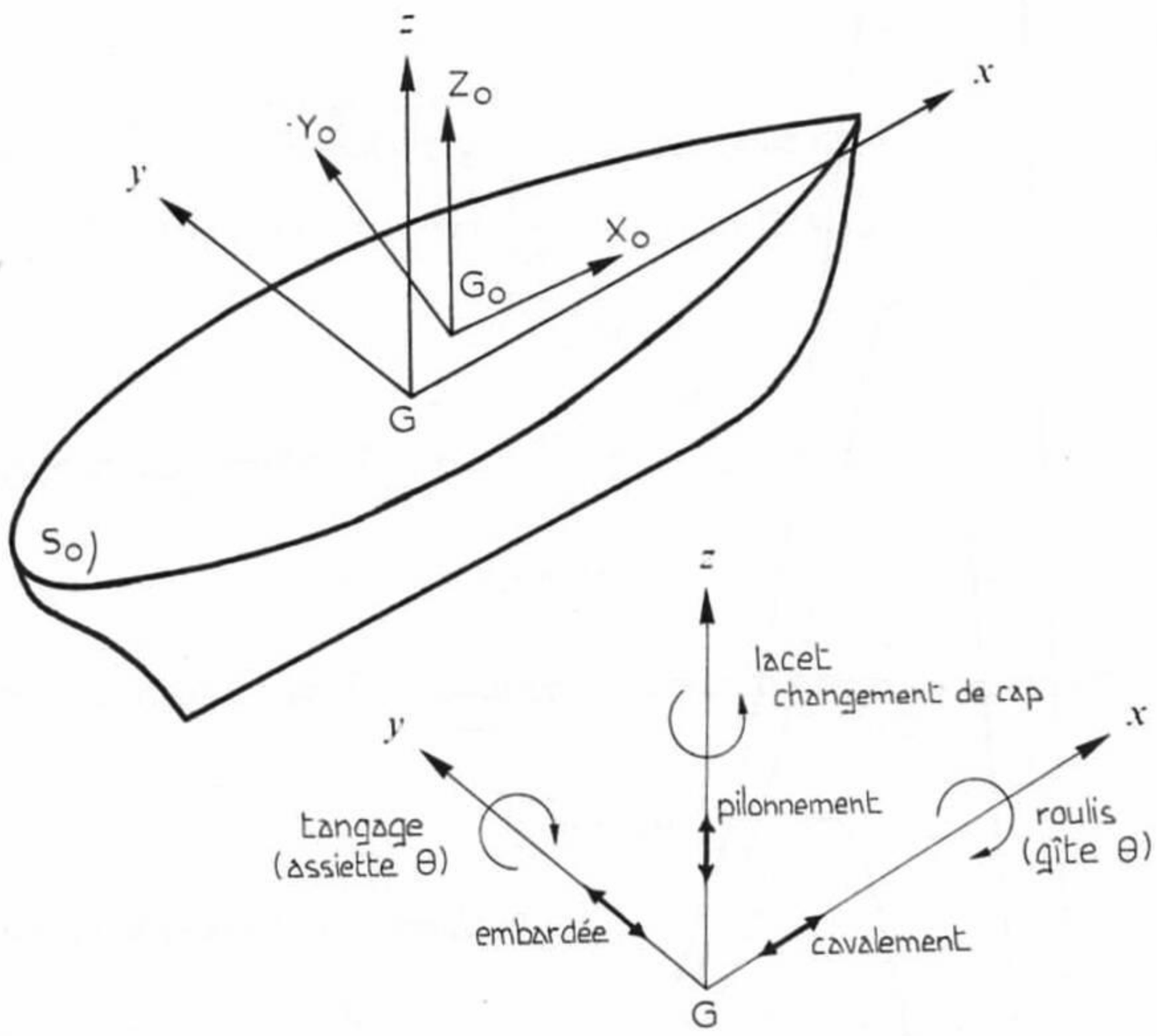


FIG. 96

Le mouvement d'ensemble du navire par rapport à un trièdre de référence fixe dans l'espace comprend d'une part une translation résultant de la vitesse de route *V* et à laquelle correspond une position moyenne G_0 du centre de gravité et, d'autre part, des mouvements dits « de plate-forme », ayant le caractère d'oscillations plus ou moins périodiques et qui résultent du mouvement du trièdre *G xyz* par rapport à un trièdre $G_0\ X_0\ Y_0\ Z_0$ de sommet G_0 et d'orientation fixe dans l'espace (1).

---

(1) Cf. chapitre 1.2. et 1.6.

5.6.1.2. Les mouvements élémentaires qui constituent ces mouvements de plate-forme sont les suivants :

le *cavalement* ou oscillations de G suivant Gx;

l'*embardée* ou oscillations de G suivant Gy;

le *pilonnement* ou oscillations de G suivant Gz;

l'inclinaison transversale (gîte), ou *roulis* si le mouvement est plus ou moins périodique, dans la rotation du navire autour de l'axe Gx;

l'inclinaison longitudinale (assiette), ou *tangage* si le mouvement est plus ou moins périodique, dans la rotation autour de l'axe Gy;

le changement de cap, ou *lacet* si le mouvement est plus ou moins périodique, dans la rotation autour de l'axe Gz.

Bien qu'on les considère souvent séparément, ces six mouvements élémentaires ne sont pas indépendants les uns des autres. A chacun d'eux correspondra, de toute façon, un *paramètre d'attitude* de navire.

5.6.1.3. Si les mouvements de plate-forme constituent l'aspect le plus apparent du comportement à la mer d'un navire ils ne sont pas, intrinsèquement, les facteurs les plus contraignants pour la tenue à la mer de ce navire.

Les conséquences directes des mouvements de plate-forme sont :

– l'inclinaison du navire, surtout sensible au roulis et gênante au-delà d'une certaine valeur (disons 10 °) pour le confort des passagers et de l'équipage et pour la mise en œuvre à la mer de certaines installations, ou même, dans les cas extrêmes, pour la sécurité du navire.

– les accélérations au roulis, au pilonnement, mais, surtout au tangage qui fatiguent les hommes et le matériel et peuvent perturber le fonctionnement de certaines installations. D'une façon générale on peut dire que la valeur maximum de l'accélération, pour l'un de ces mouvements élémentaires est proportionnelle à l'amplitude A de l'oscillation et à $\frac{1}{T^2}$, T étant la période d'oscillation (cf. chapitre 4.4. et paragraphe 4.6.6.).

– la difficulté de tenue de route pour l'embardée et le lacet.

Mais les mouvements de plate-forme ont également des conséquences indirectes importantes pour les autres aspects du comportement à la mer du navire qui seront examinés plus loin.

Le roulis, le tangage et le pilonnement sur mer régulière ont déjà été étudiés en détail dans la quatrième partie du présent exposé.

5.6.2. La résistance de la charpente du navire

5.6.2.1. Fondamentalement, la coque du navire est une poutre qui travaille en flexion alternée lorsque les ondulations de la houle sont perpendiculaires au plan de symétrie longitudinal $z\ G\ x$. L'effort tranchant vertical et le moment fléchissant horizontal et transversal résultent de l'inégalité de la répartition des poids des éléments du navire et de la poussée de l'eau le long de l'axe longitudinal Gx. C'est la flexion longitudinale.

On conçoit facilement que le moment fléchissant soit maximum sur une houle de longueur approximativement égale à celle du navire. Lorsque l'avant et l'arrière sont simultanément sur une crête et le milieu sur un creux la poutre navire prend du contre-arc et le pont travaille en compression tandis que les fonds travaillent en traction. Lorsque le milieu du navire est sur une crête celui-ci prend de l'arc et c'est au contraire le pont qui travaille en traction et le fond en compression. Simultanément des efforts de cisaillement apparaissent dans les murailles. Il y a lieu de remarquer que les contraintes induites dans la coque par la flexion longitudinale sont à comparer non pas à la charge de rupture statique du métal mais à sa résistance à la fatigue, très nettement inférieure, puisque le navire est appelé à subir un très grand nombre de cycles de flexion alternée.

La coque du navire peut subir également d'autres efforts d'ensemble tels que la flexion transversale tendant à déformer les sections transversales du navire (mais généralement plus importante lors de l'échouage au bassin qu'à la mer), flexion horizontale (avec moment fléchissant d'axe vertical) lorsque le navire reçoit la houle des trois quarts arrière, et, dans cette même circonstance, effort de torsion de la poutre navire, à considérer spécialement sur les navires à pont ouvert du type porte-conteneurs.

Dans tous les cas on peut caractériser l'effort subi par le navire par un paramètre précis (moment, effort ou contrainte) et tenter d'estimer la valeur de ce paramètre en fonction des conditions de mer rencontrées.

D'une façon générale, pour les efforts d'ensemble visés ci-dessus, c'est davantage le constructeur que l'utilisateur qui interviendra pour garantir la bonne tenue à la mer d'un navire. Il ne faut pas perdre de vue cependant que pour certains navires de charge, la répartition du chargement pourra avoir une influence considérable sur ces efforts d'ensemble, le moment fléchissant en particulier.

5.6.2.2. Mais ce sont plus particulièrement les efforts résultant des accélérations et surtout des chocs de la mer qui sont fonction des conditions de navigation dans une mer déterminée et, en particulier, du pilonnement et du tangage qui en résultent.

Les chocs de la mer ont deux types de conséquences sur la charpente : d'une part des efforts purement locaux pouvant se traduire par des déformations locales de bordé, des enfoncements de paroi ou de superstructure ou des flambements de raidisseurs, et, d'autre part, le *fouettement* de la coque (en anglais SLAMMING), caractérisé par une forte impulsion de pression sur les fonds, à l'avant, où elle peut provoquer d'ailleurs des déformations locales importantes, et qui engendre une vibration d'ensemble de la coque produisant un accroissement des contraintes.

Le fouettement résulte de la retombée dans la mer, en assiette sensiblement nulle, de l'avant préalablement émergé si les couples avant sont en forme de *U*, ou, même, sans émersion complète si les couples avant ont un devers important. Les conditions d'apparition du fouettement comportent, en particulier, un pilonnement important, voisin de son maximum.

Les paramètres caractérisant les efforts dus aux accélérations et aux chocs sont plus difficiles à définir que ceux qui concernent les efforts d'ensemble appliqués à la coque. On admettra, en première approximation, qu'ils sont liés au pilonnement et au tangage.

5.6.3. L'embarquement d'eau

Outre les dégâts causés par le choc des paquets de mer, les embarquements d'eau peuvent provoquer des alourdissements avec carène liquide, si l'écoulement d'eau se fait mal, ainsi que des embruns pouvant gêner la visibilité de la passerelle sur les petits bâtiments. Ils accroissent également les risques d'« homme à la mer ».

On peut caractériser le risque d'embarquement d'eau en évaluant, compte tenu du pilonnement, du tangage, du profil de la houle et du franc bord normal, la distance minimum entre le pont et la surface de la mer, en principe un peu sur l'arrière de l'étrave.

5.6.4. La réduction de vitesse

Cette réduction de vitesse peut avoir deux origines distinctes :

– d'une part une réduction de la vitesse ordonnée afin de limiter les conséquences de l'état de la mer sur les mouvements de plate-forme, la fatigue de la charpente et l'embarquement d'eau.

– d'autre part une réduction des performances de la propulsion.

La résistance à l'avancement sur houle est supérieure à la résistance en eau calme, spécialement mer de l'avant avec tangage et pilonnement importants. L'hélice, qui travaille en régime non permanent, avec, d'ailleurs, risque de cavitation et d'émergence, accuse une baisse de rendement sensible. Au total, à puissance constante, on enregistre une réduction sensible de la vitesse, surtout avec une mer de l'avant de longueur d'onde légèrement supérieure à celle du navire. La réduction de vitesse est généralement plus accusée pour les petits navires. Dans ces conditions la vitesse peut être réduite plus de moitié par très gros temps.

Quelle que soit son origine, la diminution de la vitesse augmente, bien entendu, la durée du trajet mais, également, la durée de séjour dans le mauvais temps. Nous admettrons ici encore, en première approximation, que cette diminution de vitesse apparaît en même temps qu'un tangage et un pilonnement importants.

5.6.5. Remarque sur les qualités nautiques

L'étude quantitative de la tenue à la mer d'un navire conduit à caractériser son comportement par des paramètres. Par contre, si on reste dans le domaine

qualitatif on est amené à parler des qualités nautiques du navire. Il s'agira essentiellement, de sa capacité à conserver sa vitesse par mauvais temps, de son aptitude à lever à la lame pour éviter les embarquements d'eau, de sa douceur de roulis, de sa stabilité de plate-forme et du degré d'amortissement de son roulis, de sa facilité de tenue du cap, etc.

Quel que soit le type d'analyse pratiqué, de telles qualités sont toujours éminemment souhaitables. Cependant elles sont parfois contradictoires (cf. paragraphe 4.3.2.). Dans ce domaine comme dans d'autres la réalisation d'un navire résulte toujours d'un compromis.

Mettant à part l'influence de la robustesse de la construction et des performances des installations d'un navire, nous nous bornerons à dire que ses qualités nautiques résultent à la fois de ses formes et de la répartition de ses poids.

5.7. PRINCIPE DE L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT D'UN NAVIRE SUR LA MER RÉELLE

5.7.1. Généralités

Nous pouvons nous intéresser à des aspects divers de ce comportement que nous supposerons toujours caractérisés par les variations en fonction du temps d'un paramètre particulier p. Nous avons vu que ce paramètre pouvait être le moment fléchissant, le critère d'embarquement d'eau, ou, plus couramment, l'amplitude atteinte par l'un des mouvements de plate-forme élémentaires tels que inclinaison au roulis ou au tangage, etc.

Pour fixer les idées nous supposerons, dans ce qui suit, que p est relatif à un mouvement de plate-forme élémentaire déterminé.

L'étude de ce mouvement élémentaire particulier du navire sur la mer réelle va reposer sur l'hypothèse suivante :

Comme pour l'agitation de la mer réelle, on admet que les variations de p en fonction du temps résultent de la superposition d'une infinité de petites oscillations caractérisées, chacune, par une amplitude p_{0i} et une pulsation ω_i et on définit alors, pour p, un spectre $S_p(\omega)$ analogue au spectre d'énergie de la mer.

Il s'agit donc, maintenant, de passer du spectre $S(\omega)$ de la mer réelle, supposé connu, au spectre S_p du paramètre p.

5.7.2. Fonction de transfert

5.7.2.1. Le premier problème qui se pose consiste à définir la réponse p_i du navire, pour le mouvement élémentaire considéré, à une houle régulière d'amplitude a_i et de pulsation ω_i du spectre de la mer. On voit donc

immédiatement l'intérêt qui s'attache à l'étude du comportement du navire sur houle régulière, même si l'agitation réelle de la mer est plus complexe.

5.7.2.2. Nous avons vu plus haut que les mouvements de plate-forme du navire étaient définis par six paramètres d'attitude. Par ailleurs les lois de la mécanique du solide, appliquées au navire, vont nous fournir, en projection sur les trois axes de coordonnées considérés, six équations différentielles qui doivent nous permettre de définir la loi de variation de chacun des paramètres d'attitude en fonction du temps (1).

En pratique les choses sont moins simples car l'écriture puis la résolution de ce système d'équations s'avèrent des plus complexes.

Il sera donc nécessaire de recourir à des approximations et, souvent, d'associer calcul et essais sur modèle.

On simplifiera le système d'équations en admettant qu'il s'agit de petits mouvements, en négligeant certains facteurs secondaires et en se plaçant délibérément dans les cas particuliers les plus importants en pratique.

Comme le but poursuivi, en définitive, est l'application de méthodes statistiques et probabilistes à partir d'un état de la mer dont la réalité physique ne peut jamais être définie avec une précision supérieure à 10 % ou 20 % on s'efforcera plutôt de définir les mouvements du navire par des relations maniables et susceptibles d'être appliquées à un très grand nombre de cas successifs que l'on confrontera, aussi souvent que possible, à l'expérience.

5.7.2.3. La situation la plus favorable correspondra à une équation linéaire ne faisant intervenir qu'un seul paramètre d'attitude p. Comme on l'a vu, par exemple, pour le roulis de faible amplitude sur mer régulière de travers (cf. paragraphe 4.3.2.) la réponse du navire à une houle régulière d'amplitude $a = \frac{H}{2}$, et de pulsation ω sera alors de la forme : $p = p_0 \cos(\omega t - \alpha)$ avec, comme amplitude (2) : $p_0 = aG(\omega) = \frac{H}{2} G(\omega)$.

Le navire se comporte alors comme un filtre linéaire, c'est-à-dire comme un système transformant un signal d'entrée d'amplitude a en un signal de sortie d'amplitude p_0 proportionnel à a pour ω donné. Le rapport

$$\frac{p_0}{a} = G(\omega)$$

est appelé *fonction de transfert* relative au paramètre p.

5.7.2.4. Si la linéarité correspond à une bonne approximation pour le tangage ou le roulis de faible amplitude il n'en est pas de même pour les roulis amples.

---

(1) Cf. chapitre 1.4.
(2) Ici, p est donc l'angle de roulis θ.

D'autre part les équations différentielles du mouvement font souvent intervenir plusieurs paramètres d'attitude. On dit alors qu'il y a *couplage* entre les mouvements correspondants.

Pour des mouvements d'amplitude relativement faible on pourra généralement scinder les six équations du mouvement en deux groupes pratiquement *indépendants et concernant*, d'une part, le tangage, le pilonnement et le cavalement et, d'autre part, le roulis, l'embardée et le lacet. Mer de l'avant ou mer de travers on pourra même étudier séparément d'un côté le couple tangage pilonnement et, de l'autre, le roulis seul.

5.7.2.5. Dans tout ce qui suit, nous admettrons, pour simplifier l'exposé, que le navire se comporte comme un filtre linéaire à l'égard du paramètre étudié.

5.7.3. Spectre de rencontre

Le second problème à résoudre pour passer du spectre d'énergie $S(\omega)$ de la mer au spectre S_p relatif au paramètre d'attitude p est relatif à la prise en compte de la vitesse de route du navire.

Il est bien connu que le comportement d'un navire sur une mer déterminée est fonction de la valeur V de la vitesse de route et de l'angle α de cette vitesse avec la direction de propagation de la houle supposée régulière et de célérité C.

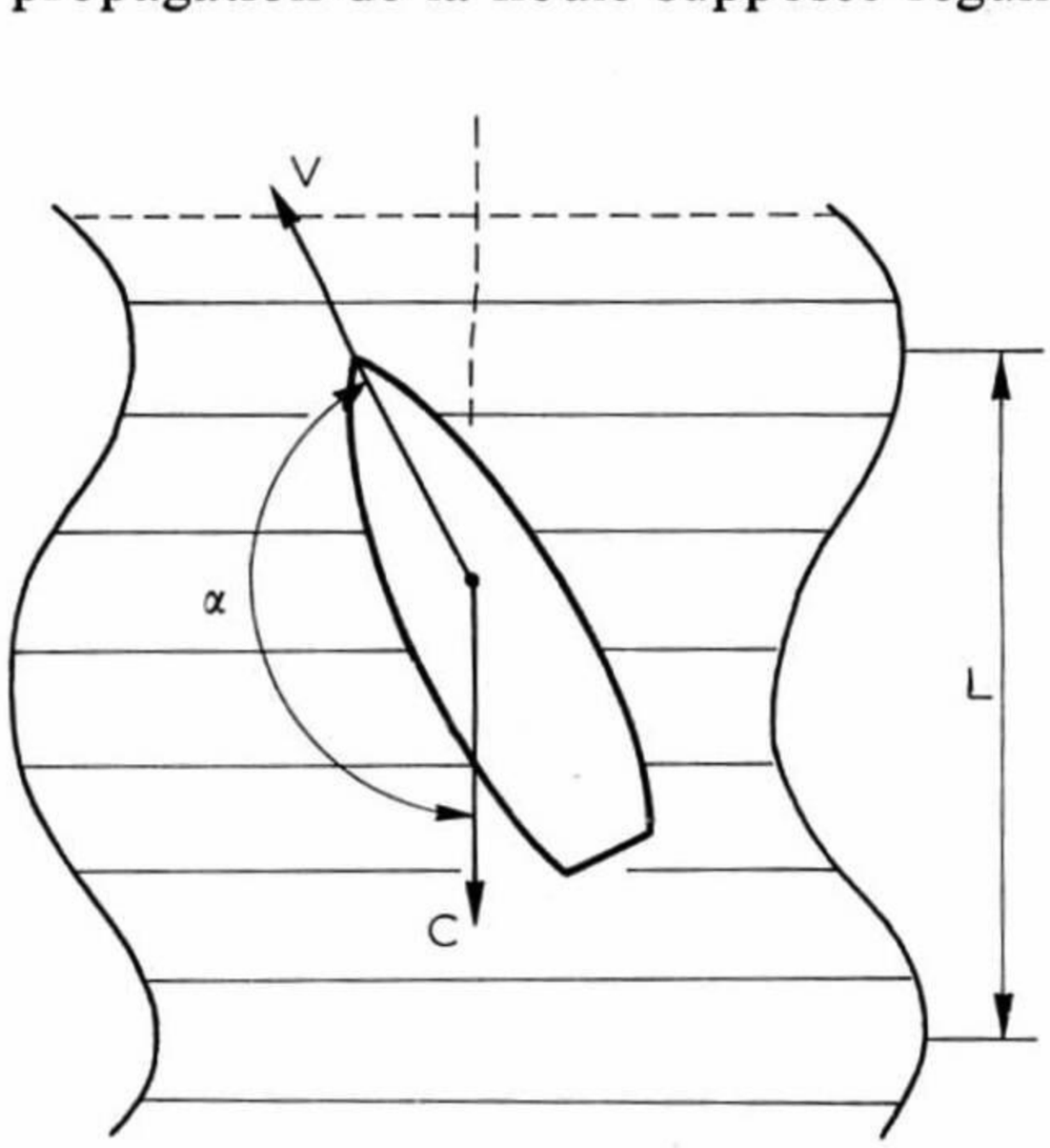


FIG. 97

Le navire va en effet à la rencontre des crêtes à la vitesse (*cf. figure ci-dessus*) :

$$C - V \cos \alpha$$

d'où, si la longueur d'onde de la houle est L, la période de rencontre :

$$T_R = \frac{L}{C - V \cos \alpha}$$

Mer de l'avant, c'est-à-dire pour $\alpha = \pi$, la période de rencontre est $T_R = \frac{L}{C + V}$, donc inférieure à la période $T = \frac{L}{C}$ de la houle.

Au contraire, mer de l'arrière, avec $\alpha = 0$, $T_R = \frac{L}{C - V}$ est supérieur à T.

La relation ci-dessus donnant T_R peut également s'écrire :

$$\frac{1}{T_R} = \frac{C}{L} - \frac{V \cos \alpha}{L} = \frac{1}{T} - \frac{V \cos \alpha}{L}$$

c'est-à-dire, puisque $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_R = \frac{2\pi}{T_R}$ et $L = \frac{2\pi g}{\omega^2}$:

$$\omega_R = \omega - \frac{\omega^2}{g} V \cos \alpha,$$

ce qui donne : $\omega_R = \omega \left(1 - \frac{\omega V}{g} \cos \alpha\right)$ et signifie que, pour passer du spectre d'énergie de la mer, en fonction de ω, au spectre en fonction de ω_R il est nécessaire de multiplier les abscisses du premier spectre par :

$$1 - \frac{\omega V}{g} \cos \alpha.$$

Néanmoins, l'énergie emmagasinée par unité de surface de la mer ne change pas, et l'aire comprise entre la courbe représentant le spectre et l'axe des abscisses reste donc la même, ce qui peut s'exprimer par la relation :

$$S(\omega)\, \mathrm{d}\omega = S_R\, (\omega_R)\, \mathrm{d}\omega_R$$

Mais, compte tenu de la relation établie plus haut entre ω_R et ω on a également :

$$\mathrm{d}\omega_R = \mathrm{d}\omega \left(1 - \frac{2\omega}{g} V \cos \alpha\right)$$

On en déduit donc que pour passer du spectre d'énergie de la mer $S(\omega)$ relatif au navire stoppé au spectre de rencontre $S_R\, (\omega_R)$ relatif au navire en marche il faut compléter la dilatation des abscisses définie plus haut par une dilatation des ordonnées telle que :

$$S_R\, (\omega_R) = \frac{S(\omega)}{1 - 2 \frac{\omega}{g} V \cos \alpha}$$

5.7.4. Opérateur de réponse en amplitude

Lorsque le navire se comporte comme un filtre linéaire à l'égard du paramètre d'attitude choisi p, ce que l'on peut souvent admettre, au moins en première approximation, l'amplitude p_0 de la composante de l'oscillation de p sur une houle élémentaire régulière d'amplitude $a = \frac{H}{2}$ et de pulsation de rencontre ω_R est, comme on l'a indiqué plus haut : $p_0 = a.G(\omega_R)$.

Par analogie avec la définition du spectre d'énergie de la mer, nous appellerons spectre du paramètre d'attitude p la grandeur $S_p\,(\omega_R)$, fonction de la pulsation de rencontre ω_R, telle que $S_p(\omega_R)\,d\omega_R$ soit égale à la demi-somme du carré des amplitudes p_0 des oscillations composantes de p comprises dans l'intervalle de pulsation de rencontre $(\omega_R,\ \omega_R + d\omega_R)$, c'est-à-dire :

$$S_p\,(\omega_R)\,d\omega_R = \sum_{\omega_R}^{\omega_R + d\omega_R} \frac{1}{2} p_0^2$$

La notion de fonction de transfert permet alors d'écrire :

$$\frac{1}{2} p_0^2 = \frac{1}{2} a^2 \left[G(\omega_R) \right]^2$$

et on montre que :

$$S_p(\omega_R) = S_R(\omega_R).\,[G(\omega_R)]^2$$

$[G(\omega_R)]^2$ est l'*opérateur de réponse en amplitude* du navire, pour le paramètre p, aux excitations de la mer définies par le spectre de rencontre $S_R(\omega_R)$.

5.7.5. Application pratique

5.7.5.1. Proposons-nous de déterminer le spectre $S_z(\omega_R)$ relatif au pilonnement d'un navire en route à 19 nœuds mer de l'avant pour un état de la mer défini par un spectre ITTC pour un creux significatif $H_s = H_{\frac{1}{3}} = 5$ mètres (cf. paragraphe 5.5.5. et fig. 98).

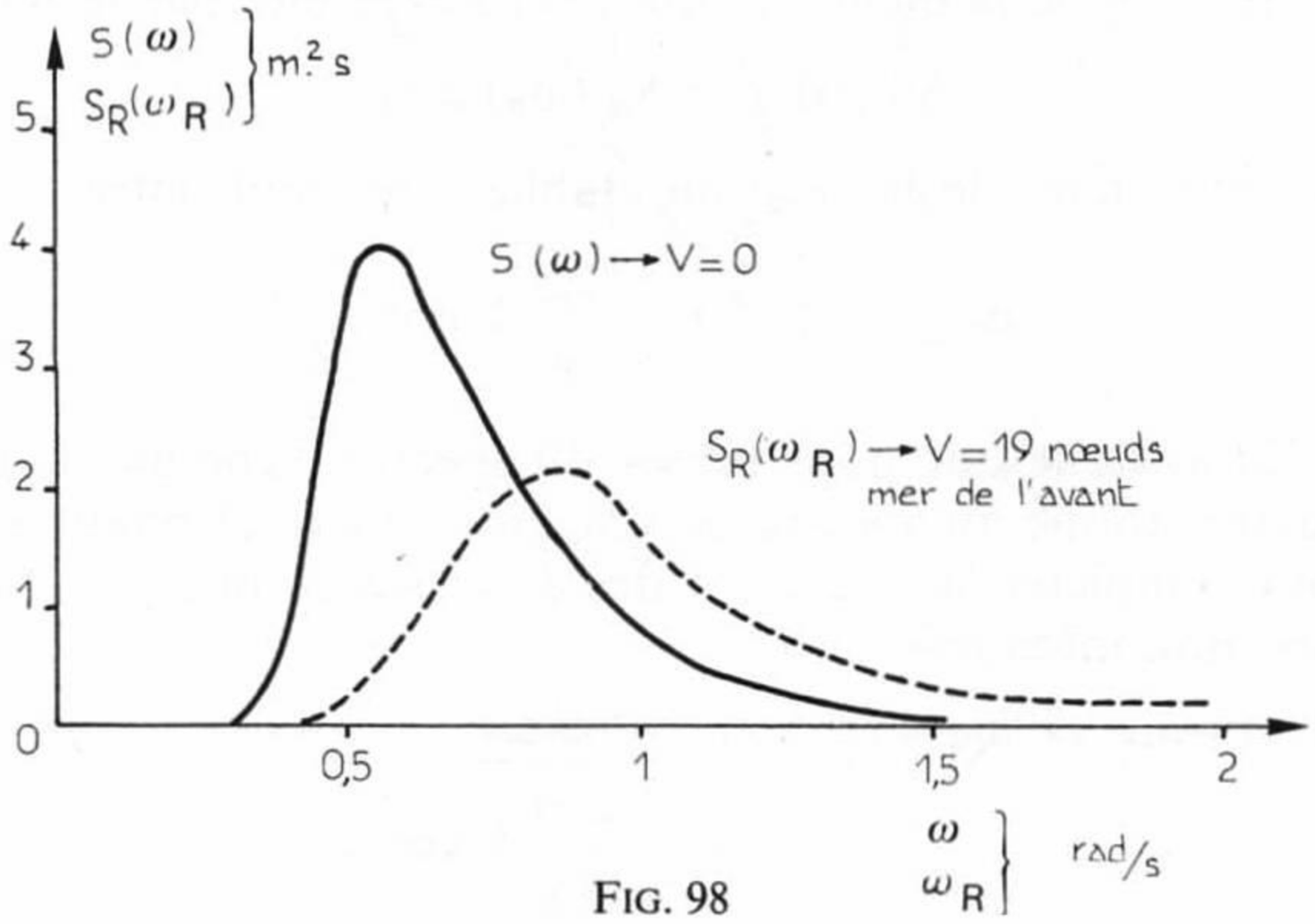


FIG. 98

5.7.5.2. Détermination du spectre de rencontre

Pour passer du spectre d'énergie de la mer $S(\omega)$ correspondant au navire stoppé ($V = 0$) et représenté par la courbe en trait continu sur le graphique de la figure 98 au spectre de rencontre, nous remarquons que les relations :

$\omega_R = \omega\left(1 - \frac{\omega}{g} V \cos\alpha\right)$, définissant la dilatation des abscisses,

$S_R(\omega_R) = S(\omega) \frac{1}{1 - 2\frac{\omega}{g} V \cos\alpha}$, définissant la dilatation des ordonnées,

deviennent ici, pour $\alpha = \pi$ et $V = 19$ nœuds $\simeq 9{,}8$ mètres/sec :

$$\omega_R \simeq \omega\,(1 + \omega) \quad \text{et} \quad S_R(\omega_R) \simeq S(\omega) \cdot \frac{1}{1 + 2\omega}$$

Le tableau de calcul simplifié qui suit donne alors, immédiatement, les éléments du tracé du spectre de rencontre $S_R(\omega_R)$ pour $V = 19$ nœuds (tracé en pointillés sur la figure 98).

0,3 0,5 0,6 1	0 3,6 3,8 0,9	0,39 0,75 0,96 2	0 1,8 1,73 0,3
ω	$S(\omega)$	$\omega_R = \omega(1+\omega)$	$S_R(\omega_R) = \frac{S(\omega)}{1 + 2\omega}$

5.7.5.3. Détermination de la fonction de transfert

Nous supposons que la courbe donnant le coefficient d'amplification $\frac{2\,z_0}{H}$ du pilonnement z_0 pour une houle de creux H et de longueur L rapportée à la longueur $L_N = 170$ mètres du navire est la suivante (*fig.* 99) (cf. paragraphe 4.6.5.3.).

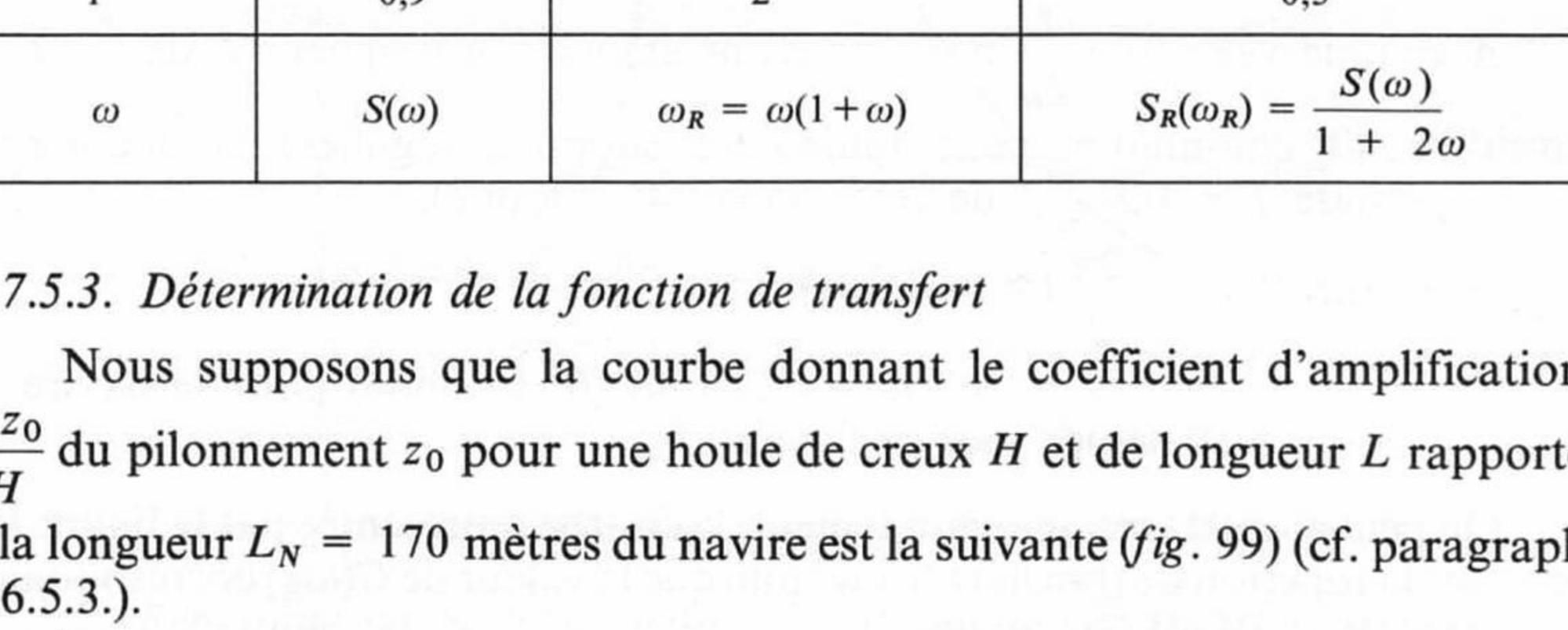


FIG. 99

Pour déterminer la fonction de transfert du navire considéré comme un filtre linéaire relativement au paramètre d'attitude p, ici l'amplitude du pilonnement z, il nous faut tracer la courbe des variations de $\frac{z_0}{a} = \frac{2\,z_0}{H}$ en fonction de la pulsation de rencontre ω_R c'est-à-dire :

$$\frac{2\,z_0}{H} = G(\omega_R)$$

Partant du graphique ci-dessus, qui aura été déterminé soit par le calcul, soit par des essais sur modèle en présence d'une houle de longueur variable, nous pouvons dresser le tableau de calcul suivant, compte tenu de la longueur $L_N = 170\,m$ du navire, et comme indiqué ci-après.

$\frac{L}{L_N}$	$\frac{2\,z_0}{H}$	L mètres	T sec	ω rad/sec	$\omega_R = \omega(1+\omega)$	$G(\omega_R)$	$[G(\omega_R)]^2$	$S_R(\omega_R)$	$S_z(\omega_R)$
0,5	0,15	85	7,3	0,86	1,60	0,15	0,022	0,35	0,007
1	0,70	170	10,4	0,60	0,96	0,70	0,49	1,73	0,85
1,5	0,75	255	12,8	0,49	0,73	0,75	0,56	1,80	1
2	0,60	340	14,8	0,42	0,60	0,60	0,36	0,90	0,33
4	0,80	680	20,8	0,30	0,39	0,80	0,64	0	0
6	~ 1	1020	25,6	0,25	0,31	~ 1	1	0	0

A chaque valeur de $\frac{L}{L_N}$ nous pouvons associer la longueur L de la houle considérée (3e colonne) et, cette houle étant supposée régulière, en déduire :

- la période $T = 0{,}8\sqrt{L}$ de cette houle (4e colonne),
- sa pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (5e colonne),
- la pulsation de rencontre $\omega_R = \omega(1+\omega)$ (6e colonne) pour le navire en route à 19 nœuds mer de l'avant.

On peut alors tracer, immédiatement, la courbe représentée par la figure 100 donnant la fonction de transfert $G(\omega_R)$ puisque la valeur de $G(\omega_R)$ correspondant

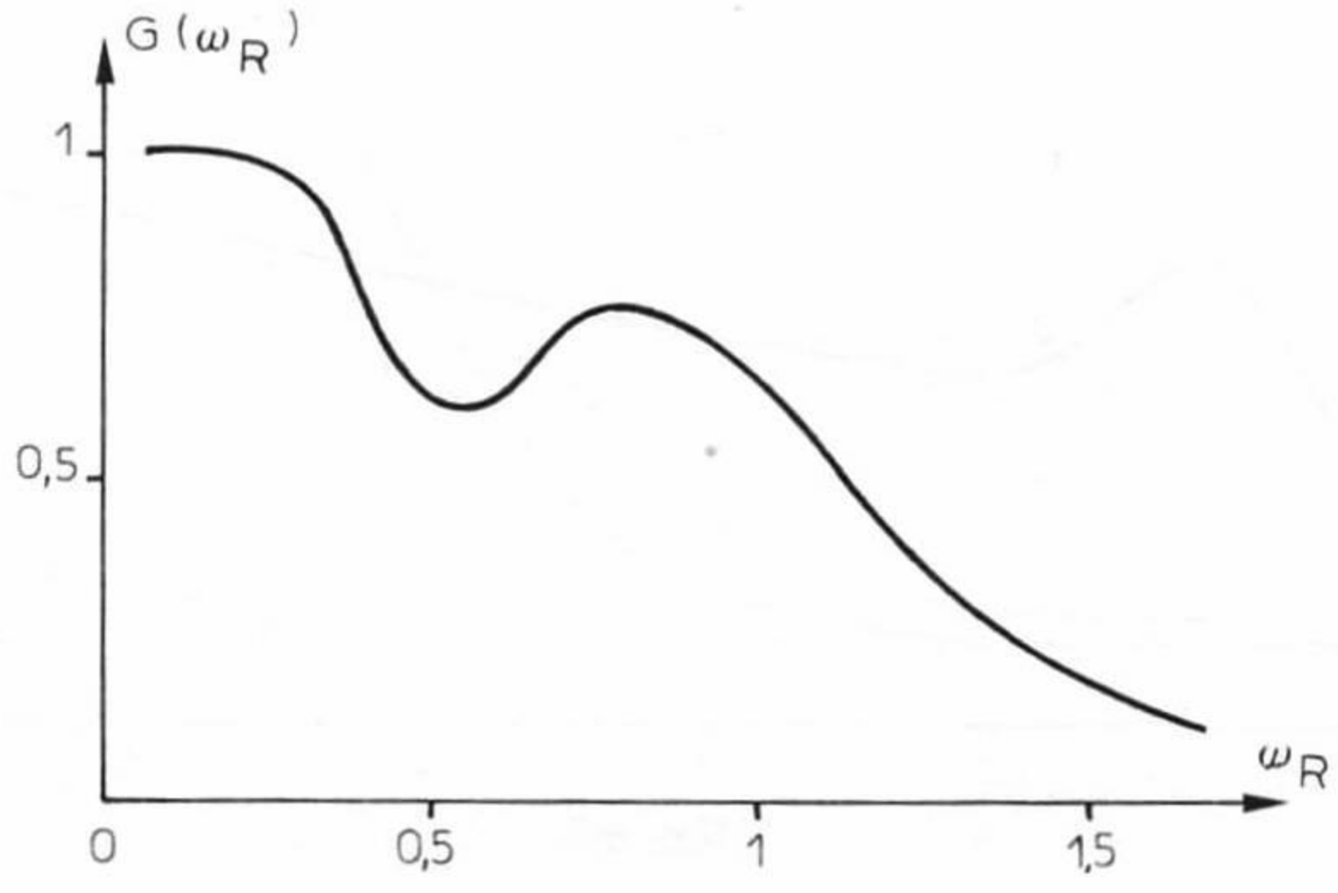


FIG. 100

à une valeur ω_R donnée est précisément le rapport $\frac{2\,z_0}{H}$ de l'amplitude du pilonnement à celui de la houle lu dans la seconde colonne du tableau pour la ligne correspondante (cf. 7e colonne).

5.7.5.4. Opérateur de réponse en amplitude et spectre de pilonnement $S_z\,(\omega_R)$

En utilisant le même tableau que ci-dessus on calcule immédiatement l'opérateur de réponse en amplitude $[G(\omega_R)]^2$ (cf. 8e colonne) et, du spectre de rencontre de la mer qui a été établi plus haut, on tire $S_R\,(\omega_R)$ (cf. 9e colonne).

On en déduit le spectre de pilonnement : $S_z(\omega_R) = S_R\,(\omega_R)\,.\,[G(\omega_R)]^2$ (cf. 10e colonne et fig. 101).

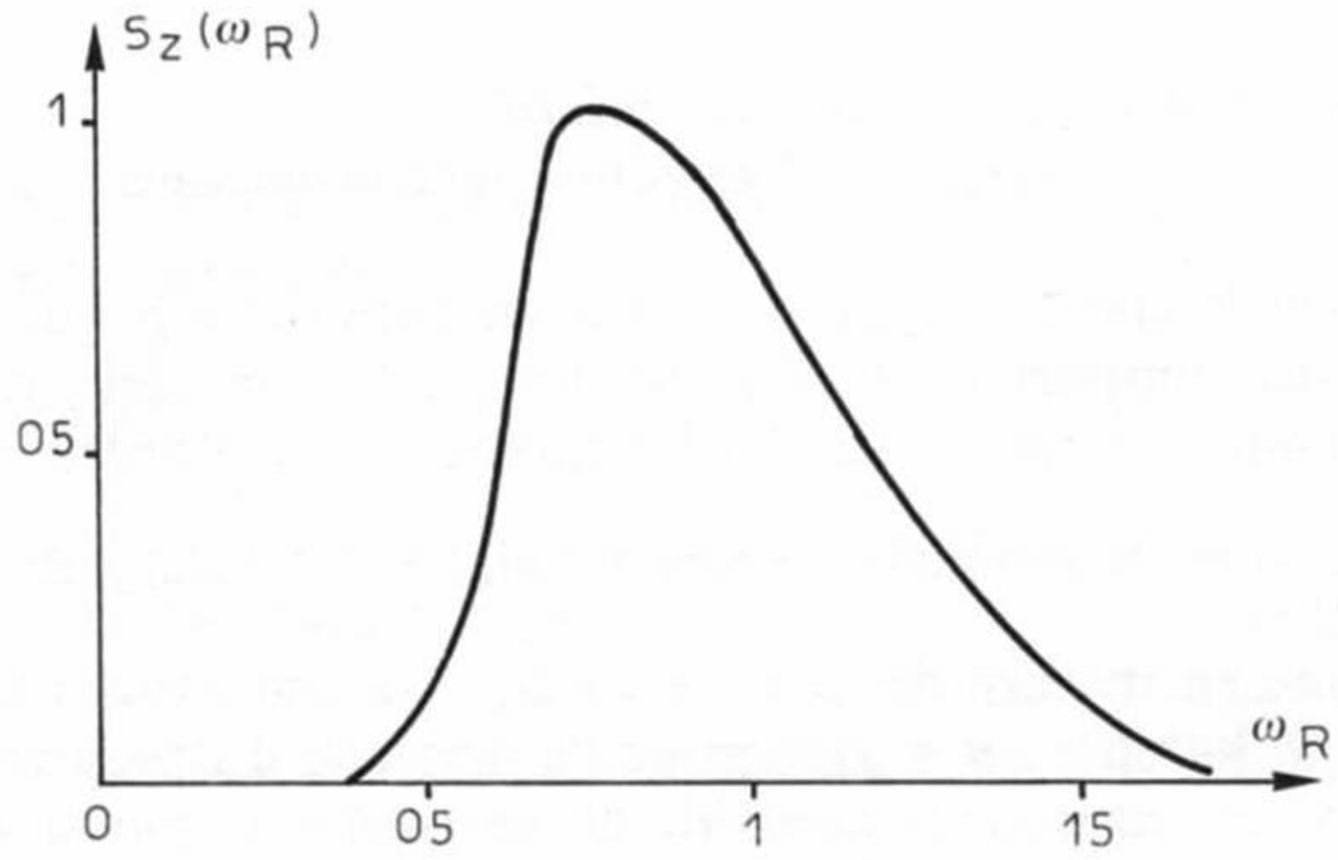


FIG. 101

5.7.5.5. Remarque sur la détermination de la fonction de transfert $G(\omega_R)$

Pour le pilonnement le coefficient d'amplification $\frac{2\,z_0}{H}$ est rapporté à l'amplitude de la houle c'est-à-dire à la moitié du creux et la fonction de transfert $G(\omega_R)$ s'en déduit sans difficulté.

Lorsque le paramètre d'attitude considéré est un angle, tel que l'amplitude θ_0 du roulis par exemple, le coefficient d'amplification $\frac{\theta_0}{\varphi_0}$ est calculé à partir de la pente maximum $\varphi_0 \simeq \frac{\pi H}{L}$ de la houle.

La fonction de transfert $G(\omega_R)$ étant nécessairement, pour permettre l'utilisation du spectre d'énergie de la mer (cf. paragraphe 5.7.4.), rapportée à

l'amplitude $\frac{H}{2}$ de la houle, on a, si $H(\omega_R)$ représente le coefficient d'amplification $\frac{\theta_0}{\varphi_0}$:

$$H(\omega_R) = \frac{\theta_0}{\varphi_0} = \frac{\theta_0 L}{\pi H} = \left(\frac{2\theta_0}{H}\right)\frac{L}{2\pi} = \left(\frac{2\theta_0}{H}\right)\frac{g}{\omega^2}$$

$$\text{d'où :} \quad \left(\frac{2\theta_0}{H}\right) = G(\omega_R) = H(\omega_R) \cdot \frac{\omega^2}{g} \quad \text{avec :} \quad \omega = f(\omega_R)$$

puisque, comme on l'a vu au paragraphe 5.7.3. :

$$\omega_R = \omega - \frac{\omega^2}{g} V \cos \alpha.$$

On peut donc déduire $G(\omega_R)$ de $H(\omega_R)$ supposé connu.

5.7.6. Exploitation d'un spectre $S_p(\omega_R)$ relatif à un paramètre de comportement. Navigation météorologique

Connaissant le spectre $S_{p(\omega R)}$ relatif à un paramètre p qui caractérise un certain aspect du comportement d'un navire sur la mer réelle définie par son spectre de rencontre on peut calculer les moments m_n d'ordre n de ce spectre $S_p(\omega_R)$ en particulier le moment d'ordre 0 : $m_0 = \int_0^\infty S_p(\omega_R).\mathrm{d}\omega_R$.

On est donc en mesure de déduire de $S_p(\omega_R)$ une courbe de distribution de densité de probabilité : $d = f(p)$ pour l'amplitude du paramètre p, comme indiqué sommairement pour le creux de la mer réelle au paragraphe 5.5.4.

Il devient alors possible de calculer la probabilité, pour le paramètre considéré, de dépasser une valeur déterminée, correspondant par exemple à l'apparition de conséquences gênantes pour le navire, et, cela, pour un état de la mer donné et des conditions de route également données.

On accède ainsi à une connaissance probabiliste du comportement du navire sur la mer réelle grâce à l'analyse spectrale.

L'intérêt, soit pour le constructeur, soit pour l'utilisateur d'un navire, de pouvoir estimer la probabilité de dépassement, par exemple, de certaines contraintes dans la charpente ou de certaines amplitudes des mouvements de plate-forme, est évident.

Mais l'analyse spectrale ouvre également à l'utilisateur la possibilité de recourir à ce qui est appelé la *navigation météorologique :*

Le problème posé consiste à amener un navire, dans le temps le plus court possible, d'un port déterminé à un autre port également déterminé et relativement éloigné.

Si le temps est prévu pour rester constamment beau ou très maniable il s'agit d'un problème de navigation classique, essentiellement géométrique et cinématique.

Si, au contraire, du mauvais temps fréquent est à prévoir sur le parcours considéré, il peut conduire à une réduction, volontaire ou non, de la vitesse de route normale du navire. Il est alors possible qu'en choisissant une route plus longue, mais qui permette d'éviter le gros du mauvais temps, on puisse aboutir à une durée de parcours finalement plus courte.

La navigation météorologique va donc consister à déterminer les paramètres conditionnant la vitesse de route du navire ainsi que les opérateurs de réponse en amplitude correspondants et par ailleurs à calculer les spectres d'énergie de la mer dans les régions traversées pour diverses situations météorologiques caractéristiques.

Pour un trajet effectué à une époque déterminée il est alors possible de choisir la route la moins dure à partir de l'évolution de la situation météorologique du moment. Une telle opération suppose, bien entendu, de pouvoir disposer d'ordinateurs adaptés, non seulement à terre mais également à bord, ainsi que des programmes de calcul correspondants. Des réductions de durée de trajet pouvant atteindre et parfois dépasser 10 % peuvent être escomptées.

5.8. RÉSUMÉ DE L'ÉTUDE GÉNÉRALE DU COMPORTEMENT DU NAVIRE SUR LA MER RÉELLE

5.8.1. Mer de travers

Les mouvements réels du navire sont très voisins de ceux étudiés au chapitre 4.3., tant pour le *roulis* que pour le *mouvement du centre de gravité*.

La réponse du navire aux excitations de la mer peut être considérée comme linéaire jusqu'à des inclinaisons transversales θ de l'ordre de 10 ° et sans couplage avec d'autres mouvements élémentaires (inclinaison longitudinale notamment) jusque vers $\theta = 20$ ° environ. L'amortissement du roulis augmente avec la vitesse de route du navire mais reste toujours relativement faible. Le coefficient d'amplification, ou rapport $\frac{\theta_0}{\varphi_0}$ de l'amplitude maximum du roulis à la pente maximum : $\varphi_0 \simeq \frac{\pi H}{L}$ de la houle, peut atteindre 6 au synchronisme.

Le seul aspect véritablement gênant du roulis est son amplitude, à la fois en raison de l'inclinaison de plate-forme qui en résulte et des accélérations qui lui sont proportionnelles. Ces questions ont été étudiées en détail aux chapitres 4.3. et 4.4. Par contre le roulis a peu d'influence sur les efforts qui s'exercent sur la charpente et sur la vitesse de route.

Enfin le roulis se prête bien à une stabilisation du navire (cf. chapitre 4.5.).

5.8.2. Mer de l'avant

Les mouvements les plus marqués sont ici le *tangage* et le *pilonnement* déjà étudiés au chapitre 4.6. Ils deviennent importants lorsqu'il y a recouvrement

du maximum d'excitation de la mer, réalisé pour $1 < \frac{L}{L_N} < 1{,}5$, et du synchronisme de la période propre du navire T_p avec la période de rencontre T_R de la mer, c'est-à-dire au voisinage de $0{,}8 < \frac{T_R}{T_p} < 1{,}25$, ce qui pratiquement, ne peut se réaliser que mer de l'avant.

Dans cette hypothèse le coefficient d'amplification $\frac{2\,z_0}{H}$ du pilonnement ou $\frac{\delta_0}{\varphi_0}$ du tangage, qui ne prennent une valeur sensible que pour $\frac{L}{L_N} > 0{,}6$, peuvent alors atteindre, voire dépasser, 1,5. Quand $\frac{L}{L_N}$ continue à croître, au-delà de 1,5, ces coefficients d'amplification tendent vers 1.

Pour le pilonnement et le tangage la réponse du navire peut toujours être considérée comme linéaire, l'amortissement est toujours très important, et les accélérations sont élevées (cf. paragraphe 4.6.6.) sans qu'il existe une possibilité pratique de stabiliser le mouvement.

Les autres phénomènes importants à considérer, mer de l'avant, sont l'*embarquement d'eau*, spécialement pour $1 < \frac{L}{L_N} < 1{,}5$, le *fouettement*, qui suppose un rapport $\frac{L}{L_N}$ un peu supérieur à 1 et, enfin, la *réduction des performances de la propulsion*, également pour $\frac{L}{L_N}$ un peu supérieur à 1.

D'une façon générale, quand les conditions de navigation deviennent trop difficiles, mer de l'avant, une solution consiste à réduire la vitesse, ce qui a en particulier pour effet d'accroître la période de rencontre T_R.

5.8.3. Mer de l'arrière

Le *pilonnement* et le *tangage* restent modérés et il n'y a jamais synchronisme. Par contre un *cavalement* sensible peut apparaître (cf. paragraphe 4.6.5.) ainsi qu'un *roulis* non négligeable et des mouvements de *lacet* et d'*embardée* importants (surtout si $\frac{L}{L_N} > 1$) rendent difficile la tenue du cap.

Quand la vitesse de route du navire est de l'ordre de la célérité de la houle, et plutôt un peu inférieure, le navire se déplace lentement par rapport au profil de la houle. Certaines positions relatives, telles que « arrière sur crête » pour $\frac{L}{L_N} \geqslant 1$, entraînent une modification sensible de la flottaison avec réduction du module de stabilité. Il peut en résulter une forte gîte de longue durée pouvant alors nécessiter une réduction rapide de la vitesse du navire et excitant, de toutes façons, roulis, embardée et lacet.

Toujours mer de l'arrière, un couplage roulis-pilonnement ou roulis-tangage conduira parfois à une pseudo-résonance sur houle de période de rencontre voisine de la moitié de la période propre de roulis et susceptible d'entraîner des coups de roulis importants.

5.8.4. Mer oblique

Non seulement la période de rencontre est modifiée mais tout se passe, également, comme si la longueur du navire était diminuée par rapport à celle de la houle.

Mer du *quart avant*, le *pilonnement* est plutôt accru et le *tangage* plutôt diminué par rapport à la situation mer de l'avant, tout en apparaissant pour des houles de longueur plus courte.

Mer *de trois quarts arrière*, on enregistre un *roulis* pratiquement aussi important que mer de travers et des *embardées* encore plus importantes que mer de l'arrière. Des efforts de *torsion de la coque* apparaissent également. Un tangage et un pilonnement atténués subsistent.

INDEX ALPHABÉTIQUE

Abattée (au roulis), 174.
Abattre, 150.
Accélération, 15, **21**, 23, 28, 37 à 43, **51** à **55**, 194, 201 à 206, 218 à 220, 245, 246, 257, 258.
Accélération d'entraînement, 201, **202**, 206.
Accélération radiale, **54**, 55, 204, 218.
Accélération relative, 201, **202**, 203 à 206, 219, 220.
Accélération tangentielle, **54**, 55, 203, 204, 218 à 220.
Aiguillot, 158, 159.
Aile portante, **60**, 63, 72, 73, 108, 144, 151.
Aileron, 158, 159.
d'ALEMBERT (Paradoxe de), 81.
Amortissement, 47, 172, 174, 192 à 194, 197, 198, 207, 211 à 213, 257, 258.
Amphidrome, 48, 169.
Amplitude, 170, **171**, 193 à 197, 207, 210, 216 à 218,239,245, 248 à 257.
Analyse dimensionnelle, 14, **84**, 110, 127.
Analyse spectrale, 237, **239**, 248, 256.
Angle de dérive, **50**, 52, 56, 63, **144**, 145, 154, 155.
Angle d'incidence, 61, **73**, 108, 144, 151, 153, 154, 208, 211.
Appareil à gouverner, 158, 159.
Appendice, **60**, 76, 83, **106**, 118, 137.
Arc, 246.
ARCHIMÈDE (principe d'), **37**, 169, 185.
Arrêt du navire, 137 à 143.
Assiette, **34**, 41, 50, 58, 106, 212, **245**, 250.
Auloffée, 150.
Autopropulsion, **64**, 80, 107.
Avance par tour, **109**, 118, 119.
Axe d'inclinaison, 25, 26.
Axe d'inertie principal, 27, 46, 47, 48, 52.
Bande, cf. Gîte.
Barycentre, 24.
Base de vitesse, 75.
Bassin d'essais des carènes, 57, **59**, 108, 153, 242.
BEAUFORT (échelle), 230.
Bord d'attaque, 69, 152.
Bord de fuite, 69.
Brisants, 225.
Bulbe, 105, 106.
Butée, **74, 158**, 159.
Cambrure, 224, **229**, 230.
Cap, 33, **34**, 151, 154, 155, 220, 245, 258.
Carène, **25**, 36, 50, 60, 62, 169.
Carène liquide, 221, 247.
Cavalement, 33, **34, 216, 245,** 250, 258.
Cavitation, 118, **123 à 125**, 142, 247.
Célérité, 98, 99, **178**, 188, 215, 219, 222, 224, 225, 229, 250, 251, 258.
Centre de carène, 25, 37, 38, 106, 169, 185, 190.
Centre de dérive, 62, **144**, 146, 156.
Centre de fardage, 149.
Centre de gravité, **23 à 25**, 28, 31, 33, 34, 38.
Centre de surface, 26, 146.
Centre de voilure, 62, 149.
Centre de volume, 25, 26, 37, 184.
Champ de vagues, cf. vagues d'accompagnement.
Chavirement dynamique, 199, 200.
Chocs de la mer, 246.
Circulation, 64.
Citernes passives, 207.
Citernes actives, 209.
Clapotis (ou clapot), 227.
Coefficient d'amplification, **193**, 210, 211, 217, 218, 219, 253, 255 à 258.

Coefficient de corrélation Bassin-mer, **79, 80**, 108.
Coefficient de puissance, **126**, 131 à 134.
Coefficient de remplissage cylindrique, **77**, 100 à 104.
Coefficient de remplissage du maître couple, 101.
Coefficient de remplissage longitudinal, cf. coefficient de remplissage cylindrique.
Coefficient de remplissage parallélipipédique, **101**, 103, 104, 131 à 133, 213.
Coefficient d'utilisation, **128, 129**, 130 à 133, 135.
Coefficient prismatique, cf. coefficient de remplissage cylindrique.
Compensation du gouvernail, 158 à 160.
Consommation de combustible, 125.
Contre-arc, 246.
Corrélogramme, 237, 238.
Couche limite, **82, 83**, 106.
Coup de fouet, 163.
Couplage, 216, **250**, 257, 259.
Couple, cf. moment.
Couple de giration, 160, 161.
Couple de redressement, **169**, 171, 190, 191, 200.
Couple d'orientation du gouvernail, 158, 160.
Couple inclinant, 117, 168, 177, 196 à 200, 207, 208.
Couple moteur, 74, 115, 116.
Couple résistant de l'hélice, 73, 115 à 117.
Courant (effet du), 75, 160, 162, 225.
Courbe (C), **27**, 171.
Courbe de dérive, 145 à 147.
Courbe de stabilité, 198, 200.
Creux (des vagues), **178**, 179, 185 à 188, 214, 217 à 219, 222 à 227, **228**, 229 à 238, 241, 242, 253.
Creux significatif, **228**, 229 à 238, 242, 243, 252, 253.
Critère de stabilité, 157, 196, 197.
Crosse d'étambot, 158.

Décollement de la couche limite, 61, **83**, 152.
Déferlement, 83, 224.
Définition à court terme, 231.
Définition à long terme, 232.
Définition spectrale, cf. analyse spectrale.
Définition statistique, 231 à 237, 249.
Déflecteurs mobiles de flux, 165.
Degré de vitesse, **92**, 93, 96, 97, 101 à 106, 128 à 135.
Déjaugeage, 41, 58.
Densité de fréquence d'occurrence, 233, 234.
Densité de probabilité, **234**, 236, 256.
Déphasage, 184, **193** à 195, 201, 207, 217.
Déplacement, 14, 76, 87, 125 à 129, 131 à 135, 138 à 141.
Dérive, **50** à 52, 55, 56, **63**, 136, 144 à 147.
Diamètre tactique, 156.
Diffraction de la houle, 227.
Distance franchissable, 125.
Dos (d'une pale d'hélice), **69**, 73, 118, 120, 123, 124.
Douceur de roulis, **194**, 248.
DOYÈRE (formule de), **176**, 177.

Eau entraînée, **38**, 138, **175**, 213.
Eau libre, 72, 74, 108.
Effet de pas (d'une hélice), 160.
Effet d'excentrement (d'une hélice), 161.
Efforts dans la charpente du navire, cf. Résistance de la charpente.
Embardée, 33, **34**, 148, 151, **245**, 250, 258, 259.
Embarquement d'eau, 220, 247, 248, 258.
Énergie cinétique, 67, 198.
Énergie de la houle, 99, **188**, 237, 239, 243, 251, 252.
Entraînement par sillage, 118, **121**, 137, 139.
Épaule (d'une carène), 99, 105.
Équation de dimension, 14 à 16, **85**, 86.
Essais à la mer, 74 à 76.
État de la mer, 38, 80, 84, 124, 222, 230, **231**, 249, 252, 256.
EULER (Théorème d'), 26.
Évolutions, 50 à 56, 58, 65, **136, 137**.
Extrados, 73.

Face (d'une pale d'hélice), **69**, 73, 118, 120, 123, 124.
Fardage, 149.
Femelot, 158.
Filtre linéaire, **249**, 250, 252, 254.
Finesse, 95, 96, **101**, 104, 128, 131 à 133, 135.
FLETTNER (rotor de), 63.
Flexion alternée sur houle, 245, 246.
Flottaison, 25, 85, 102, 105.
Flottaison droite, 33, 168, 169.
Fluide incompressible parfait, 28, 36, 65, 81, 82.
Fonction de transfert, **248, 249**, 252 à 255.
Force d'inertie, 89, **201**, 205, 218.

Forces hydrodynamiques, 13, 35.
Fouettement (de la coque), **246**, 258.
Fraction de surface développée, **69**, 110, 112.
FRAHM (citernes de), 207.
Fréquence d'occurrence, 233.
Fréquence propre de roulis, 177.
FROUDE (hypothèses et expériences de), 36, 57, 91 à 95, 112 à 114.
FROUDE (nombre de), **87**.

GAUSS (Loi de), 236, 241.
Géométrie du flotteur, 25 à 28.
GERSTNER (Houle de), 179.
Giration, **50** à 56, **150** à 166.
Gîte, 34, 117, 156, 157, 177, 196, 197, 245, 258.
Gouvernail, 36, 51, 52, 58, 143, 150, 158, 162, 163.
Gouvernail actif, 163.
Gouvernail d'étrave, 164.
Grandeur de dimension nulle, **85** à 87, 111, 112, 127.
Grandeurs fondamentales, **85**, 86, 111, 127.
Grandeur mesurable, 85.

Hanche (d'une carène), 99, 105.
Hauteur (des vagues), cf. creux.
Hélice, 57, 65, **68** à 71, **108** à 111, 160 à 163.
Hélice à pales orientables, 65, 68, 115, 116, 137, 161.
Hélices coaxiales, 117.
Hélice supercavitante, 125.
Hélice superventilée, 125.
Hélices supraconvergentes, 161, 162.
Hélices supradivergentes, 161, 162.
Histogramme, **232**, 233, 236.
Houle, 46, 196, 209, 210, 213, 216, 222, 228 à 230.
Houle régulière, **178**, 213 à 215, **222**, 228 à 230, 237, 239, 249, 250, 252.
Houle synchrone, 193, 195, 214.
Houle trochoïdale, **179** à 188, 223, 224.
Hydrodynamique navale, 19, 35, 57.
Hydrojet, 65, 165.
Hydroplanage, 41, 101.
Hydroptère, 41, 58.

Immersion de l'hélice, 111, 124.
Incidence, cf. angle d'incidence.
Incidence critique, **152**, 153.
Inclinaison dynamique, **199**, 200.
Inclinaison isocarène, 25, 43, 117, 157, 168 à 170, 189, 196, 197.
Interaction carène-propulseur, 59, **68**, 77, 78, 114, 142.
Intrados, 73.
ITTC (International Towing Tank Conference), 242, 252.

Jaumière, 158, 159.
JOESSEL (Formule de), 151, 152, 158.

KORT (Tuyère), 65, 164.
KITCHEN (Déflecteurs), 165.

Lacet, 33, **34, 245**, 250, 258
Lames, cf. Vagues.
Largeur d'un spectre, 240.
LE BESNERAIS (Formules de), **92,** 94, 95, **110**.
Ligne d'arbres, 74, 76, 79, 106, 107, 121.
Loffer, 150.
Loi de Probabilité, 236, 241, 242.
Longueur de flottaison, 85, 86, 92, 93, 102, 131 à 133, 158, 213 à 218, 253, 254, 258, 259.
Longueur d'onde, 99, **178** à 188, 213 à 218, 222 à 230, 250, 251, 253, 254, 257, 258.

MAGNUS (Effet), 63.
Maître couple, 77, 100, 127.
Majoration pour appendices, cf. rendement d'appendices.
Marche arrière, 118, 122, 123, 141 à 143, 160 à 163.
Marche directe, **58**, 59, 137, 144.
Marche oblique, **50** à 52, 56, 63, 136, **144** à 148.
Mèche de gouvernail, 158, 159.
Métacentre différentiel, 169.
Module de stabilité, 117, 156, 157, 170, 175, 258.
Moment, **21** à **23**, 30, 49, 51, 52.
Moment cinétique, **30** à 32, 38, 39, 43 à 52, 170, 172, 191, 212.
Moment d'inertie, 45, **46**, 47 à 50, 170 à 172, 175, 176, 191, 212, 213.
Moment d'un spectre d'énergie, 240.
Moment fléchissant, 245, 246.
Moment produit d'inertie, 27, 45, **46** à 48.
Mouvement absolu, 33.
Mouvement d'entraînement, cf. translation d'entraînement.
Mouvement de plate-forme, **34**, 41, 42, 43 à 50, 167, 207, **244, 245**, 248 à 259.
Mouvement relatif, 32. Cf. également Rotation relative.

Navigation météorologique, 256.
Nœud (vitesse), 15, 96, 128.
Nœud de vibration, 226, 227.

Onde de gravité, 227.
Onde progressive, 227.
Onde stationnaire, 227.
Onglets (émergé et immergé), 26, 168, 189, 190.
Opérateur de réponse en amplitude, **252**, 255, 257.

Pales d'hélice, 65, **68**, 108, 110, 160, 161, 165.
Paramètre d'attitude, **245, 249**, 250, 252, 254, 255.
Paramètre de comportement, 221, **248**, 256, 257.
Pas d'une hélice, **69** à **71**.
Pas effectif, **108** à 124.
Pas géométrique, 70, 110.
Pente de la houle, **187**, 209, 210, 217, 219, 255.
Période, 15, **171**, 192 à 197.
Période de la houle, **178**, 182, 183, 192 à 197, 213 à 215, **222** à 229, 231, 238, 242, 245, 251, 254, 258.
Période de rencontre, **215**, 219, 250, **251**, 258, 259.
Période propre, **175** à 178, 192 à 197, 204, 213, 214, 258.
Phase, **181**, 184, 193 à 195, 206, 216, 217, 227, 239.
Pilonnement, 33, **34**, 168, 211, 216 à 219, 244, **245** à 247, 250, 252 à 255, 257 à 259.
Plan de dérive, 60, 62, **146**, 155, 157.
Plan des formes, 84.
Plan d'inclinaison, 25.
PLEUGER (Propulseur), 163.
Poids apparent, **37**, 43, 48, 49, **183** à 186, 190, 201, 206, 218, 224.
Point fixe, 118, **120**, 214.
Point giratoire, 155.
Point métacentrique, 49, 168, **169**, 189, 191.
Portance, 41, **61** à 64.
Poussée (de propulsion), 40, 51, **59**, 71 à 76, **108** à **112**, 150, 163, 166.
Poussée hydrodynamique (d'Archimède), 35 à **37**, 169, 183, 185, 187, 190, 191.
Presse étoupe, 74, 158.
Principe de l'égalité de l'action et de la réaction, **28**, 30, 66, 117.
Principe de l'inertie, **28**, 29, 182.
Probabilité, 221, **234** à 236, 241, 249, 256.
Produit vectoriel, **22**, 45.
Profondeur d'eau (effet de la), 75, 80, 84, 158, 223 à 225.
Profondeur de carène, 85, 117, 177.
Propulseur cycloïdal, 65, 165, 166.
Propulseur d'étrave, 164.
Propulseur transversal, 107, **164**.
Propulsion directe, cf. Marche directe.
Propulsion mécanique, 64 à 68.
Pseudo-période, 173 à 175.
Pseudo-résonance, 259.
Puissance (de propulsion), 16, 67, 125 à 133.
Puissance absorbée par l'hélice, **71** à 74, 76 à 79, 108, 111, 117.
Puissance torsiométrique, 74 à 80.
Pulsation, 15, 180, 204 à 206, 216, 218 à 220, **239** à 243, 248 à 256.

Qualités évolutives, 137, **155** à 158, 163, 166.
Qualités nautiques, 247, 248.
Quantité de mouvement, **30**, 66, 67.
Quilles de roulis, 76, 106, 107, 197, 207, **210**, 211.

Rapport de compensation, 158 à 160.
RAYLEIGH (Loi de), 236, 241, 242.
Rayon de giration, 154 à 158.
Rayon de giration d'inertie, 176.
Rayon métacentrique, 27, 212, 213.
Recul effectif, **108** à 124, 141.
Réduction de vitesse (due à l'état de la mer), 197, 220, 247, 257, 258.
REECH, 57, 87, 91.
Réflexion de la houle, 225 à 227.
Réfraction de la houle, 223, 224, 227.
Relation homogène, 85.
Relevée (au roulis), 174.
Remorquage, **59**, 87, 114, 121, 122, 145 à 147, **148**, 149.
Remous, cf. Tourbillons.
Rendement d'adaptation, 77 à **79**.
Rendement d'appendices, 76, **79**, 106, 108, 114, 137, 164.
Rendement de la coque, 79.
Rendement de la ligne d'arbres, **78**, 79.
Rendement d'hélice, **74**, 79, 108, 111, 113, 142, 247.
Rendement d'un propulseur, 67.
Rendement propulsif global, **78** à 80, 81, 106, 108, 126 à 129, 134, 138 à 141, 149.
Renversement de marche, 118, **122**, 123, **141** à 143, 160 à 163.

Résistance aérodynamique, 58, 84.
Résistance à la fatigue, 246.
Résistance à la marche, **41**, 57 à 59, 62, 65, 68, 216, 247.
Résistance à l'avancement, cf. Résistance à la marche.
Résistance d'embruns, 83.
Résistance de frottement, **83, 91** à 97, 101, 105, 106.
Résistance de la charpente du navire, 220, 245 à 248, 256 à 259.
Résistance de remorquage, 59, **60**, 64, 68, 76 à 80, 81 à 97, 105, 108, 114, 122, 126, 134, 137 à 143, 148, 149.
Résistance de remous, 83.
Résistance de rencontre, 91.
Résistance de vagues, **84**, 95, **97** à 105.
Résistance directe, **91** à 104.
Résistance résiduaire, 91, 95.
REYNOLDS (nombre de), **87**, 91, 94, 106, 108, 128.
Rotation relative, 32 à **34**, 39, 42, 43 à 50, 190, 198, 201, 216.
Roulis, 33, **34**, 47 à 50, **167** à 174, 190 à 192, 198, 199, 201 à 206, 207 à 211, 244, 245, 249, 250, 255 à 259.
Roulis forcé, **192** à 195, 204.
Roulis propre, **175** à 178, **192**, 194, 196, 197, 204.
Rugosité de la carène, 80, 94.

Safran, 52, 76, 106, 107, **150** à 153, 157 à 160, 162 à 164, 207, 208.
Salissure de carène, 80, 95.
Sillage, **77**, 80, 114, 123.
Sillage tourbillonnaire, 83, 106.
Similitude, 57, 59, 73, 80, 85, 87 à 94, 110, 111, 124.
Situation droite (navire en), 33, 168, 169.
« Slamming », cf. Fouettement.
Spectre (d'énergie), **239** à 242, 250 à 256.
Spectre d'énergie standard, 242, 243.
Spectre de rencontre, 250, 256.
Stabilisateur de roulis, 107, **207** à 211, 220, 257.
Stabilité de plate-forme, **194**, 196, 197, 248.
Stabilité de route, 154, **155**, 257, 258.
Stabilité dynamique, **197** à 201, 207.
Statistique, cf. Définition statistique.
Succion, 76, **77**, 80, 106, 114.
Surface ((C)), 27.
Surface du maître couple, 101, 127.
Synchronisme, **193** à 197, 211, 214, 218, 257, 258.
Système cohérent d'unités, 14, 85.
Système de référence, 19, **32** à 34, 168, 189 à 191, **244**, 245.
Système de stabilisation actif, **207** à 210.
Système de stabilisation passif, **207**, 210, 211.

Talon d'étambot, 158, 159.
Tangage, 33, **34**, 46 à 48, 50, 167, 168, **211** à 220, 244, **245**, 247, 249, 250, 257 à 259.
Tangage forcé, 216 à 220.
Tension de vapeur d'eau, 84, 111, 124.
Tension superficielle, 84.
Tenue à la mer, 13, **221**, 245 à 248, 257 à 259.
Tenue de route, 143, 154, 155, 245.
Théorème de la somme des quantités de mouvement, 66.
Théorème de l'énergie cinétique, 67, 198.
Théorème du moment cinétique, **30** à 32, 38, 39, 40, 43, 47, 48, 52, 170, 172, 192, 212.
Théorème du mouvement du centre de gravité, **28** à **30**, 38, 40, 42, 51, 59, 138, 169, 190, 201.
Tirant d'eau, 76, 155, 157, 177.
Tourbillons, 37, 83, 106, 107, 122, 142.
Traînée, 61.
Trajectoire du centre de gravité, 40 à 43, 50 à 56, 143, 155, 156, 169, 190, 244, 245, 257.
Transfert (en giration), 156.
Translation d'entraînement, **33**, 34, 41, 42, 190, 201, 215, 244.
Trochoïde, **179** à 181.
Tunnel de cavitation, 124.
Tuyère, 65, 164, 165.

Vagues, 222, 223, 228, 230, 231.
Vagues d'accompagement, 84, **97** à 102, 137.
VASCHY (Théorème de), 85, 87.
Vent (effet du), 60, 149, 155, 160, 162, 177, 178, 197, 222 à 224, 228 à 230.
Ventilation de l'hélice, 142, 161.
Ventre de vibration, 226, 227.
Verticale apparente, **37**, 43, 49, **183** à 186, 189, 206.
Viscosité, 16, 35, 37, 49, 63, 64, **82** à 87, 95, 111, 174, 212.
Vitesse angulaire, 15, 71, 76, 111 à 124.
Vitesse angulaire orbitale, 15, **180** à 187, 192, 202 (cf. également pulsation).
Vitesse apparente, 61, 62.
Vitesse d'arrivée d'eau, **72** à 74, 76 à 79, 108 à 124.

Vitesse d'entrée, cf. vitesse d'arrivée d'eau.
Vitesse de phase, 229.
Vitesse de route du navire, 34, 35, 42, 75 à 80, 81, 85; 125 à 135, 154 à 157; 208, 211, 215 à 220, 244, 250 à 254, 257, 258.
Vitesse linéaire, 15, 21, 44, **53**.
Voile, 40, 61, 62, 105, 136, 144.
VOITH-SCHNEIDER (propulseur), cf. propulseur cycloïdal.
Volume de Carène, 14, 25 à 27, 36 à 38, 77, 92, 95, 127, 169, 190.